

The Investment Benefits of Structured Products: Auto-Callable Equity Linked Securities

Byung Jin Kang* Associate Professor, Department of Finance, Soongsil University

Received 13 Apr. 2015

Revised 10 Jul. 2015

Accepted 30 Sep. 2015

Abstract

Structured derivatives markets, including equity linked securities (ELS), derivatives linked securities, structured notes and credit linked notes have grown dramatically since the mid-2000s in Korea, but little attention has been paid to how much these securities contribute to the improvement of investors' performance from a portfolio perspective. This study fills the gap by examining the optimal portfolio choice of investors who are allowed to invest not only in stocks and bonds, but also in ELS (especially auto-callable ELS). As ELS are generally regarded as alternative assets to enhance portfolio performance, their economic benefits should be considered from a portfolio perspective rather than on a stand-alone basis. In addition, even though the majority of ELS in Korea include an auto-callable feature, there is little study for this specific type of product. This study is the first step in understanding the investment benefits of ELS.

In our analysis, we first estimate the return distributions of the KOSPI200 index, a risk-free asset, and a typical auto-callable security linked to the KOSPI200 index. Taking the complexity of the payoff structure into consideration, it is very difficult to theoretically determine

* Corresponding Author. Address: Soongsil University, 369 Sangdo-ro, Dongjak-gu, Seoul 06798, Korea; E-mail: bj kang@ssu.ac.kr; Tel: 82-2-828-7392.

the return distributions of the auto-callable ELS. Unlike stocks and bonds, even from an empirical point of view, any standard statistical method to derive the empirical distributions from the observed historical returns cannot be applied to the auto-callable ELS as we do not have a large enough sample (i.e., independent or non-overlapping return data) to obtain a reliable estimate. For example, even if we assume that all of the auto-callable ELS issued during the past 10 years were exercised early on the first possible exercise date, the maximum number of independent returns we can observe is only about 20, and thus we cannot estimate the return distributions in a valid manner. To reconcile this problem, we estimate the GJR-GARCH (1,1) model from the observed returns of the KOSPI200 index from 2003 through 2015, and then derive the empirical return distributions of the ELS via Monte Carlo simulations using the estimated GARCH model. Second, we use three portfolio selection models to derive investors' optimal portfolio choice given access to the ELS market: (1) the conventional expected utility theory, (2) the prospect theory of Kahneman and Tversky (1979), and (3) the safety first theory of Telser (1956), which is the cornerstone of the behavioral portfolio theory with mental accounts proposed by Das, Markowitz, Scheid, and Statman (2010).

Our main empirical findings are as follows. First, auto-callable ELS are shown to be unnecessary for the construction of the optimal portfolio for all investors trying to maximize their expected utility, regardless of their degree of risk aversion. Second, the auto-callable ELS do not improve performance for the majority of loss-averse investors. That is, the auto-callable ELS are regarded as a redundant asset according to both expected utility theory and prospect theory. Third, we find that auto-callable ELS are valuable assets that play a key role in improving the portfolio performance of the majority of investors who make investment decisions based on the safety first theory. This suggests that auto-callable ELS can be a very effective investment tool for investors who try to maximize the expected returns of a portfolio with a restricted probability of failing to reach a pre-specified threshold return. The difference in our empirical results depending on the portfolio selection models arises fundamentally from the structural characteristics of the auto-callable ELS. Their risk and return profile indicates that losses occur infrequently, but when they do, the expected losses can be considerably large. Similarly, although gains occur frequently, they tend to be very marginal. These characteristics of auto-callable ELS are very similar to those of selling deep out-of-the-money (OTM) put options. In this sense, for investors assumed by safety first theory, who measure risk by the frequency rather than the amount of expected losses, auto-callable ELS can be effective in enhancing the investment opportunity set. However, for investors with expected utility theory or prospect theory preferences, the relative advantages of auto-callable ELS over common stocks and bonds are weakened as the portfolio risk is generally recognized and measured by the expected losses rather than the frequency of losses. Finally, our robustness test results indicate that the findings remain valid when we consider other types of auto-callable ELS, issuing costs, and the effect of the global financial crisis.

Keywords Auto-Callable Equity Linked Security, Portfolio Selection, Expected Utility Theory, Cumulative Prospect Theory, Safety First Theory

I. 서론

주가연계증권(ELS), 파생결합증권(DLS), 구조화채권(Structured Notes) 등의 구조화 파생상품은 국내에서도 2000년대 중반 이후 폭발적인 양적 성장을 이루어 왔으나, 이들 상품이 투자자들의 투자성과 개선에 얼마나 기여하는 지에 대한 엄밀한 계량적 평가는 거의 이루어지지 못하였다. 물론 구분일, 엄영호, 지현준(2007), 남경태, 조훈(2009) 등 구조화 파생상품을 직접적으로 다룬 관련 연구를 일부 찾을 수 있지만, 이들은 대부분 구조화 파생상품의 가격 적정성 또는 기초자산에 미치는 영향력 분석에 초점을 두고 있다. 따라서 이들 선행연구만으로는 구조화 파생상품에 대한 투자가 과연 경제적 효용을 가져다 줄 수 있는 것인지, 혹은 가져다 줄 수 있다면 어떤 유형의 투자자에게 얼마만큼 가져다 줄 수 있을지를 이해하기에는 한계가 명확하다. 이러한 현상은 해외에서도 마찬가지인데, Breuer and Perst(2007), Branger and Breuer(2008), Henderson and Pearson(2011), Das and Statman(2013) 등과 같은 일련의 최근 연구들이 나타나기 전까지만 해도 구조화 파생상품에 대한 대부분의 선행 연구들은 주로 발행가격의 적정성 검증에 초점을 맞추고 있었다. 더욱이 전문한 이들 해외 선행연구들조차도 국내에서 활발히 발행되는 구조화 상품과는 다른 유형의 비교적 단순한 상품들을 다루고 있기 때문에, 이를 그대로 국내 시장에 적용하는 것은 적절치 않다는 한계점이 존재한다.

이와 같이 구조화 파생상품의 투자 효용을 살펴본 연구가 매우 드문 이유는 다음과 같은 몇 가지 사실들에 기인한다. 우선 이론적 관점에서 보면, 이색옵션(exotic option)이 대거 포함된 구조화 파생상품의 이론가격을 평가하는 것 자체만으로도 상당히 복잡한 과정을 거쳐야 하는데, 해당 상품의 투자 효용을 정량적으로 평가하기 위해서는 수익률 분포(즉, risk-return profile)를 세부적으로 파악해야 하는 만큼 더욱 복잡한 문제에 직면할 수밖에 없다. 일례로 Haugh and Lo(2001), Carr and Madan(2001), Liu and Pan(2003) 등의 연구에서는 표준 파생상품(plain-vanilla derivatives)이 포함되었을 때 최적자산배분결과를 이론적으로 보인 바 있는데, 그들이 제시한 모형의 복잡성을 고려하면 표준 파생상품보다 훨씬 더 복잡한 구조를 가지는 구조화 파생상품의 사례로 이를 확장하기란 매우 어려운 일임을 쉽게 짐작할 수 있다. 다음으로 실증적 관점에서 볼 때, 구조화 파생상품은 대부분 장외상품인데다 일단 발행되고 나면 거의 유통되지 않는 특성을 지니고 있기 때문에, 이들 상품의 수익률 분포를

유통시장에서 직접 추정하기가 쉽지 않다는 어려움이 있다. 이러한 어려움은 장내옵션의 경우와 비교해 보면 명확하게 드러난다. 즉, 장내옵션시장을 분석한 Driessen and Maenhout (2007), 최병욱(2009), 강병진, 최영민(2014) 등의 선행연구에서는 가장 거래가 활발한 최근 월물 옵션의 사후적인 실현 수익률을 매월 측정하여 옵션의 경험적(역사적) 수익률 분포를 도출하고, 이들의 투자효율을 실증적으로 평가할 수 있었다. 그러나 주가연계증권 등과 같은 구조화 파생상품의 경우 만기가 최소 6개월 이상인 반면, 그 역사는 10년 남짓에 불과하기 때문에 실증분석에 요구되는 독립적인 수익률 측정치를 충분히 확보하기가 대단히 어렵다. 일례로 과거 10년 간 발행된 조기상환형 주가연계증권의 사후적 실현 수익률을 모두 알고 있다 하더라도, 이들 주가연계증권의 최소 만기가 6개월가량 된다는 점을 고려할 때 중복(overlapping)이 배제된 독립적인 실현 수익률 관측치는 20개 남짓에 불과하다. 따라서 이러한 소표본(small sample)만으로 체계적인 실증분석을 수행하기가 어려움은 쉽게 짐작할 수 있다. 마지막으로 실무적 관점에서 볼 때, 구조화 파생상품에 대한 투자(특히 기관투자자의 경우)는 대부분 저금리 환경에서 발생하는 투자 수익률의 하락을 방지하기 위한 정책적 고려에 따라 수행되는 경우가 많다. 일례로 국내 주요 공적기금들의 경우 투자지침서(IPS) 상 주식에 대한 투자가 매우 제한적으로만 가능하거나 혹은 심지어 불가능한 경우도 많은데, 최근과 같이 채권 투자의 기대수익률이 낮은 저금리 환경에서는 기금의 목표수익률을 달성하기 위해 불가피하게 주가연계증권이나 구조화채권 등과 같은 상품들을 투자 대상으로 고려할 수밖에 없다. 이러한 경우 구조화 파생상품에 대한 투자의사결정은 엄밀한 정량분석에 바탕을 두기보다는 전략적 또는 정책적 고려에 따라 수행될 가능성이 높음을 부인하기 어렵다.

이상에서 논의한 바와 같이 구조화 파생상품의 투자효율을 분석하기 쉽지 않음에도 불구하고 이에 대한 연구가 필요함은 분명한 사실이다. 우선 구조화 파생상품 중 주가연계증권만 하더라도 연간 발행규모가 2014년 기준으로 70조 원을 상회하고 있는 현재 시장 상황에서 이들의 특성과 경제적 효용에 관한 학술연구가 부족하다는 현실은 개선될 필요가 있다. 또한 이들 상품의 복잡성을 고려할 때 일반(비전문) 투자자들의 경우 해당 상품의 위험이나 효용을 쉽게 이해하기 어려운 만큼, 투자자 보호 측면에서도 이에 대한 구체적인 논의가 필요함은 당연하다.

이에 본 연구에서는 “자동조기상환형 주가연계증권(Auto-Callable ELS; 이하에서 AC_ELS 라고 지칭하기로 함)”의 투자 효용을 포트폴리오 측면, 즉 최적자산배분의 관점에서 실증적으로 분석하기로 한다. 본 연구는 (1) AC_ELS를 분석한다는 점, (2) 포트폴리오의 관점에서

투자 효용을 분석한다는 점, (3) 이론적 최적해의 도출이 아닌 실증분석에 초점을 두고 있다는 점에서 특징이 있다. 우선 본 연구에서 여러 구조화 파생상품 중에서도 특히 AC_ELS를 분석하고자 하는 이유는 명백하다. 바로 국내 구조화 파생상품시장에서 가장 큰 발행규모를 자랑하는 대표적인 상품임에도 불구하고, 국내외 선행연구를 통해 이러한 유형의 상품이 가지는 투자 효용을 학술적/체계적으로 분석한 사례가 거의 전무하기 때문이다. 다음으로 이러한 구조화 파생상품의 투자 효용을 단일 자산의 관점에서가 아닌 포트폴리오 관점에서 분석하고자 하는 이유는 대부분의 투자자들이 이들 구조화 파생상품에 대한 투자를 전통적인 주식, 채권 투자의 한계를 보완하는 보조적 수단으로 활용하기 때문이다. 따라서 구조화 파생상품을 단일 자산으로 놓고 위험 대비 수익률을 평가하는 것보다는 전체 포트폴리오의 관점에서 투자 성과를 개선하는데 얼마나 기여하는지를 살펴보는 것이 보다 바람직한 연구 방향일 것이다. 마지막으로 전술하였다시피 이러한 구조화 파생상품은 수익률의 확률 분포를 이론적으로 파악하기가 대단히 복잡하기 때문에, 이들이 포함되었을 때의 최적자산배분 모형을 이론적으로 도출하기란 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 주가의 과거 시계열 자료로부터 추정된 통계적 모형을 바탕으로 시뮬레이션 방법에 의해 AC_ELS의 수익률 분포를 도출한 후, 최적자산배분을 실증 분석하기로 한다.

매 6개월마다 초기상황이 가능하고 만기가 3년이며 일정한 조건이 충족될 시 원금손실이 발생 가능한 가장 전형적인 AC_ELS를 대상으로 분석한 결과, 우리는 다음과 같은 사실들을 발견하였다. 첫째, 포트폴리오 선택을 위한 이론적 의사결정모형에 따라 AC_ELS의 투자 효용이 크게 달라질 수 있음을 확인하였다. 즉, 기대효용이론(expected utility theory) 또는 전망이론(prospect theory)에 기초한 포트폴리오 선택 모형에서는 대부분의 상황에서 AC_ELS가 최적 포트폴리오에 포함되지 않는 잉여자산(redundant asset)에 불과한 반면, 안전우선이론(safety first theory)에 기초한 포트폴리오 선택 모형에서는 최적 포트폴리오에 AC_ELS가 대부분 포함되는 것으로 나타났다. 이러한 결과는 손실빈도보다는 기대손실의 크기가 위험의 중요한 척도로 사용되는 기대효용이론이나 전망이론에서는 AC_ELS의 투자 효용이 크지 않은 반면, 위험 측정에서 손실빈도의 중요성이 강조되는 안전우선이론에서는 그 효용이 클 수 있음을 입증하는 결과이다. 둘째, AC_ELS의 세부 발행구조(초기상황조건 등)를 변경하거나, 합리적인 수준의 발행 수수료를 추가 고려하거나, 혹은 심지어 글로벌 금융위기에 따른 영향 등을 고려하더라도 이러한 결론에 본질적인 차이는 없는 것을 확인하였다.

이러한 본 연구의 결과는 기대효용이론이나 전망이론에 비해 상대적으로 실무에서 널리 활용되는 안전우선이론 하에서 AC_ELS의 효용 가치가 높아질 수 있음을 보여주는 것이며, 최근 나타나고 있는 관련 시장의 폭발적인 성장 원인을 이해하는데 단초를 제공해 줄 것으로 기대된다.

본 논문의 이하 구성은 아래와 같다. 제II장에서는 본 연구에서 다룰 AC_ELS의 구조와 특징을 간략히 소개한다. 제III장에서는 최적자산배분을 위한 포트폴리오 선택모형과 실증분석 방법론을 설명한다. 제IV장에서는 표본자료 및 실증분석 결과를 제시한다. 제V장에서는 결과의 강건성을 검증하고, 마지막으로 제VI장에서는 결론 및 향후 연구 방향을 제시한다.

II. 자동조기상환형 주가연계증권

AC_ELS는 국내 시장에서 발행되는 대표적인 주가연계증권으로써, 2004년 첫 출시된 이후 지금까지도 꾸준한 인기를 끌고 있다. 그 동안 기초자산의 유형, 조기상환조건 및 원금손실 조건의 적용방식 등에 있어서는 다양한 변화가 이루어져 왔으나, 기본적인 구조는 크게 달라지지 않았다. 본 연구에서는 분석의 편의를 위해 우선 아래와 같은 가장 전형적인 “3년 만기 6-chance AC_ELS”를 상정한 후, 그 특징을 살펴보고 이후의 실증분석에서도 활용하기로 한다.

- 기초자산: KOSPI200 지수
- 만기: 3년
- 조기상환기회: 매 6개월마다 가능하며, 조기상환이 이루어지게 되면 약속된 이자와 원금을 즉시 지급하고 종료됨
- 조기상환조건
 - 1st 조기상환일에 기초자산가격이 기준가격의 95% 이상: C/2의 이자를 지급
 - 2nd 조기상환일에 기초자산가격이 기준가격의 95% 이상: 2C/2의 이자를 지급
 - 3rd 조기상환일에 기초자산가격이 기준가격의 90% 이상: 3C/2의 이자를 지급
 - 4th 조기상환일에 기초자산가격이 기준가격의 90% 이상: 4C/2의 이자를 지급
 - 5th 조기상환일에 기초자산가격이 기준가격의 85% 이상: 5C/2의 이자를 지급

- 6th 조기상환일에 기초자산가격이 기준가격의 85% 이상: 6C/2의 이자를 지급
- 단, 기준가격은 ELS 발행일 당시 KOSPI200 지수이며, C는 사전에 약속된 연간 표면이율
- 만기상환조건
 - 조기상환조건을 모두 충족하지 못한 경우, 아래의 두 시나리오에 따라 원리금을 지급
 - (1) 발행 이후 3년 간 한 번이라도 기초자산가격이 기준가격의 60% 미만으로 하락하지 않은 경우: 6C/2의 이자와 원금을 모두 지급
 - (2) 발행 이후 3년 간 한 번이라도 기초자산가격이 기준가격의 60% 미만으로 하락한 적이 있는 경우: 원금 손실이 가능하며, 투자원금에 (만기일 추가/기준가격)을 곱한 금액을 지급

이와 같은 AC_ELS는 채권과 내재옵션으로 분해할 수 있으며, 내재옵션은 다시 디지털 콜옵션(digital call option)과 낙인배리어 풋옵션(knock-in barrier put option)으로 분해된다. 즉, 고객은 조기상환조건이 충족될 때마다 주가 수준에 관계없이 일정한 수익을 수취하므로, 이는 고객 입장에서 디지털 콜옵션을 매입한 것과 유사하다. 한편 중도에 주가가 일정 수준 이하로 떨어지는 경우에는 원금 손실이 발생할 수 있으므로 이를 고객 입장에서 해석하면 낙인배리어 풋옵션을 매도한 것과 유사하다. 물론 이 때 고객이 매입한 디지털 옵션과 매도한 배리어 옵션은 독립적이지 않고 서로 연관되어 있다는 점에서, 표준적인 디지털 및 배리어 옵션은 아니며 변형된 형태의 것임에 유의할 필요가 있다.¹⁾ 이러한 AC_ELS의 경우 비록 투자자가 기대할 수 있는 최대 수익은 제한되어 있는데도 원금 손실까지도 발생할 수 있는 구조이지만, 투자자의 입장에서는 총 6회에 걸친 조기상환기회가 주어진다는 점에서 비교적 안정적이라고 간주될 여지가 있다. 또한 발행자의 입장에서도 비록 표면적인 만기는 3년이지만 조기상환을 고려하면 실질만기는 3년보다 훨씬 축소될 수 있다는 점에서, “조기상환 후 재발행”을 통한 수수료 수입의 극대화를 추구할 수 있다는 이점이 있다. 이와 같이 AC_ELS는 투자자와 발행자의 요구를 동시에 충족시킬 수 있다는 점에서 주가연계증권시장의 대표적인 상품으로 확고히 자리매김하고 있으나, 구조의 복잡성 때문에 사실 일반 투자자들이 해당 상품에 내재된 위험과 수익의 특성을 정확히 파악하기란 쉽지 않다.

1) 즉 조기상환조건이 충족되면 원금손실조건은 의미가 없을 뿐만 아니라, 조기상환조건들 간에도 이전의 조기상환조건이 충족되면 그 이후의 조기상환조건은 의미가 없어진다.

이에 본 연구에서는 본격적인 실증분석에 돌입하기에 앞서 전술한 AC_ELS의 위험 및 수익 특성을 몬테카를로 시뮬레이션(MCS) 방법에 의해 간략히 살펴보기로 한다. 분석의 편의를 위해 기초자산인 KOSPI200 지수는 Black and Scholes(1973) 모형에서 가정한 바와 같이 아래와 같은 GBM(Geometric Brownian Motion) 과정을 따른다고 가정하였으며, 시장위험 프리미엄($\mu - r_f$)과 변동성(σ)은 각각 {2%, 6%, 10%} 및 {15%, 20%, 30%}와 같이 다양한 조합으로 가정하였다.

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (1)$$

아울러 무위험이자율은 후술할 제IV장의 실증분석에서 사용한 2003년 1월~2015년 1월까지의 표본기간 동안 관찰된 91일 CD금리의 평균인 3.66%를 가정하였으며, <표 1>은 시뮬레이션 분석결과를 요약한 것이다.²⁾ 우선 세 번째 열의 표면이율은 주어진 시장위험 프리미엄과 변동성 수준에서 발행 당시 AC_ELS의 이론가격이 액면가와 동일해지도록, 즉 발행사의 수수료 수익을 0으로 가정하고 계산한 연간 지급이자율이다. 예를 들어, 고(高)변동성 시기에 해당하는 $\sigma = 30\%$ 일 때에는 해당 AC_ELS의 표면이율을 연간 14.67%가 되도록 설계할 수 있는 반면, 저(低)변동성 시기에 해당하는 $\sigma = 15\%$ 일 때는 설계 가능한 최대 표면이율이 4.61%로써 무위험이자율 대비 약 1% 남짓 높은 것에 불과하다. 이는 결국 AC_ELS 투자자는 변동성 순매도(net short position) 포지션이라는 사실을 함의한다.

<표 1>에서 주목할 만한 부분은 각 시장 환경에서 조기상환확률과 원금손실확률을 추정한 4열~10열의 결과이다. 이를 살펴보면, 우리는 시장위험프리미엄이나 변동성의 수준에 관계없이 AC_ELS의 근본적인 가치는 첫 번째 조기상환옵션에 있음을 확인할 수 있다. 즉, 첫 번째 조기상환시점에서 조기상환이 발생하여 수익이 확정될 가능성은 약 60%~85%로 매우 높은 반면, 두 번째 조기상환시점에서 조기상환 될 확률은 10% 내외로 대폭 감소하며, 그 이후의 조기상환시점에서는 그 확률이 5% 내외 또는 그 이하일 정도로 매우 낮다. 이는 결국 AC_ELS에 투자하는 투자자의 경우 만기까지 보유하여 약속된 누적이자를 모두 받으리라는 기대보다는 6개월간 투자하여 약속된 6개월치의 수익만 받는 것을 기대하는 것이 보다 합리적임을 의미한다.

2) 시뮬레이션 분석의 편의를 위해 주별(weekly)로 주가의 경로를 생성하였을 때의 결과이며, 이를 일별(daily)로 더 세밀하게 생성하여도 결과에 본질적인 차이는 없다.

이와 같이 AC_ELS에서 첫 번째 조기상환확률이 극히 높은 반면, 그 이후의 조기상환확률들은 대폭 감소하게 되는 원인은 명백하다. 즉, 첫 번째 조기상환옵션의 경우 기초자산가격이 기준 가격에서 출발하는 반면 옵션의 행사가격(즉, 조기상환조건)은 기준가격의 95%에 불과하므로 내가격(In the money) 옵션이다. 반면 두 번째 조기상환옵션의 경우 첫 번째 조기상환시점에 조기상환이 이루어지지 않았을 때에만 유효한 옵션이므로, 옵션의 유효일(즉, 첫 번째 조기상환일)에 기초자산의 가격이 기준가격의 95% 미만인 반면 행사가격은 기준가격의 95%이므로 외가격(Out of the money) 옵션이다. 따라서 첫 번째 조기상환옵션에 비해 두 번째 조기상환옵션의 행사확률이 대폭 감소함은 당연한 결과이다. 다음 절에서는 이러한 AC_ELS의 구조적 특성을 염두에 두고, 본격적인 실증분석을 위한 포트폴리오 선택 모형과 실증분석방법론을 구체적으로 설명하기로 한다.

〈표 1〉 자동조기상환형 주가연계증권(AC_ELS)의 특징 개요

GBM(Geometric Brownian Motion) 모형 하에서 몬테카를로 시뮬레이션(MCS)을 통해 3년 만기 6-chance AC_ELS의 조기상환확률 및 원금손실확률을 계산한 결과이다. AC_ELS의 세부 구조 및 발행 당시 시장환경은 본문에서 가정한 바와 동일하며, 표면이율은 AC_ELS의 이론가격과 투자원금을 동일하게 만들어 주는 연간 최대 지급이자이다. 시뮬레이션 회수는 총 10,000번을 기준으로 한다.

$\mu - f_f$	σ	표면이율(%)	조기상환확률 및 원금손실확률						
			1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	손실확률
2%	15%	4.61	75.77	9.11	6.61	2.06	2.14	3.39	0.92
	20%	7.19	68.81	9.97	7.17	3.07	2.81	4.15	4.02
	30%	14.67	60.39	10.92	7.44	3.09	3.00	2.75	12.41
6%	15%	4.61	81.04	8.78	5.40	1.62	1.37	1.55	0.24
	20%	7.19	73.63	10.34	6.54	2.40	2.25	2.80	2.04
	30%	14.67	63.97	11.32	7.18	3.28	3.07	2.42	8.76
10%	15%	4.61	85.71	8.10	3.66	1.17	0.66	0.61	0.09
	20%	7.19	78.02	9.73	5.99	2.01	1.59	1.68	0.98
	30%	14.67	67.43	11.40	6.94	3.40	2.59	2.18	6.06

Ⅲ. 연구모형

AC_ELS가 포함될 때의 최적자산배분을 분석하기 위해서는 우선 포트폴리오 선택 모형이 정의되어야 하며, 다음으로 해당 주가연계증권의 수익률 분포를 경험적으로 파악하기 위한

실증분석방법론이 구축되어야 한다. 이에 본 절에서는 이들을 중점적으로 소개하기로 한다.

1. 포트폴리오 선택 모형

재무/금융 분야에서 전통적으로 널리 활용되는 포트폴리오 선택 기준 중 하나는 기대효용(expected utility)을 극대화하는 것이다. 그러나 주가연계증권과 같이 옵션적 성격이 강한 상품이 포함될 경우, 기대효용만으로는 투자의 효용을 제대로 측정하기 쉽지 않을 수 있다. 이에 본 연구에서는 최근 행동재무학 등에서 널리 각광받고 있는 전망이론(prospect theory)에 근거한 손실회피적(loss aversive) 투자자를 가정한 모형과, 실무에서 널리 활용되고 있는 Telser(1956)의 안전우선이론(safety first theory)을 확장한 Das(2010)의 포트폴리오 선택 모형을 추가적으로 활용하기로 한다. 아울러 논의의 편의를 위해 투자 가능한 자산 군은 무위험채권, 주식, 그리고 이 주식을 기초자산으로 하는 AC_ELS 등 총 세 가지라고 가정하며, 단일기간모형(single period model)을 준용하기로 한다. 이 때 조기사환 가능성으로 인하여 만기가 불확실한 AC_ELS를 단일기간모형 내에서 어떻게 다룰 지는 후술할 III.2절의 실증 분석방법론에서 상세히 기술하기로 한다. 아래는 이들 포트폴리오 선택 모형들을 간략히 정리한 것이다.

1.1 기대효용이론(Expected Utility Theory)

기대효용이론 하에서 최적 포트폴리오는 아래와 같은 최적화 문제를 풀어 도출된다.

$$\begin{aligned} \max_{\alpha_S, \alpha_E} E(U(W_T)) & \quad (2) \\ \text{s.t. } W_T &= W_0(1+r_f + \alpha_S(r_S - r_f) + \alpha_E(r_e - r_f)), \end{aligned}$$

단, W_0 와 W_T 는 각각 초기 시점 및 만기 시점의 부(wealth), r_f , r_S , r_E 는 각각 무위험채권 수익률, 주식 수익률, 주가연계증권의 수익률, α_S 와 α_E 는 각각 주식 및 주가연계증권에 대한 투자비중을 의미함.

본 연구에서는 투자자의 효용함수로서 선행연구들에서 가장 널리 활용되고 있는 아래의 멱효용함수(power utility function)를 가정하기로 한다.

$$U(W_T) = \begin{cases} \frac{1}{1-\gamma} W_T^{1-\gamma}, & \gamma \neq 1, \gamma > 0 \\ \ln W_T, & \gamma = 1 \end{cases} \quad (3)$$

단, γ 는 투자자의 위험회피성향을 나타내는 계수(coefficient of risk aversion)를 의미함.

위 식 (3)을 식 (2)에 대입하면 최적투자비중 α_s^* 와 α_E^* 는 Ait-Sahalia and Brandt (2001) 등에서의와 같이 GMM(Generalized Method of Moments) 기법에 의해 쉽게 추정할 수 있다. 한편 투자자의 위험회피성향을 나타내는 계수 γ 는 Rosenberg and Engle(2002), Bliss and Panigirtzoglou(2004), Bakshi and Madan(2006), Corrado and Miller(2006), Kang and Kim(2006), Kang, Kim, and Yoon(2010), 변석준, 윤선중, 강병진(2007) 등의 연구결과를 참고하여 적절한 값을 가정하기로 한다.³⁾

1.2 (누적)전망이론((Cumulative) Prospect Theory)

Kahneman and Tversky(1979), Tversky and Kahneman(1992) 등에 의해 정립된 (누적) 전망이론은 행동재무학(behavioral finance)의 근간을 이루는 의사결정이론으로써, 투자자들이 최종적인 부(wealth)의 수준보다는 손실(loss)과 이익(gain)의 잠재적 가치에 기초하여 투자의사결정을 하게 됨을 말하고 있다. 이와 같은 (누적)전망이론에서는 투자자들이 손실 회피적(loss averse)임을 가정하고 있는데, 이들의 투자의사결정은 아래와 같은 최적화 문제로 요약된다.

$$\begin{aligned} \max_{\alpha_S, \alpha_E} V &= \sum_{i=1}^m \pi_i V_L(X_i) + \sum_{i=m+1}^n \pi_i V_P(X_i), \quad X_1 \leq \dots \leq X_m \leq R.P. \leq X_{m+1} \leq \dots \leq X_n \quad (4) \\ \text{s.t.} \quad X &= r_f + \alpha_s(r_S - r_f) + \alpha_E(r_E - r_f) \end{aligned}$$

단, V 는 가치함수(value function)로써 V_L 은 손실영역에 대한 가치함수, V_P 는 이익영역에 대한 가치함수, π_i 는 결정가중치(decision weight), X_i 는 포트폴리오의 수익률을 크기순으로 정렬한 것, $R.P.$ 는 손실과 이익을 구분하는 준거점(reference point)을 각각 의미함.

3) 이들의 연구에서 보고된 위험회피계수의 추정값은 최소 1.03에서 최대 17.33까지이다.

위 식 (4)에서 가치함수는 일반적으로 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$V(X) = \begin{cases} V_L = -\lambda \frac{(-X)^\beta}{\beta}, & \text{if } X < R.P. \\ V_P = \frac{1}{\beta} X^\beta, & \text{if } X \geq R.P. \end{cases} \quad (5)$$

단, $\beta(\leq 1)$ 는 가치함수의 곡률을 결정하는 계수, $\lambda(> 0)$ 는 손실회피계수(degree of first order risk aversion)를 각각 의미함.

Tversky and Kahneman(1992)의 경우 위 식 (4)에서 $\lambda = 2.25$, $\beta = 0.88$ 을 제안하였지만, 본 연구에서는 Driessen and Maenhout(2007)의 연구를 준용하여 $\lambda = \{1.25, 2.25\}$ 로, $\beta = \{0.80, 1\}$ 로 가정한 후 실증분석에 적용하기로 한다. 이와 같이 정의된 가치함수는 전통적인 효용함수와는 달리 절대적 부의 수준이 아닌 상대적 부의 수준에 좌우될 뿐만 아니라, 준거점을 기준으로 S자 형태의 비대칭적 모습을 보인다는 특징이 있다. 한편 극단적 수익률에 대한 투자자들의 과잉반응은 이들 수익률이 발생할 사건에 대한 주관적 평가확률이 객관적 발생확률보다 더 높음을 의미하며, 이는 위 식 (4)의 결정가중치 π_i 를 아래와 같이 가정하는 것으로 반영된다.

$$\pi_i = \begin{cases} \phi(p_i) - \phi(p_{i-1}), & \text{if } X_i < R.P. \\ \phi(1-p_{i-1}) - \phi(1-p_i) & \text{if } X_i \geq R.P. \end{cases} \quad \phi(p) = \frac{p^c}{(p^c + (1-p)^c)^{1/c}} \quad (6)$$

단, p_i 는 $X_1 \leq \dots \leq X_n$ 의 순으로 포트폴리오 수익률을 정렬하였을 때 X_1 부터 X_i 까지의 수익률이 발생할 누적확률(cumulative probability), c 는 결정가중치의 형태를 결정하는 계수임.

만약 $c = 1$ 인 경우에는 모든 수익률에 대해 동일한 가중치가 부여되기 때문에 주관적 평가확률과 객관적 발생확률을 동일하게 간주하게 되는 반면, $c < 1$ 인 경우에는 극단적 수익률에 대한 결정가중치가 높게 부여되기 때문에 이들 극단적 수익률들에 대해서는 객관적 발생확률보다 주관적 평가확률을 더 높게 부여하게 됨을 의미한다. 본 연구에서는 선행

연구들의 사례를 참고하여 $c = \{0.80, 1\}$ 로 가정한 후, 실증분석에 적용하기로 한다.

1.3 안전우선이론(Safety First Theory)

Roy(1952), Telser(1956), Kataoka(1963) 등에 의해 발전된 안전우선이론은 Das et al. (2010)에서와 같이 “shortfall 위험”에 대한 제약조건 하에서 기대수익률을 극대화시키는 문제와 일맥상통하며, 이는 아래와 같은 최적화 문제로 귀결된다.

$$\begin{aligned} \max_{\alpha_S, \alpha_E} E(r_p) &= E(r_f + \alpha_S(r_s - r_f) + \alpha_E(r_E - r_f)) \\ \text{s.t.} \quad \Pr(r_p \leq H) &\leq \delta \end{aligned} \quad (7)$$

단, r_p 는 포트폴리오의 수익률, H 는 임계수익률(threshold return)로써 안전우선이론에서는 최저한계수준(subsistence level)과 동일한 개념, δ 는 포트폴리오의 수익률이 임계수익률 이하로 떨어져도 용인되는 최대 허용확률을 의미한다.

위 식 (7)과 같이 “shortfall 위험”에 대한 제약조건 하에서 투자의사결정이 이루어지는 사례는 실제 현실에서 널리 찾아볼 수 있다. 대표적으로 국민연금(NPS) 등과 같은 주요 공적 연기금들의 경우, “향후 1년 간 운용수익률이 소비자물가상승률보다 하락할 확률이 10% 이내가 될 것” 등과 같이 이러한 요건을 자산운용지침에 명시하고 있다. 전술한 국민연금 예에서는 소비자물가상승률을 임계수익률 H 로 설정하고 최대 허용확률 δ 를 10%로 설정하였지만, 이러한 $\{H, \delta\}$ 의 조합은 다양하게 설정될 수 있다. 특히 Das et al.(2010), Das and Statman(2013) 등과 같이 행동재무학의 관점에서 포트폴리오 선택을 다루는 경우에는 동일한 투자자가 $\{H, \delta\} = \{r_f, 0.1\%, \{-10\%, 5\%\}$ 등과 같이 서로 다른 판단 기준을 가지는 복수의 심리계정(mental accounts)을 가질 수 있으며, 각각의 심리계정에서 투자의사결정이 독립적으로 이루어짐을 가정하고 있다. 예를 들어 $\{H, \delta\} = \{r_f, 0.1\%\}$ 인 경우는 99.9%의 확률로는 무위험이자율 이상의 수익을 기대하고 있으므로 이는 매우 안정적인 자산운용을 추구하는 노후자금 등과 관련된 심리계정으로 해석할 수 있으며, $\{H, \delta\} = \{-10\%, 5\%\}$ 인 경우는 -10% 이하의 수익이 발생할 확률도 5%까지는 감수할 수 있음을 의미하므로 이는 비교적 공격적인 자산운용을 추구하는 여유자금 등과 관련된 심리계정으로 해석할 수 있다. 이에 본 연구에서도 다양한 $\{H, \delta\}$ 의 조합을 가정한 후, AC_ELS의 투자효용을 실증분석하기로 한다.

2. 실증분석방법론

식 (2)~식 (7)의 모형들을 적용하기 위해서는 각 자산의 수익률 분포를 추정해야 한다. 그런데 이 중 무위험채권과 주식의 수익률 분포는 여러 선행연구들에서 널리 활용되어온 표준적인 방법을 적용하여 비교적 쉽게 추정될 수 있으나, AC_ELS의 수익률 분포를 추정하는 것에는 한 가지 난관이 존재한다. 즉, AC_ELS는 조기상환 여부에 따라 만기가 불확실하기 때문에, 식 (2)~식 (7)에서와 같은 단일기간 모형을 적용함에 있어서 만기 시점(즉, 식들에서 T 시점)을 언제로 설정해야 할지를 사전에 확정하기가 불가능하다.

이에 본 연구에서는 AC_ELS의 투자 종료시점(T)을 첫 번째 조기상환시점인 6개월 후로 설정한 후, 만약 (1) 첫 번째 조기상환일에 조기상환이 발생하면 이 때 추측하는 원리금 합계를 이용하여 보유기간 수익률을 계산하고, (2) 첫 번째 조기상환일에 조기상환이 발생하지 않으면 환매를 가정하여 동 시점의 이론가격(즉, 공정가액)을 바탕으로 추가연계증권의 보유기간 수익률을 측정하기로 한다. 이와 같이 추가연계증권의 수익률 분포를 추정하는 것은 다음과 같은 논리에 기초하고 있다. 우선, 제II장의 시뮬레이션 분석에서 살펴본 바와 같이 AC_ELS는 대부분 첫 번째 조기상환일에 조기상환될 확률이 최소 60% 이상이며, 특히 최근에 주로 인기를 끌고 있는 신상품들의 경우 첫 번째 조기상환조건을 더욱 완화함으로써 첫 번째 조기상환확률이 80%~90%에 육박하는 상품이 다수를 차지한다. 따라서 이들 상품에 투자하는 투자자들이 일차적으로 목표하는 투자기간은 대개 첫 번째 조기상환일까지, 즉 6개월일 가능성이 높다. 다음으로, AC_ELS는 거래 가능한 상품이 아니기 때문에 일단 발행되고 나면 시장가격이 관찰되지 않지만, 이론모형에 따라 이론가격(즉 공정가액)이 공개되고 환매 시에는 이를 근거로 환매가 이루어지도록 감독당국에 의해 권고되고 있다.⁴⁾ 따라서 비록 시장가격은 아니지만, 전술한 바와 같이 첫 번째 조기상환일에 조기상환이 발생하지 않은 경우에는 발행가격과 첫 번째 조기상환일의 이론가격에 근거하여 6개월 동안의 보유기간 수익률을 측정하더라도 비현실적인 가정은 아니다.

이러한 방법으로 AC_ELS의 발행 이후 초기 6개월 간 투자수익률에 대한 확률분포를 추정하기 위해서는 (1) 발행 이후 6개월 동안 기초자산 가격이 어떻게 변화할지를 예측할 통계적 모형, (2) AC_ELS의 이론가격을 평가할 옵션가치평가모형에 대한 선택이 필요하다. 이 중 (1)의

4) 환매수수료에 대한 감독당국의 현행 기준은 6개월 이후 시점부터는 공정가액의 95% 이상을 지급하도록 규정하고 있다.

경우는 과연 6개월이 지난 시점에서 조기상환이 이루어질지, 혹은 조기상환이 이루어지지 않았다면 해당 기간 동안 원금손실조건을 충족시킨 적은 있는지 등을 확인하기 위해 요구되는 사항이다. 다음으로 (2)는 AC_ELS의 발행 당시 기준가격 산정 시에도 필요할 뿐만 아니라, 만약 첫 번째 조기상환시점에서 조기상환이 이루어지지 않았다면 당시의 이론가격을 산정하기 위해서도 공통적으로 필요한 사항이다. 이에 본 연구에서는 Engle(1982), Bollerslev(1986) 등에 의해 제안된 GARCH(Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) 모형, 그 중에서도 특히 주가와 변동성 간에 존재하는 부(-)의 상관관계를 잘 설명할 수 있는 Glosten, Jagannathan, and Runkle(1993)의 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 사용하여 추가 시나리오 생성 및 AC_ELS의 가치평가에 활용하기로 한다. Duan(1995), Duan, Gauthier, Simonato, and Sasseville(2006) 등에 의해 논의된 바와 같이 GJR-GARCH(1, 1) 모형은 실제 측도 P(physical probability measure)하에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ln \frac{S_{t+1}}{S_t} = r + \varphi \sqrt{h_{t+1}} - \frac{1}{2} h_{t+1} + \sqrt{h_{t+1}} \epsilon_{t+1}, \quad \epsilon_t \sim N(0, 1) \quad (8)$$

$$h_{t+1} = \omega + \alpha h_t \epsilon_t^2 + \beta h_t + \eta h_t \max(0, -\epsilon_t)^2$$

단, $\omega > 0$, $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\eta \geq 0$, $\alpha + \beta + \frac{1}{2}\eta < 1$ 임.

잘 알려져 있듯이 위 식 (8)의 GJR-GARCH(1, 1) 모형은 일반적인 GARCH(1, 1) 모형에 Black(1976), Christie(1982) 등이 주장한 레버리지 효과(leverage effect)를 포함시킨 모형이며, 이는 계수 η 에 의해 설명된다. 강장구, 류두진(2009)의 연구에서 보고한 바와 같이 KOSPI200 주식시장에는 레버리지 효과에서 기인하는 변동성의 비대칭적 반응이 존재하며, 특히 외가격 옵션의 가치를 평가하는 데에는 일반적인 GARCH(1, 1) 모형보다는 GJR-GARCH나 NGARCH, GARCH-News 등과 같은 비대칭 모형들의 성과가 더 우수함이 알려져 있다. 본 연구에서 다루고 있는 AC_ELS는 조기상환조건이 기준가격보다 낮은데다 원금손실조건은 기준가격의 약 60% 수준에 불과하기 때문에, 외가격 및 심외가격(deep in the money) 옵션이 다수 포함되어 있다. 이에 GARCH 계열 중 변동성의 비대칭적 특성을 가장 쉽게 구현할 수 있는 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 준용하기로 한다.

다음으로 AC_ELS의 이론가격을 평가하기 위해서는 실제 측도 P가 아닌 위험중립측도(risk

neutral probability measure) Q하에서 수익률 및 조건부 분산이 어떻게 움직이는지를 모형화하여야 하며, 이는 Duan(1995)에서 제시된 바와 같이 “지역적 위험중립가치 평가관계 (locally risk neutral valuation relationship; LRNVR)”를 토대로 가능하다. 이에 따르면 실제 측도 P하에서 정의되는 식 (8)은 지역적 위험중립확률측도(locally risk neutralized probability measure) 하에서 아래와 같이 변환된다.⁵⁾

$$\ln \frac{S_{t+1}}{S_t} = r - \frac{1}{2} h_{t+1} + \sqrt{h_{t+1}} u_{t+1}, \quad u_t \sim N(0, 1) \quad (9)$$

$$h_{t+1} = \omega + \alpha h_t (u_t - \varphi)^2 + \beta h_t + \eta h_t \max(0, -(u_t - \varphi))^2$$

단, $\omega > 0, \alpha \geq 0, \beta \geq 0, \eta \geq 0$ $\beta + (\alpha + \eta N(\varphi))(1 + \varphi^2) + \eta \varphi n(\varphi) < 1$ ($N(\cdot)$ 과 $n(\cdot)$ 은 표준정규분포의 누적확률함수 및 확률밀도함수)

발행 당시 AC_ELS의 이론가격은 시장에서 예상하는 연간 평균 변동성 수준에 대응되는 조건부 분산 h_0 를 수치해석적 방법으로 도출한 후, 이를 바탕으로 위 식 (9)에 따라 몬테카를로 시뮬레이션 방법을 적용하여 산출한다. 한편 첫 번째 조기상환일에 조기상환이 발생하지 않은 경우 AC_ELS의 이론가격은 해당 시나리오에서 관측된 조기상환일의 조건부 분산 $h_{6,M}$ 을 기준으로 식 (9)에 따라 AC_ELS의 잔존만기 동안 몬테카를로 시뮬레이션 방법을 적용하여 산출하기로 한다. 이상의 논의를 요약하면 본 연구에서 주식 및 AC_ELS의 수익률 분포는 아래와 같은 과정을 거쳐 도출된다.

- (Step 1) 표본기간 동안 관찰된 주식의 수익률 자료를 바탕으로 GJR-GARCH(1, 1) 모형의 계수 $\{\omega, \alpha, \beta, \eta, \varphi\}$ 를 추정한다.
- (Step 2) 현재 시장환경에서 예상되는 연간 평균 변동성 수준을 가정한 후, 제II장에서 소개한 AC_ELS의 발행조건을 GJR-GARCH(1, 1) 모형에 따라 확정한다. 예를 들면, AC_ELS의 만기까지 예상되는 연간 평균 변동성 수준을 15%라고 가정하면, 이에 대응되는 조건부 분산 h_0 를 구하고, 이를 토대로 AC_ELS의 이론가격과 투자원금이 일치하는 발행조건(즉, 최대 표면이율)을 확정한다.

5) 이에 대한 구체적인 설명은 Duan(1995), Duan et al.(2006), 강장구, 류두진(2009)을 참고하기 바란다.

- (Step 3) Step 2에서 도출한 h_0 와 Step 1에서 추정된 $\{\omega, \alpha, \beta, \eta, \varphi\}$ 를 바탕으로 향후 6개월 간 주가지수의 수익률 시나리오를 생성한 후, 이로부터 (1) 주가지수의 수익률 분포를 도출하고, (2) AC_ELS의 조기상환 여부 및 원금손실조건 충족 여부를 점검한다.
- (Step 4) Step 3에서 첫 번째 조기상환일에 조기상환이 이루어지지 못한 시나리오에서는 동 시점에 관찰된 조건부 분산 $h_{6,M}$ 와 Step 1에서 추정된 $\{\omega, \alpha, \beta, \eta, \varphi\}$ 를 바탕으로 조기상환시점의 AC_ELS 이론가격을 평가한다.
- (Step 5) 첫 번째 조기상환이 이루어진 경우에는 약속된 확정수익으로, 그렇지 못한 경우에는 발행가격과 첫 번째 조기상환시점에 평가된 이론가격간의 차이로 AC_ELS의 수익률을 측정한다. 이로부터 수익률 분포를 도출한다.

IV. 분석 결과

1. 표본자료

국내에서 추가연계증권은 2002년 7월 증권회사의 장외파생상품 업무가 허용된 이후, 2003년부터 본격적으로 발행되기 시작하였다. 이에 본 연구에서는 2003년 1월부터 2015년 1월까지의 KOSPI200 지수 시계열 자료를 바탕으로 실증분석을 실시하기로 한다. 동 기간 동안 KOSPI200 지수는 약 3배 이상 상승하였으며, 연간 수익률 기준으로는 약 9.60% 남짓을 기록하고 있다. 아울러 본 연구에서 무위험채권 수익률로는 동 기간에 관찰된 91일 CD 금리 평균인 연 3.66%를 사용하기로 하며, 이는 결국 주식의 위험프리미엄을 약 6% 내외로 간주하게 됨을 의미한다. <표 2>의 패널 A는 이러한 KOSPI200 지수의 주간(weekly) 수익률을 바탕으로 식 (8)의 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 추정한 결과이다.⁶⁾

패널 A로부터 우리는 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있다. 첫째, GJR-GARCH(1, 1)

6) AC_ELS의 정확한 평가를 위해서는 기초자산의 관찰주기를 주간(weekly)보다는 일간(daily)으로 하는 것이 바람직함은 당연하다. 그러나 일별로 관찰하게 될 경우 계산상의 부담이 지나치게 커지기 때문에, 본 연구에서는 주별로 관찰하는 것을 가정하기로 한다. 아울러 AC_ELS의 수익률 분포를 도출함에 있어 관찰주기를 일별로 전제하는 것과 주별로 전제하는 것 사이의 차이는 크지 않으며, 그 차이가 본 연구의 실증결과에 영향을 미칠 정도는 아님을 확인하였다.

모형에서 레버리지 효과를 반영하는 η 의 추정값이 통계적으로 유의하며 양(+)이라는 사실로부터 국내 주식시장에서 주가가 하락할 때 변동성이 상승하는 현상이 유의하게 존재함을 알 수 있다. 둘째, 단위 위험프리미엄(φ)의 추정값은 0.0705이며, 이는 KOSPI200 주식시장에서 주가 변동성이 위험요인으로 어느 정도 작용하고 있음을 함의한다. 마지막으로 셋째, 조건부 분산 h_t 의 장기 평균값은 약 $0.0007496(= \omega / (1 - \alpha - \beta - 0.5\eta))$ 으로써, 이를 연간 평균 변동성 개념으로 환산하면 약 20%에 해당한다. 이에 본 연구에서는 AC_ELS의 발행 당시 시장에서 예상하는 연간 평균 변동성을 각각 {15%, 20%, 30%}로 가정하여 실증 분석하기로 하며, 이를 {저(低)변동성 시기, 중(中)변동성 시기, 고(高)변동성 시기}로 지칭하기로 한다.

〈표 2〉의 패널 B는 앞서 추정된 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 기초로 첫 번째 조기상환시점까지 6개월 동안 매주 KOSPI200 지수 및 조건부 분산의 시나리오를 10,000개씩 생성한 후, 이로부터 KOSPI200 지수 및 이를 기초자산으로 하는 AC_ELS의 보유기간(6개월) 수익률 분포를 도출한

〈표 2〉 GJR-GARCH(1, 1) 추정결과 및 표본생성자료의 특징

Panel A: GJR-GARCH(1, 1) 추정결과

아래 표는 2003년 1월~2015년 1월까지 관찰된 KOSPI200 지수의 주간 수익률과 91일 CD 금리를 바탕으로 식 (8)의 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 추정한 결과이다. ***와 **는 각각 1% 및 5% 유의수준에서 통계적으로 유의함을 의미한다.

Coefficient	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\eta}$	$\hat{\omega}$	$\hat{\varphi}$
Estimates	0.0951***	0.7750***	0.1189***	5.0694E-05***	0.0705**

Panel B: 주식 및 이를 기초자산으로 하는 AC_ELS의 수익률 분포

추정된 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 적용하여 주식 및 이를 기초자산으로 하는 3년 만기 6-chance AC_ELS의 수익률 분포를 몬테카를로 시뮬레이션에 의해 도출한 결과이다. AC_ELS의 이론가격은 식 (9)에 따라 측도 변환된 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 토대로 몬테카를로 시뮬레이션 방법에 따라 계산하였다. 발행 당시의 변동성 수준에 따라 표면이율이 달라지므로, GJR-GARCH(1, 1) 모형에서 추정된 장기 변동성 수준보다 낮은 저(低)변동성 시기(연 15%), 거의 유사한 중(中)변동성 시기(연 20%), 더 높은 고(高)변동성 시기(연 30%)로 구분하여 분석하였다. 모든 수익률들은 로그 수익률이 아닌 단순 수익률 기준으로 계산된 값이며, 수익률 분포를 도출하기 위한 시뮬레이션 회수는 총 10,000번을 적용하였다.

변동성 수준	자산	표면이율 (%)	수익률 평균(%)	하위 5PCT(%)	상위 5PCT(%)	표준편차 (%)	왜도 (SKEW)	첨도 (KURT)	1st 조기 상환확률
저(低)	주식	6.15	5.53	-12.03	23.56	10.89	0.0794	3.8245	0.8462
	AC_ELS		2.25	-2.37	3.08	2.61	-6.3847	73.5982	
중(中)	주식	7.63	6.82	-16.20	31.40	14.66	0.2325	4.1680	0.8059
	AC_ELS		2.68	-3.08	3.82	3.83	-6.9438	75.3614	
고(高)	주식	10.70	9.15	-24.51	46.87	22.44	0.5816	5.1115	0.7485
	AC_ELS		3.38	-7.06	5.35	7.05	-5.4599	39.5448	

결과이다. 이 때 AC_ELS의 발행 구조는 제II장에서 소개한 것과 동일한 가장 전형적인 구조를 가정하였으며, 발행 당시 시장에서 예상하는 연간 평균 변동성 수준에 따라 각각 저변동성(연평균 15%), 중변동성(연 평균 20%), 고변동성(연 평균 30%)인 경우로 구분하여 분석하였다. 패널 B로부터 우리는 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있다. 첫째, 변동성이 높은 시장 상황에서 발행되는 AC_ELS의 표면이율은 변동성이 낮은 시장 상황에서 발행되는 AC_ELS보다 더 높다. 즉, 향후 연 평균 예상 변동성이 15%일 때 발행되는 AC_ELS의 경우 연간 최대 지급이자를 6.15%로 밖에는 설계할 수 없지만, 연 평균 예상 변동성이 30%일 때 발행되는 AC_ELS의 연간 최대 지급이자는 10.70%까지 설계될 수 있다. 이는 AC_ELS 투자자의 변동성 포지션이 순매도임을 시사한다. 한편 제II장에서 Black and Scholes(1973, 이하 BS) 모형을 가정하고 AC_ELS의 이론가격을 평가하였던 <표 1>의 결과와 비교하면, <표 2>의 패널 B에서 관찰되는 최대 표면이율은 다르다. 즉, BS 모형에서는 연 평균 예상 변동성에 따라 표면이율이 최소 4.61%~최대 14.67%까지 설계되었던 반면, GJR-GARCH(1, 1) 모형에서는 표면이율이 최소 6.15%~최대 10.70%로 설계되고 있다. 이는 변동성의 평균회귀경향을 반영하고 있는 GJR-GARCH(1, 1) 모형에서는 비록 AC_ELS의 발행 당시 예상 변동성 수준이 낮거나 높더라도 중장기적으로는 평균으로 수렴할 것을 전제하고 있기 때문에, 발행 당시 변동성 수준이 표면이율에 미치는 효과가 상대적으로 작은 것에 기인한다. 둘째, 첫 번째 조기상환 시점까지 총 6개월 동안 KOSPI200 지수의 보유기간 수익률은 평균 5.53%~9.15%이며, 변동성이 높은 시장 상황에서 평균 수익률이 더 높다. 이러한 경향은 본 연구에서 사용한 GJR-GARCH(1, 1) 모형에서 단위 위험프리미엄이 양(+)의 상수로 추정되어, 변동성 수준이 높을수록 주식의 위험프리미엄이 상승하기 때문에 기인하는 것이다. 셋째, AC_ELS의 경우 변동성이 높을 때 발행된 것일수록 평균 수익률은 상승하는 반면, 수익률 표준편차 또는 1st 조기상환확률 등으로 측정되는 위험도 동시에 증가함을 확인할 수 있다. 아울러 5%의 확률로 발생 가능한 AC_ELS의 최대 수익률은 모두 표면이율의 절반에 불과하다. 이는 결국 AC_ELS에 대한 투자를 통해 6개월 동안 기대할 수 있는 수익은 거의 대부분의 경우에서 약속된 지급이자에 불과하고, 시장 환경(변동성 등)의 변화로 인해 이론가격(공정가액)이 상승하여 큰 자본이득(capital gain)이 발생할 가능성은 매우 낮다는 사실을 의미한다. 반면 5%의 확률로 발생 가능한 AC_ELS의 최저 수익률은 모두 음(-)의 값이며, 이는 6개월 후 AC_ELS에서 자본손실(capital loss)이 발생할 가능성이 최소 5% 이상 존재함을 의미한다.

2. 최적자산배분결과

〈표 3〉~〈표 5〉는 식 (2)~식 (7)에서 설명한 바대로 각각의 포트폴리오 선택 모형에서 주식/무위험채권/AC_ELS에 대한 최적투자비중을 추정한 결과이다. 무위험채권에 대한 투자비중은 주식과 AC_ELS에 대한 투자비중으로부터 확인 가능하므로 표에서 별도로 표기하지 않았으며, 분석과정에서 사용된 주식 및 AC_ELS의 수익률 분포는 〈표 2〉의 패널

〈표 3〉 최적자산배분결과-기대효용이론

식 (3)의 역효용함수를 바탕으로 기대효용을 극대화하기를 원하는 투자자의 최적 포트폴리오를 도출한 결과이다. γ 는 투자자의 위험회피성향을 나타내는 계수, α_s 는 주식에 대한 투자비중을, α_E 는 AC_ELS에 대한 투자비중을 각각 의미한다. 패널 A~패널 C는 주가연계증권의 발행 당시 시장에서 예상하는 연 평균 변동성 수준에 따라 발행구조(즉, 표면이율)가 달라질 수 있기 때문에, 시장 변동성 상황을 각각 저(低)변동성 시기(연 15%), 중(中)변동성 시기(연 20%), 고(高)변동성 시기(연 30%)로 구분하여 분석한 경우를 의미한다.

Panel A: 저(低)변동성 시기(연간 변동성 = 15%)

γ	1	2	5	10	20
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우					
α_s (%)	189.47	145.91	62.38	31.49	15.80
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우					
α_s (%)	189.47	145.91	62.38	31.49	15.80
α_E (%)	0	0	0	0	0

Panel B: 중(中)변동성 시기(연간 변동성 = 20%)

γ	1	2	5	10	20
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우					
α_s (%)	138.16	110.92	47.47	23.94	12.00
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우					
α_s (%)	138.16	110.92	47.47	23.94	12.00
α_E (%)	0	0	0	0	0

Panel C: 고(高)변동성 시기(연간 변동성 = 30%)

γ	1	2	5	10	20
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우					
α_s (%)	111.47	76.78	31.69	15.89	7.94
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우					
α_s (%)	111.47	76.78	31.69	15.89	7.94
α_E (%)	0	0	0	0	0

B에서 제시한 것과 동일하다.⁷⁾ <표 3>은 이 중 기대효용을 극대화하는 투자자의 관점에서 최적 포트폴리오를 도출한 것이며, 패널 A~패널 C는 AC_ELS 발행 당시 시장에서 예상하는 연 평균 변동성이 GJR-GARCH(1, 1) 모형에서 추정된 장기 평균 변동성보다 더 낮은 경우, 비슷한 경우, 더 높은 경우에 각각 해당한다. 표로부터 우리는 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있다. 첫째, 당연한 사실이지만 투자자의 위험회피성향이 높아질수록 위험자산인 주식에 대한 투자비중은 줄고 안전자산인 무위험채권에 대한 투자비중이 늘어난다. 둘째, 놀랍게도 AC_ELS는 투자자의 위험회피성향에 관계없이 항상 최적 포트폴리오에 포함되지 않으며, 이러한 사실은 발행 당시 시장의 변동성 수준과도 무관하다. 이는 결국 기대효용이론에 따라 투자자의사결정을 할 때, 위험회피성향이 낮은 공격적인 투자자들에게는 제한된 이익만을 기대할 수 있는 AC_ELS보다는 상황에 따라 높은 수익을 기대할 수 있는 주식이 더 매력적인 투자수단이며, 위험회피성향이 높은 보수적인 투자자들에게는 자본손실이 발생할 수 있는 AC_ELS보다는 안정적인 무위험채권이 더 매력적인 투자수단임을 시사한다.

다음으로 <표 4>는 (누적)전망이론에 따라 손실회피적인 투자자를 가정한 후 최적 포트폴리오를 도출한 것이며, 패널 A~패널 C는 <표 3>의 경우와 동일하게 AC_ELS 발행 당시의 변동성 수준에 따라 구성하였다. 표로부터 우리는 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있다. 첫째, 극단적인 양(+) 또는 음(-)의 수익률들에 대해 높은 가중치를 부여하는($c = 0.80$) 경우에는 발행 당시 변동성 수준과 관계없이 AC_ELS는 최적 포트폴리오에 전혀 포함되지 않는다. 이는 극단적인 손익에 대해서 높은 가중치를 부여하여 과대평가하는 경향이 강한 투자자들에게 극단적인 초과수익의 가능성이 거의 없는 AC_ELS는 기피 대상임을 함의한다. 둘째, 결정가중치 $c = 1$ 인 경우, 즉 수익률에 대한 주관적 평가확률과 객관적 발생확률이 동일한 경우에는 손실회피계수가 크고($\lambda = 2.25$), 가치함수의 곡률을 결정하는 계수(β)가 0.8일 때 유일하게 AC_ELS가 최적 포트폴리오에 포함된다. 이는 주식에 직접 투자하기보다는 AC_ELS에 대한 투자를 통해 손실의 폭이나 확률을 줄일 수 있으므로, 손실회피계수가 큰 투자자에게는 AC_ELS의 장점이 주식에 비해 커질 수 있음을 시사한다. 또한 가치함수의 곡률을 결정하는 계수(β)가 1인 경우는 사실상 가치함수가 이익과 손실 구간에 대해서 각각 선형인 경우를 의미하므로, 이익 구간에 대해서는 오목하고(concave) 손실 구간에 대해서는 볼록한(convex) $\beta = 0.80$ 인 경우보다는 주식에 훨씬 더 유리한 환경이다. 따라서 손실회피계수가

7) 무위험채권에 대한 투자비중은 “1-주식투자비중-AC_ELS 투자비중”과 동일하다.

크다 하더라도 가치함수가 선형으로 표현되는 경우에는 AC_ELS보다는 주식이 더 매력적인 투자수단으로 인식되어, AC_ELS는 최적 포트폴리오에 포함되지 않음을 알 수 있다. 결론적으로 (누적)전망이론에서도 AC_ELS는 대부분의 경우에 최적 포트폴리오에 포함되지 않으며, 매우 예외적인 일부 경우에만 최적 포트폴리오에 포함된다.

마지막으로 <표 5>는 안전우선이론에 따라 포트폴리오의 수익률이 임계수익률 이하로 떨어질

<표 4> 최적자산배분결과-(누적)전망이론

식 (4)~식 (6)에서 주어진 가치함수를 가지는 손실회피적 투자자의 최적 포트폴리오를 도출한 결과이다. c 는 객관적 발생확률과 주관적 평가확률 간의 관계를 규정하는 결정가중치, λ 는 손실회피계수, β 는 가치함수의 곡률을 결정하는 계수이며, α_S , α_E 및 패널 A~패널 C의 구분은 <표 3>에서와 동일하다.

Panel A: 저(低)변동성 시기(연간 변동성 = 15%)

c	0.80				1			
λ	1.25		2.25		1.25		2.25	
β	0.80	1	0.80	1	0.80	1	0.80	1
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우								
α_S (%)	190.31	190.31	0	0	190.31	190.31	190.31	190.31
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우								
α_S (%)	190.31	190.31	0	0	190.31	190.31	43.28	190.31
α_E (%)	0	0	0	0	0	0	151.95	0

Panel B: 중(中)변동성 시기(연간 변동성 = 20%)

c	0.80				1			
λ	1.25		2.25		1.25		2.25	
β	0.80	1	0.80	1	0.80	1	0.80	1
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우								
α_S (%)	138.67	138.67	0	138.67	138.67	138.67	138.67	138.67
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우								
α_S (%)	138.67	138.67	0	138.67	138.67	138.67	32.77	138.67
α_E (%)	0	0	0	0	0	0	106.22	0

Panel C: 고(高)변동성 시기(연간 변동성 = 30%)

c	0.80				1			
λ	1.25		2.25		1.25		2.25	
β	0.80	1	0.80	1	0.80	1	0.80	1
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우								
α_S (%)	112.04	112.04	0	112.04	112.04	112.04	0	112.04
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우								
α_S (%)	112.04	112.04	0	112.04	112.04	112.04	23.23	112.04
α_E (%)	0	0	0	0	0	0	88.78	0

확률을 최대 허용확률 이내로 제한시킨 상태에서 포트폴리오의 기대수익률을 극대화하고자 하는 투자자의 최적 포트폴리오를 도출한 결과이다. 본 연구에서 임계수익률은 $\{-0.05, 0, \text{CPI}\}$ 수준으로 각각 가정하였으며, 최대 허용확률은 $\{1\%, 5\%, 10\%\}$ 로 각각 가정하였다. 임계수익률을 -0.05 로 설정한 경우는 6개월 간 포트폴리오의 수익률이 -5% 이하로 떨어질 확률을 제한시킨 경우이므로 비교적 공격적인 자산운용이 가능한 여유자금 등을 상정한 경우이며, 임계수익률을 CPI(소비자물가 상승률)로 설정한 경우는 매우 안정적인 자산운용을

〈표 5〉 최적자산배분결과: 안전우선이론

식 (7)과 같이 포트폴리오의 수익률이 임계수익률(H) 이하로 떨어질 확률을 허용확률(δ) 이내로 제한한 상태에서 포트폴리오의 기대수익을 극대화하기 원하는 투자자의 최적 포트폴리오를 도출한 결과이다. α_S , α_E 및 패널 A~패널 C의 구분은 〈표 3〉에서와 동일하다.

Panel A: 저(低)변동성 시기(연간 변동성 = 15%)

H	-0.05			0			CPI		
δ	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우									
$\alpha_S(\%)$	30.56	49.28	70.79	8.18	13.20	18.96	2.32	3.75	5.39
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우									
$\alpha_S(\%)$	30.55	46.96	70.33	8.18	13.20	14.46	2.32	3.74	5.34
$\alpha_E(\%)$	0.02	8.00	2.05	0.02	0.02	21.02	0.01	0.04	0.27

Panel B: 중(中)변동성 시기(연간 변동성 = 20%)

H	-0.05			0			CPI		
δ	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우									
$\alpha_S(\%)$	23.17	37.90	53.94	6.20	10.15	14.45	1.76	2.88	4.10
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우									
$\alpha_S(\%)$	23.17	37.67	42.89	6.20	10.15	-2.20	1.75	2.66	-2.22
$\alpha_E(\%)$	0	1.02	92.69	0.01	0.03	132.15	0.02	0.91	49.98

Panel C: 고(高)변동성 시기(연간 변동성 = 30%)

H	-0.05			0			CPI		
δ	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10
주식과 무위험자산에만 투자하는 경우									
$\alpha_S(\%)$	16.06	25.96	36.48	4.30	6.95	9.77	1.22	1.97	2.77
주식, 주가연계증권, 무위험자산에 투자하는 경우									
$\alpha_S(\%)$	16.06	25.96	28.99	4.30	6.95	0.29	1.22	1.97	-1.74
$\alpha_E(\%)$	0	0.02	83.00	0	0.02	111.71	0	0.02	52.06

추구하는 노후자금 등을 상정한 경우에 해당한다. 표로부터 우리는 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있다. 첫째, <표 3> 및 <표 4>의 결과와는 상반되게 안전우선이론에서는 대부분의 경우에 AC_ELS가 최적 포트폴리오에 포함된다. 이는 결국 주식과 채권만으로 구성된 포트폴리오에 AC_ELS를 적절히 혼합하면, 포트폴리오의 수익률이 임계수익률 이하로 떨어질 확률을 일정 수준 이내로 유지하면서도 기대수익률을 더 제고할 수 있음을 시사한다. 둘째, 주어진 임계수익률(H) 수준에서 최대 허용확률(δ)이 낮을 때와 높을 때 주식의 투자비중은 조금씩 다르지만 본질적으로 그 차이가 크지 않은 반면, AC_ELS에 대한 투자비중은 최대 허용확률이 높아질 때 대폭 상승하는 현상이 확인된다. 이는 결국 최대 허용확률이 낮을 때에는 대부분 무위험채권에 투자되고 있던 자금이 최대 허용확률이 높아지면 AC_ELS로 유입됨을 시사한다. 즉, 최대 허용확률이 높은 투자 환경에서 AC_ELS는 무위험채권의 대체재로써 기능하게 된다.

이상의 결과를 요약하면 AC_ELS는 기대효용을 극대화하길 원하는 투자자나 대부분의 손실회피적 투자자들에게는 잉여자산(redundant asset)에 불과하다. 반면 안전우선이론에 따라 투자의사결정을 하는 대부분의 투자자들은 AC_ELS를 통해 추가적인 투자효용을 기대할 수 있다. 사실 안전우선이론에서는 기본적으로 기대수익률을 극대화하려는 목적함수를 가지고 있기 때문에, 안전자산보다는 위험자산의 효용이 높다. 다만 이 때 포트폴리오의 수익률이 임계수익률보다 낮아질 위험을 일정 수준 이내로 유지해야 한다는 것이 관건인데, 여기서 중요한 사실은 포트폴리오의 기대손실이 아니라 확률로 측정되는 손실 빈도에 페널티를 부여한다는 점이다. 따라서 이러한 점들을 고려하면, 매우 큰 손실 가능성이 있긴 하지만, 손실이 발생하는 빈도 자체가 주식과는 비교할 수 없을 정도로 낮은 AC_ELS가 안전우선이론 하에서는 경쟁력을 가질 수 있다.

V. 강건성(Robustness) 검증

1. 세부 발행구조 변화에 따른 영향

2014년 이후 AC_ELS 시장에서 관찰되는 대표적인 구조적 변화 중 하나는 첫 번째 조기

상환일의 조기상환조건을 대폭 완화함으로써 거의 채권과 유사한 형태로 설계하는 것이다. 즉, 기존의 6-chance AC_ELS에서 조기상환조건이 주로 기준가격의 [95%, 95%, 90%, 90%, 85%, 85%] 등으로 설계되었다면, 최근에는 기준가격의 [85%, 85%, 80%, 80%, 75%, 75%] 등으로 조기상환조건을 설정하는 경향이 나타나고 있다. 이에 본 장에서는 이와 같이 조기상환조건이 순차적으로 대폭 완화될 때 제IV장의 실증분석 결과에 본질적인 변화가 발생하는지를 살펴보기로 한다. 논의를 간략하게 하기 위해서 AC_ELS가 중(中)변동성 시기에 발행된 경우에 해당하는 결과만을 소개하기로 하며, 참고로 발행 당시의 변동성 수준과는 관계없이 본 절에서 발견한 결과는 공통적으로 성립한다.

〈표 6〉의 패널 A~ 패널 C는 발행구조의 변화를 고려하여 다시 추정한 AC_ELS의 수익률 분포를 바탕으로 제IV장에서와 동일하게 기대효용이론, (누적)전망이론, 안전우선이론 하에서 최적 포트폴리오를 산출한 결과이다. 참고로 주식과 무위험채권에만 투자 가능할 때의 결과는 AC_ELS의 발행구조와 무관하므로, 표에서는 AC_ELS에 대한 투자가 허용될 때의 결과만을

〈표 6〉 조기상환조건 변화에 따른 최적자산배분결과의 차이

AC_ELS의 조기상환조건이 기준가격의 {85%, 85%, 80%, 80%, 75%, 75%}로 대폭 완화되었을 때, 투자자의 최적 포트폴리오를 도출한 결과이다. 논의의 편의상 중(中)변동성 시기(연 20%)에서의 결과만을 요약하였으며, 주식과 무위험채권에만 투자 가능할 때의 결과는 〈표 3〉~〈표 5〉에서와 동일하므로 생략하기로 한다.

Panel A: 기대효용이론

γ	1	2	5	10	20
α_S (%)	138.16	110.92	47.47	23.94	12.00
α_E (%)	0	0	0	0	0

Panel B: (누적)전망이론

c	0.80				1			
λ	1.25		2.25		1.25		2.25	
β	0.80	1	0.80	1	0.80	1	0.80	1
α_S (%)	138.67	138.67	0	138.67	138.67	138.67	14.18	138.67
α_E (%)	0	0	0	0	0	0	125.40	0

Panel C: 안전우선이론

H	-0.05			0			CPI		
δ	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10
α_S (%)	23.17	35.44	61.36	6.20	10.15	25.33	1.75	2.66	15.89
α_E (%)	0	11.30	77.80	0.01	0.03	114.17	0.02	1.00	123.68

정리하였다. 표로부터 우리는 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있다. 첫째, 기대효용을 극대화하기 원하는 투자자에게 AC_ELS는 조기상환조건을 완화하더라도 여전히 아무런 추가적인 효용을 제공하기 어렵다. 둘째, 손실회피적인 투자자의 경우에도, 제IV장에서와 동일하게 일정한 조건, 즉 $c = 1$, $\lambda = 2.25$, $\beta = 0.80$ 일 때에만 AC_ELS가 최적 포트폴리오에 포함된다. 셋째, 안전우선이론에 따라 투자자의사결정을 하는 투자자에게 AC_ELS는 대부분의 경우에 추가적인 효용을 제공하며, 주로 채권의 대체재로서의 역할을 성공적으로 수행한다. 이러한 결과는 본질적으로 제IV장에서 제시된 결과와 거의 유사하며, 이로부터 우리는 포트폴리오 관점에서 평가된 AC_ELS의 투자 효용이 조기상환조건 등과 같은 발행구조와는 크게 관련성이 없음을 확인할 수 있다.

2. 수수료(발행, 판매, 운용마진)의 영향

지금까지 본 연구에서는 AC_ELS 발행사/판매사/운용사의 수수료는 전혀 고려하지 않았다. 그러나 실제 시장에서 AC_ELS가 발행되어 투자자에게 제공될 때에는 여러 단계를 거쳐 수수료가 부과되는 것이 일반적이다. 이에 본 절에서는 적절한 수준의 수수료를 고려하였을 때에도 여전히 AC_ELS가 투자효용을 제공해 줄 수 있는지를 분석하기로 한다. 주가연계증권시장에서 수수료의 수준은 상품의 구조에 따라 혹은 발행 당시 시장 상황에 따라 매우 다를 수 있다. 일례로 이효섭, 김지태(2013)에 따르면 2008년 금융위기 직후에 발행된 주가연계증권의 경우 발행금액의 수백 bp(basis point)에 달하는 수수료가 추정된 반면 2012년에 발행된 주가연계증권의 경우 수수료가 불과 발행금액의 80bp 내외로 축소되었다고 보고된 바 있다. 더욱이 최근에는 경쟁이 격화되면서 비교적 운용이 어렵지 않고 익숙한 유형인 단일지수형(single index) AC_ELS의 수수료는 더욱 축소되었을 것으로 예상된다. 이에 본 절에서는 수수료가 upfront 기준으로 발행금액의 50bp만큼 지불된다고 가정하고 분석을 실시하기로 한다.

〈표 7〉은 최적자산배분 결과를 요약한 결과이며, 수수료를 고려하지 않았을 때에도 AC_ELS가 최적 포트폴리오에 포함되지 않았던 경우 및 수수료에 따른 결과의 차이가 없는 경우는 배제하고 실질적인 분석의 의미가 있는 경우, 즉 안전우선이론 하에서 AC_ELS에 대한 투자가 허용된 경우의 결과만을 표에 제시하였다. 표로부터 우리는 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있다. 첫째, AC_ELS의 투자효용이 존재했던 안전우선이론 하에서는 수수료를 고려하더라도 여전히

AC_ELS에 대한 투자를 통해 포트폴리오의 성과를 개선시킬 수 있다. 일례로 $\{H, \delta\} = \{CPI, 0.10\}$ 이고 고(高)변동성 시기에 발행된 AC_ELS의 경우, 수수료를 고려하지 않았을 때에는 <표 5>의 패널 C에서 최적투자비중이 52.06%인 것으로 나타나지만, 수수료를 고려한 경우에는 <표 7>에서 27.19%로 나타난다. 즉, 수수료로 인해 AC_ELS의 매력도가 감소하여 투자비중이 하락하는 것은 분명한 사실이지만, 여전히 AC_ELS에 대한 투자가 이루어지는 것이 최적이다. 둘째, 그러나 수수료가 AC_ELS의 투자 효용에 미치는 영향은 변동성 수준에 따라 매우 다르다. 즉, 변동성이 낮은 저(低)변동성 시기에 발행되는 AC_ELS는 수수료를 고려하게 되면 최적 포트폴리오에서 완전히 사라진다. 뿐만 아니라, 변동성이 장기 평균 수준일 때에도 수수료를 고려하지 않았을 때의 결과와 비교하면 AC_ELS에 대한 투자비중이 대폭 감소한다. 반면 고(高)변동성 시기에 발행된 AC_ELS는 비록 투자비중이 감소하긴 하지만, 그 변화의 폭은 상대적으로 작다는 사실이 확인된다.

<표 7> AC_ELS 발행 수수료를 고려하였을 때 최적자산배분결과의 차이

AC_ELS가 일정 수준의 수수료(upfront 기준 50bp)를 공제한 상태로 발행되었을 때, 투자자의 최적 포트폴리오를 도출한 결과이다. 발행 수수료를 고려하면 투자자산으로써 AC_ELS의 매력도 감소될 것은 명백하므로, AC_ELS가 최적 포트폴리오에 대부분 포함되었던 안전우선이론 하에서의 최적자산배분결과만을 표기하였다. 아울러 주식과 무위험채권에만 투자 가능할 때의 결과 또한 <표 3>~<표 5>의 결과와 동일하므로 생략하였다.

	H	-0.05			0			CPI		
		δ	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05
저(低)변동성	α_S (%)	30.56	49.28	70.79	8.18	13.20	18.96	2.32	3.75	5.39
	α_E (%)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
중(中)변동성	α_S (%)	23.17	37.69	53.45	6.20	10.15	14.45	1.75	2.85	4.10
	α_E (%)	0	0.81	2.22	0.01	0.02	0.02	0.02	0.12	0.04
고(高)변동성	α_S (%)	16.06	25.96	28.19	4.30	6.95	-2.12	1.22	1.97	-0.82
	α_E (%)	0	0.02	58.64	0	0.02	89.76	0	0.02	27.19

결론적으로 이러한 결과는 AC_ELS의 수수료 책정 정책에 중요한 시사점을 가진다. 즉, 변동성이 낮은 시기에 발행되는 AC_ELS의 경우 구조적으로 표면이율이 높게 설정되기 어렵기 때문에 과도한 수수료를 부과할 경우, 채권 수익률보다도 못한 기대수익률이 나타날 가능성이 높다. 반면, 변동성이 높은 시기에 발행되는 AC_ELS는 구조적으로 표면이율이 높게 설계될 수 있기 때문에, 어느 정도까지는 수수료를 부과하더라도 여전히 투자자에게

유용한 경제적 효용을 제공할 수 있다.

3. 글로벌 금융위기 전후의 변화

본 소절에서는 2008년 9월 15일 리먼브라더스 파산시점을 기준으로 전체 표본을 (1) 글로벌 금융위기 이전과 (2) 글로벌 금융위기 이후의 두 개 하위표본으로 구분한 후, 실증분석 결과를 재검토함으로써 결과의 강건성을 검증하기로 한다. 글로벌 금융위기 이전과 이후 기간에서 하위표본자료의 특징을 살펴보면 우선 KOSPI200 지수의 실제 연 평균 수익률이 각각 14.88% vs. 5.28%로써 금융위기 이전이 월등히 더 높다. 무위험채권 수익률로 사용한 평균 CD 금리 또한 금융위기 이전에는 4.42%인 반면 위기 이후에는 2.98%에 불과하며, 안전우선이론에서 임계수익률 중 하나로 활용하고 있는 소비자물가상승률도 위기 이전에는 평균 3.28%인 반면 위기 이후에는 2.05%에 불과하다.

〈표 8〉의 패널 A는 각각의 하위표본을 바탕으로 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 재추정한 후, 여기서 추정된 모수집합(parameter set)을 바탕으로 주식 및 AC_ELS의 수익률 분포를 변동성 수준에 따라 시뮬레이션에 의해 재생성한 결과이다. 원자료의 특징에서 쉽게 예상되었듯이 시뮬레이션 자료에서도 금융위기 이전의 주식 및 AC_ELS의 수익률 평균이 금융위기 이후보다 월등히 더 높다. 이를 바탕으로 기대효용이론과 (누적)전망이론에서 최적자산배분을 다시 구하면, 우선 기대효용이론에서는 〈표 3〉의 결과와 동일하게 어떠한 경우에도 AC_ELS는 최적 포트폴리오에 포함되지 않는다. 다만 주식에 대한 최적투자비중이 금융위기 이전에 비해 이후에는 좀 더 낮아지는 차이만이 관찰되는데, 이는 위기 이후에 주식 위험 프리미엄이 축소되었음을 고려하면 당연한 결과이다.⁸⁾ 다음으로 (누적)전망이론에서도 〈표 4〉의 결과와 거의 유사하게 관찰되었다. 즉, 금융위기 이전에는 어떠한 경우에도 AC_ELS가 최적 포트폴리오에 포함되지 않았으며, 금융위기 이후에도 결정가중치 $c = 1$, 손실회피계수 $\lambda = 2.25$, 곡률계수 $\beta = 0.8$ 인 예외적인 경우에만 AC_ELS가 최적 포트폴리오에 포함되는 것으로 확인되었다. 이에 기대효용이론 및 (누적)전망이론에서의 최적자산배분 결과는 지면 관계상 논문에서는 생략하기로 한다.

8) 금융위기 이전에는 주식 위험 프리미엄이 10.46%(= 14.88%~4.42%)에 달하였으나, 금융위기 이후에는 2.30%(= 5.28%~2.98%)로 축소되었다.

〈표 8〉 글로벌 금융위기 전후 최적자산배분결과의 변화

전체 표본을 글로벌 금융위기(2008년 9월 15일) 이전과 이후의 두 개 하위표본으로 구분하여 최적자산배분을 재분석한 결과이다. 패널 A는 각 하위표본에서 주식 및 AC_ELS의 수익률 분포를 다시 추정한 결과이며, 패널 B는 안전우선이론에서의 최적자산배분결과를 각 하위표본에서 표기한 것이다. 기대효용이론 및 (누적)전망이론에서는 하위표본에 관계없이 〈표 4〉 및 〈표 5〉의 결과와 본질적으로 매우 유사하기에 생략하였다.

Panel A: 주식 및 이를 기초자산으로 하는 AC_ELS의 수익률 분포

변동성 수준	자산	표면이율 [%]	수익률 평균[%]	하위 5PCT[%]	상위 5PCT[%]	표준편차 [%]	왜도 (SKEW)	첨도 (KURT)	1st 조기 상환확률
글로벌 금융위기 이전(-2008. 9)									
저(低)	주식	6.61	7.83	-9.71	27.41	11.39	0.4707	4.1061	0.8850
	AC_ELS		2.76	-0.84	3.30	1.87	-5.8447	62.1276	
중(中)	주식	8.03	9.89	-13.17	37.28	15.68	0.7149	4.8682	0.8492
	AC_ELS		3.23	-1.26	4.02	2.71	-6.7175	75.4491	
고(高)	주식	11.18	13.81	-20.44	57.31	24.92	1.1907	6.9603	0.7920
	AC_ELS		4.19	-3.44	5.59	5.11	-5.9093	48.3040	
글로벌 금융위기 이후(2008. 10-)									
저(低)	주식	4.72	3.11	-14.83	20.27	10.63	-0.1911	3.4799	0.7876
	AC_ELS		1.55	-2.20	2.36	2.57	-7.8951	105.730	
중(中)	주식	5.87	3.58	-20.11	26.44	14.09	-0.1456	3.4789	0.7402
	AC_ELS		1.73	-3.86	2.94	4.32	-7.0076	68.5991	
고(高)	주식	8.90	4.49	-29.76	39.00	20.99	0.0288	3.3882	0.6791
	AC_ELS		2.19	-11.80	6.22	8.66	-4.6805	27.5732	

Panel B: 안전우선이론에 따른 최적자산배분결과

	H	-0.05			0			CPI		
		δ	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05	0.10	0.01	0.05
글로벌 금융위기 이전(-2008. 9)										
저(低)변동성	α_S (%)	37.97	60.47	90.22	11.63	16.45	23.44	3.00	4.58	3.43
	α_E (%)	0.01	0.20	0.16	0.02	8.12	23.30	0	0.82	22.14
중(中)변동성	α_S (%)	29.54	44.45	59.10	9.05	14.37	8.89	2.33	3.44	-1.11
	α_E (%)	0	11.15	124.29	0.01	0.01	162.10	0.01	1.21	89.20
고(高)변동성	α_S (%)	20.32	31.67	43.11	6.23	7.65	10.78	1.60	2.43	0.37
	α_E (%)	0	0.81	93.27	0	8.80	125.72	0	0.39	136.16
글로벌 금융위기 이후(2008. 10-)										
저(低)변동성	α_S (%)	26.14	35.65	53.35	6.00	4.46	12.34	1.84	2.64	3.33
	α_E (%)	0.02	19.24	12.11	0	21.00	2.24	0.03	0.84	4.07
중(中)변동성	α_S (%)	19.59	30.05	30.80	4.50	6.65	-1.12	1.38	2.13	-1.12
	α_E (%)	0.02	0.04	106.12	0	1.03	105.40	0.01	0.01	40.00
고(高)변동성	α_S (%)	13.79	20.77	18.88	3.16	4.77	-1.88	0.96	1.47	-1.11
	α_E (%)	0	0.10	89.20	0	0.01	82.20	0.01	0.01	30.89

〈표 8〉의 패널 B는 패널 A의 수익률 분포를 바탕으로 안전우선이론 하에서의 최적자산배분을 재추정한 결과이다. 지면 관계상 AC_ELS에 대한 투자가 허용되지 않을 때의 결과는 생략하였다. 〈표 8〉 패널 B의 결과로부터 우리는 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있다. 첫째, 안전우선이론에 따라 최적투자자의사결정을 하는 경우에는 금융위기 전후에 공통적으로 AC_ELS가 투자자의 최적 포트폴리오에 대부분 포함된다. 둘째, 포트폴리오의 수익률이 임계수익률을 하회해도 용인되는 최대 허용확률(δ)이 높을수록 AC_ELS에 대한 투자비중은 급격히 늘어난다는 점도 금융위기 전후에 공통적으로 관찰된다. 이는 본 연구에서 발견한 주요 실증결과들이 글로벌 금융위기와는 무관하게 일관적으로 유효한 것임을 함의한다.

VI. 결 론

2014년 기준으로 국내의 주가연계증권 총 발행액은 70조 원을 상회하고 있으며, 이는 국내 주식형 펀드의 순자산 규모를 넘어선다. 그러나 그럼에도 불구하고 이러한 구조화 파생상품이 가지는 위험과 수익의 속성을 종합적으로 고려하였을 때, 과연 투자자들에게 경제적 효용을 제공해 줄 수 있을지에 대한 학술적 연구를 찾아보기는 어렵다. 이에 본 연구에서는 국내 시장의 대표적 구조화 상품인 “자동조기상환형 주가연계증권(이하 AC_ELS)”이 과연 주식과 채권으로 구성된 전통적인 포트폴리오의 성과를 개선하는데 기여할 수 있는지를 분석하였다.

2003년 1월~2015년 1월까지 관찰된 KOSPI200 지수를 바탕으로 GJR-GARCH(1, 1) 모형을 추정한 후, 이로부터 몬테카를로 시뮬레이션에 의해 주식에 투자하였을 때 예상되는 수익률 분포와 AC_ELS에 투자하였을 때 예상되는 수익률 분포를 도출하였다. 이렇게 추정된 수익률 분포를 토대로 전통적인 기대효용이론 이외에도 전망이론 및 안전우선이론 등 다양한 투자의사결정체계 하에서의 최적 포트폴리오를 분석하였다. 본 연구에서 발견한 주요 사실들은 다음과 같다. 첫째, 전통적인 기대효용을 극대화하려는 투자자와 손실회피적인 투자자에게는 대부분의 경우 AC_ELS가 최적 포트폴리오 구성에 필요 없는 잉여자산에 불과한 것으로 나타났다. 둘째, 이와는 반대로 안전우선이론에 따라 투자의사결정을 내리는 투자자들 대부분에게 AC_ELS는 포트폴리오의 투자 성과를 개선하는데 기여하는 중요한 자산으로 나타났다.

포트폴리오 선택 모형에 따른 이와 같은 결과의 차이는 본질적으로 AC_ELS의 구조적 특징에서 기인한다. 즉, AC_ELS는 손실의 빈도는 높지 않은 반면 손실 발생 시 기대손실의 규모는 상당히 크고, 이익의 빈도는 대단히 높은 반면 이익 발생 시 기대이익의 크기는 제한적이다. 즉, 마치 심외가격(Deep out of the money) 옵션 매도와 유사한 구조적 특징을 가진다. 따라서 기대손실의 크기보다는 손실빈도를 위협의 중요한 척도로 인식하는 안전우선이론에서는 대단히 효과적인 투자수단으로 간주될 여지가 있다. 셋째, AC_ELS의 세부 발행구조를 변경하거나, 발행 수수료를 고려하거나, 혹은 글로벌 금융위기 전후로 표본기간을 구분하여 분석하더라도 전술한 실증결과에 본질적인 변화는 없다.

국내 주가연계증권시장의 빠른 성장 속도 및 그 중 조기상환형 상품이 차지하는 압도적인 비중을 고려할 때, 본 연구의 결과는 시사하는 바가 크다. 특히 본 연구에서 살펴본 안전우선 이론이 결국은 Das et al.(2010), Das and Statman(2013)에서 제시한 심리계정(mental account)에 기초한 행동재무학적 포트폴리오 이론(behavioral portfolio theory)과 동일함을 고려할 때, 결국 AC_ELS는 투자자가 보유한 여러 개의 심리계정 중 고위험·고수익 또는 적어도 중위험·중수익을 추구하는 심리계정에서 주요한 투자수단으로써 기능할 수 있음을 의미한다. 왜냐하면 안전우선이론에서도 포트폴리오의 수익률이 임계수익률보다 낮아도 용인되는 최대 허용확률이 비교적 높을 때에만 AC_ELS에 대한 최적투자비중이 높게 나타났기 때문이다. 이러한 결과는 실제 현실에서 AC_ELS가 중위험·중수익 추구에 적합한 대표적인 투자상품으로 홍보되고 인식되는 것과 일치한다. 한편 손실회피적(즉, 전망이론) 투자자나 전통적인 기대효용 극대화를 추구하는 투자자들에게는 AC_ELS가 유용한 경제적 효용을 제공하지 못하므로, 이에 대한 각별한 주의가 필요하다.

참고문헌

- 강병진, 최영민, “옵션 투자의 효용: 포트폴리오 관점,” *금융연구*, 제28권 제2호 (2014), pp. 1-43.
- (Translated in English) Kang, B. J. and Y. M. Choi, “The Benefits of Option Trading: A Portfolio Perspective,” *Journal of Money and Finance*, Vol. 28, No. 2 (2014), pp. 1-43.
- 강장구, 류두진, “옵션시장에서 GARCH 계열 모형들의 성과 비교에 관한 연구,” *증권학회지*, 제38권 제2호 (2009), pp. 137-176.
- (Translated in English) Kang, J. K. and D. J. Ryu, “A Study on the Empirical Performance of GARCH-Type Models in the KOSPI200 Options Market,” *Korean Journal of Financial Studies*, Vol. 38, No. 2 (2009), pp. 137-176.
- 구본일, 엄영호, 지현준, “주가연계예금(Equity Linked Deposit) 가치평가모형에 대한 실증연구,” *재무연구*, 제20권 제1호 (2007), pp. 35-76.
- (Translated in English) Ku, B. I., Y. H. Eom, and H. J. Ji, “An Empirical Study on the Pricing Model of Equity Linked Deposit,” *The Korean Journal of Finance*, Vol. 20, No. 1 (2007), pp. 35-76.
- 남경태, 조 훈, “ELS와 ELW의 발행이 기초자산의 거래량 및 변동성에 미치는 영향에 관한 실증연구,” *선물연구*, 제17권 제3호 (2009), pp. 1-21.
- (Translated in English) Nam, K. T. and H. Cho, “Empirical Study of Volume and Volatility Effects Associated with ELS and ELW Issuance,” *Korean Journal of Futures and Options*, Vol. 17, No. 3 (2009), pp. 1-21.
- 변석준, 윤선중, 강병진, “KOSPI200 지수옵션시장의 변동성 스프레드와 위험회피도,” *재무연구*, 제20권 제3호 (2007), pp. 97-126.
- (Translated in English) Byun, S. J., S. J. Yoon, and B. J. Kang, “Volatility Spread on KOSPI200 Index Options and Risk Aversion,” *The Korean Journal of*

Finance, Vol. 20, No. 3 (2007), pp. 97–126.

이효섭, 김지태, “한국 ELS/DLS 시장의 건전한 성장을 위한 방안,” 자본시장연구원, 2013.
(Translated in English) Lee, H. S. and J. T. Kim, “Challenges to Sound Growth of
Korean ELS/DLS Market,” Korea Capital Market Institute, 2013.

최병욱, “옵션가격퍼즐: KOSPI200 옵션시장에서 풋 옵션은 과대평가되어 있는가?,” 선물연구,
제17권 제3호 (2009), pp. 23–65.

(Translated in English) Choi, B. W., “Overpriced Puts Puzzle in KOSPI200 Options
Market,” *Korean Journal of Futures and Options*, Vol. 17, No. 3 (2009), pp.
23–65.

Ait-Sahalia, Y. and M. W. Brandt, “Variable Selection for Portfolio Choice,” *Journal
of Finance*, Vol. 56, No. 4 (2001), pp. 1297–1351.

Bakshi, G. and D. Madan, “A Theory of Volatility Spreads,” *Management Science*,
Vol. 52, No. 12 (2006), pp. 1945–1956.

Black, F., “Studies of Stock Price Volatility Changes,” Proceedings of the 1976 Meetings
of the American Statistical Association, *Business and Economic Statistics* (1976),
pp. 177–181.

Black, F. and M. Scholes, “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal
of Political Economy*, Vol. 81, No. 3 (1973), pp. 637–654.

Bliss, R. and N. Panigirtzoglou, “Option Implied Risk Aversion Estimates,” *Journal
of Finance*, Vol. 59, No. 1 (2004), pp. 407–446.

Bollerslev, T., “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal
of Econometrics*, Vol. 31, No. 3 (1986), pp. 307–327.

Branger, N. and B. Breuer, “The Optimal Demand for Retail Derivatives,” *Working
Paper*, University of Muenster (2008).

Breuer, W. and A. Perst, “Retail Banking and Behavioral Financial Engineering: The
Case of Structured Products,” *Journal of Banking and Finance*, Vol. 31, No.

- 3 (2007), pp. 827–844.
- Carr, P. and D. Madan, “Optimal Positioning in Derivative Securities,” *Quantitative Finance*, Vol. 1, No. 1 (2001), pp. 19–37.
- Christie, A. A., “The Stochastic Behavior of Common Stock Variances—Value, Leverage and Interest Rate Effects,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 10, No. 4 (1982), pp. 407–432.
- Corrado, C. and T. Miller, “Estimating Expected Excess Returns Using Historical and Option Implied Volatility,” *Journal of Financial Research*, Vol. 29, No. 1 (2006), pp. 95–112.
- Das, S., H. Markowitz, J. Scheid, and M. Statman, “Portfolio Optimization with Mental Accounts,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 45, No. 2 (2010), pp. 311–334.
- Das, S. and M. Statman, “Options and Structured Products in Behavioral Portfolios,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 37, No. 1 (2013), pp. 137–153.
- Driessen, J. and P. Maenhout, “An Empirical Portfolio Perspective on Option Pricing Anomalies,” *Review of Finance*, Vol. 11, No. 4 (2007), pp. 561–603.
- Duan, J., “The GARCH Option Pricing Model,” *Mathematical Finance*, Vol. 5, No. 1 (1995), pp. 13–32.
- Duan, J., G. Gauthier, J. Simonato, and C. Sasseville, “Approximating the GJR–GARCH and EGARCH Option Pricing Models Analytically,” *Journal of Computational Finance*, Vol. 9 (2006), pp. 1–29.
- Engle, R. F., “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity and Estimates of Variance of United Kingdom Inflation,” *Econometrica*, Vol. 50, No. 4 (1982), pp. 987–1008.
- Glosten, L., R. Jagannathan, and D. Runkle, “On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks,” *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 5 (1993), pp. 1779–1801.
- Haugh, M. and A. Lo, “Asset Allocation and Derivatives,” *Quantitative Finance*, Vol. 1, No. 1 (2001), pp. 45–72.

- Henderson, B. J. and N. D. Pearson, "The Dark Side of Financial Innovation: A Case Study of the Pricing of a Retail Financial Product," *Journal of Financial Economics*, Vol. 100, No. 2 (2011), pp. 227–247.
- Kahneman, D. and A. Tversky, "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk," *Econometrica*, Vol. 47, No. 2 (1979), pp. 263–292.
- Kang, B. J. and T. S. Kim, "Option Implied Risk Preferences—An Extension to Wider Classes of Utility Functions," *Journal of Financial Markets*, Vol. 9, No. 2 (2006), pp. 180–198.
- Kang, B. J., T. S. Kim, S. J. Yoon, "Information Content of Volatility Spreads," *Journal of Futures Markets*, Vol. 30, No. 6 (2010), pp. 533–558.
- Kataoka, S., "A Stochastic Programming Model," *Econometrica*, Vol. 31, No. 1–2 (1963), pp. 181–196.
- Liu, J. and J. Pan, "Dynamic Derivatives Strategies," *Journal of Financial Economics*, Vol. 69, No. 3 (2003), pp. 401–430.
- Rosenberg, J. and R. F. Engle, "Empirical Pricing Kernels," *Journal of Financial Economics*, Vol. 64, No. 3 (2002), pp. 341–372.
- Roy, A. D., "Safety First and the Holding of Assets," *Econometrica*, Vol. 20, No. 3 (1952), pp. 431–449.
- Telser, L. G., "Safety First and Hedging," *Review of Economic Studies*, Vol. 23, No. 1 (1956), pp. 1–16.
- Tversky, A. and D. Kahneman, "Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty," *Journal of Risk and Uncertainty*, Vol. 5, No. 4 (1992), pp. 297–323.