

고빈도 수익률과 실현변동성을 이용한 금융자료의 통계적 속성에 관한 재고찰

엄철준* 부산대학교 경영대학 교수

요약 본 연구는 한국 주식시장의 KOSPI 200 시장지수와 국제외환시장의 일본 엔(USD/JPY) 환율의 일중 고빈도 자료를 이용하여 다양한 수익률 측정시간 간격으로부터 산출된 수익률과 실현변동성에 대한 분포적 및 동적 속성을 실증적으로 조사하였다. 주요 검증결과에 의하면, KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율의 수익률 실증적 분포에 대한 통계적 속성은 정규분포와 분명한 차이를 갖고, 수익률 측정시간 간격의 차이는 분포의 정규성 정도에 의미 있는 영향을 미쳤다. 또한 재무 분야에서 널리 알려진 수익률 분포의 높은 중심부분과 두꺼운 꼬리부분의 특징은 신뢰구간 90% 수준과 유의수준 0.5% 수준에서 각각 확인되는 현상임을 발견하였다. 다음으로, 고빈도 수익률자료로부터 산출된 실현 분산과 실현표준편차는 로그정규분포에 유사한 특징을 보였지만, 로그변환 실현표준 편차는 정규분포의 속성에 가까웠다. 그리고 수익률을 실현표준편차로 표준화한 조정된 수익률은 일반적으로 잘 알려진 수익률과 달리 정규분포에 매우 근접한 특징을 보였다. 이상에서 언급한 수익률과 실현변동성의 통계적 속성은 주식시장과 외환시장에 관계없이 관찰되는 공통성을 가졌다.

주요단어 실현변동성, 고빈도 자료, 수익률 측정시간 간격, 분포적 속성, 동적 속성

투고일 2015년 03월 06일

수정일 2015년 04월 22일

게재확정일 2015년 06월 09일

* 교신저자. 주소: 46241, 부산광역시 금정구 부산대학로 63번길, 부산대학교 경영대학; E-mail: shunter@pusan.ac.kr; 전화: 051-510-2553.

본 논문은 2010년도 부산대학교 인문사회연구기금의 지원을 받아 연구되었고, 논문의 질적 개선을 위하여 유익한 조언을 해주신 익명의 두 분 심사위원께 감사드립니다.

A Re-Examination of the Statistical Characteristics of Financial Time Series using Intraday High-Frequency Returns and Realized Volatility

Cheoljun Eom*

Professor, School of Business, Pusan National University

Received

06 Mar. 2015

Revised

22 Apr. 2015

Accepted

09 Jun. 2015

Abstract

This study used intraday high-frequency data over a 10-year period to empirically investigate the distributional and dynamic properties of returns and measurements of realized volatility in a situation of high market liquidity in the KOSPI 200 stock market index and the Japanese yen foreign exchange rate. The purpose and scope of the research were as follows. First, we examined the statistical characteristics of the empirical distribution of each return using high-frequency price data with eight time scales ranging from 1 min to 1 day, and determined the degree of difference from a normal distribution and the effect of increasing the measurement time interval from 1 min to 1 day. Second, we investigated the distributional and dynamic properties of the empirical distribution of each measurement of realized volatility calculated from the high-frequency returns, and the distribution of adjusted returns divided by the realized volatility.

The empirical distribution of the returns from the KOSPI 200 market index and the Japanese yen exchange rate clearly differed from a normal distribution, with a more peaked central part and a much fatter tail. The time

* Corresponding Author. Address: Pusan National University, Busandaehak-ro 63neon-gil, Geumjeong-gu, Busan 46241, Korea; E-mail: shunter@pusan.ac.kr; Tel: 82-51-510-2553.

scale used to calculate the returns had a significant influence on the results; the shorter the measurement time scale, the larger the deviation from a normal distribution. Additionally, we found that the higher central part and much fatter tail of the empirical distribution of the returns, compared with a normal distribution, was supported at the 90% confidence interval in the central part and a significance level of 0.5% of the confidence interval in the tail. [The description of the confidence intervals and significance levels with respect to the center and tail of the distribution needs to be clarified.] The dynamic properties of the returns did not persist over time, decaying slowly according to changes in the autocorrelation from lag 1 to lag 100; that is, the distribution displayed unpredictability.

The realized variance and realized standard deviation of volatility calculated from the high-frequency KOSPI 200 market index data and the Japanese yen exchange rate had the characteristics of a log-normal distribution, with a higher central part and a tail that was highly skewed to the right, whereas the distribution of the logarithmic realized standard deviation was similar to a normal distribution. The predictability of the measurements of the realized volatility was confirmed by time series persistence, in which the autocorrelation of the realized volatility decreased slowly according to the change from lag 1 to lag 100. Interestingly, the adjusted return divided by the realized standard deviation showed very similar characteristics to a normal distribution, unlike the distributional properties of the original return. Based on the observed distributional and dynamic properties of the returns and the realized volatility, commonality may exist regardless of the type of market.

These findings suggest that there is a need to carefully consider the distribution and dynamic properties of returns when establishing an empirical design using intraday high-frequency data. An increasing number of studies have reported results based on empirical designs using intraday high-frequency data, and researchers have tried to control for the negative effects of market liquidity, measurement errors, and market microstructure. Unfortunately, however, they have not seriously considered the possibility that the time scale used to calculate the returns might influence the results. The main findings of this study suggest that time scales may be crucial influencing factors when establishing the design of an empirical test.

Keywords Realized Volatility, High-Frequency Data, Time Scale Effect, Distributional Property, Dynamic Property

I. 서론

재무 분야에 있어서 많은 이론들 및 모형들은 위험과 수익간의 관계를 전제로 개발되어 왔고, 이러한 연구노력의 과정에서 위험(변동성)과 수익을 잘 규명하기 위한 경쟁적인 검증 모형들이 소개되었다. 이들 정형화된 모형들은 일반적으로 수익률과 변동성이 특정 확률분포, 특히 정규분포를 따른다는 가정에 의존하고, 수익률과 변동성이 시간에 따라 일정하다는 것을 가정한다. 하지만, 기대치(unobservable data)를 기준으로 분석적으로 개발된 이론들과 시장에서 수집된 실제치(observable data)를 이용하여 실증적으로 검증된 증거 간에는 의미 있는 차이가 보고되어 왔다. Cont(2001) 등에 의하여 언급되었듯이, 금융시장의 실제치를 이용한 실증적 분석에서 널리 알려진 속성들(stylized facts)이 대표적 예이다. 한편 지속적으로 개발되는 경쟁적 모형들은 기존 모형들에 대한 신뢰성에 의문을 갖게 한다. 이와 같은 인식이 수익률과 변동성의 시계열자료들에 대한 분포적 및 동적 속성을 관찰하게 하는 연구시도의 동기부여가 되고, 본 연구도 이러한 일련의 연구노력에 속한다.

계량금융의 연구결과를 현실 적용하는 노력에 있어서 수익률과 변동성은 매우 중요한 역할을 하고, 많은 이론들과 모형들에 있어서 핵심 입력요소로 사용되어 왔다. 예를 들어, 가격결정모형, 최적자산배분이론, 옵션가격결정모형 등이다. 주식수익률은 이론적으로 주시가격의 무작위 과정을 전제로 정규분포를 따른다고 가정한다. 하지만 주식수익률의 정규성에 대한 부분은 오랜 논쟁거리가 되어왔다. 즉, 수익률 분포에 대한 Mandelbrot(1963), Fama(1965) 등의 연구는 수익률의 실증분포는 이론에서 가정하는 정규분포와 달리 분포의 중심부분은 보다 높고, 분포의 꼬리부분은 기대수준보다 더욱 두꺼운 형태, 즉 급첨도분포(leptokurtic distribution)의 특징을 갖는다는 것을 보였다. 이러한 수익률의 실증적 분포로부터 관찰된 통계적 특징은 시장에서 거래되는 주시가격의 변동이 정규분포의 수준에 비교하여 보다 큰 가격변화의 빈도가 많고, 이로 인해 정규분포보다 더욱 위험스럽다는 것을 의미한다. 또한 주식수익률은 시장에서 거래되는 고빈도 가격자료를 근거로 연구목적에 따른 일중, 일간, 주간, 월간 등의 다양한 측정시간 간격을 갖는 수익률로 변환 및 산출하고, 이를 연구과정에 이용한다. Mantegna and Stanley(1995) 등의 연구는 수익률의 측정시간 간격별로 산출된 수익률의 자료는 상이한 실증적 분포의 통계적 속성을 갖는다는 증거를 보고하였다. 즉, 고빈도의 1분 시간 간격으로부터 측정된 수익률의 실증적 분포와 저빈도의 300분(약 1일)

시간 간격으로부터 측정된 수익률의 실증적 분포 간에는 이론적 정규분포와의 상이함의 정도에서 차이가 확인된다. 이는 수익률의 실증적 분포가 이론적인 정규분포와 분명한 차이점을 갖는다는 사실과 함께, 수익률 자료의 실증적 분포는 측정시간 간격의 변화에 따라 의미 있는 차이를 갖는다는 시간중속성을 나타낸다. 따라서 수익률에 대한 실증적 분포의 통계적 속성을 관찰할 때, 정규분포와의 분포적 및 동적 속성의 차이점을 관찰하는 연구범위 뿐만 아니라 수익률의 측정시간 간격에 따라 실증적 분포의 의미 있는 차이를 함께 관찰할 필요가 있다. 본 연구는 이러한 연구범위를 연구목적에 포함한다.

시장에서 거래되는 수익률 자료로부터 산출된 변동성 자료에서도 다양한 특징적인 통계적 속성들이 보고된다. 변동성 자료에 대하여 널리 알려진 특징적 속성들의 대표적 예는 단기적 시계열 종속성을 갖는 변동성 군집현상이다. 여기서 변동성의 군집현상은 높은 변동성 다음에 높은 변동성이 발생하는 경향이 있다는 속성이다. 실증분석으로부터 확인된 변동성의 통계적 속성을 모형에 충분히 반영한 것이 Engle(1982), Bollerslev(1986) 등의 연구에서 제안된 ARCH/GARCH 유형의 정형화된 모형들이다. 이들 모형들은 내표본의 검증에서 수익률과 변동성의 특징적 속성인 두꺼운 꼬리부분, 군집현상 등을 잘 규정하고, 높은 유의성을 갖는다. 하지만, Andersen and Bollerslev(2003) 등의 연구에서 표준 GARCH 모형이 미래기간 외표본의 사후적 변동성의 변화를 충분히 잘 설명하지 못한다는 문제점을 지적하였다. 이는 변동성에 대한 정형화된 모형의 잘못된 설정 가능성, 낮은 예측력, 실무 적용성의 한계 등을 의미한다. Andersen and Bollerslev(1998)은 변동성의 새로운 측정방법으로 고빈도 수익률 자료를 이용한 실현변동성(realized volatility)을 제안하였다. 이들이 제안한 방법은 모형에 의존하지 않고, 고빈도 자료의 이용에 따른 측정오류의 감소로 신뢰성을 높이며, 더욱이 시장 미시구조잡음의 영향을 경감시킴에 따라 정확성을 높이는 것으로 확인되었다.¹⁾ 주식 시장과 외환시장으로부터의 이론적 및 실증적 견고함을 제시한 Andersen, Bollerslev, Diebold, and Labys(2001a), Andersen, Bollerslev, Diebold, and Ebens(2001b) 연구, 외표본에서 표준 GARCH와 관련 확률변동성 모형들의 성과보다 실현변동성이 우수하다는 실증적 증거를 제시한 Andersen, Bollerslev, Diebold, and Labys(2003) 연구 등에서 실현변동성 출현에

1) Andersen and Bollerslev(1998) 연구에서 미국 1달러에 대한 독일 마르크와 일본 엔에 대한 일별자료에서 5분 시간 간격의 일별자료 자료의 빈도를 증가시킴에 따라 측정오류는 일별의 1.138(마르크)/0.842(엔)에서 5분 단위의 0.0040(마르크)/0.003(엔)으로 현저히 감소하는 증거를 <표 3>에서 제시하였고, 또한 <표 4>에서 사후적 변동성에 대한 설명력은 일별의 0.063(마르크)/0.089(엔)에서 5분 단위의 0.483(마르크)/0.488(엔)로 분명한 증가를 제시하였다.

대한 유용성을 지지하는 증거들을 확인하였다. 국내 연구에서는 고빈도 코스닥(KOSDAQ) 시장지수를 이용한 한상범, 김형태(2002), 원/달러, 엔/달러, 유로/달러를 이용한 정재식, 주상영, 이승문(2003) 등의 연구에서 실현변동성의 유용성을 실증적으로 조사하였다. 따라서 최근 재무 분야의 연구동향에 따라, 변동성에 대한 실증적 분포의 통계적 속성을 관찰할 때, Andersen and Bollerslev(1998) 등의 연구들에서 제안한 실현변동성 측정치들을 이용하여 분포적 및 동적 속성을 관찰할 필요가 있다. 본 연구는 이러한 연구범위를 연구목적에 포함한다.

이상의 언급과 같이, 본 연구는 한국 주식시장의 KOSPI 200 시장지수와 외환시장의 엔 환율(USD/JPY, 달러당 엔)의 고빈도 자료를 이용하여 수익률과 변동성에 대한 분포적 및 동적 속성을 실증적으로 조사하는 것이 목적이다. 즉, 연구목적 및 그 범위는 다음과 같다. 첫째, 수익률의 관점에서, 고빈도 가격자료를 이용한 1분 시간 간격에서 1일 시간 간격까지 총 8가지의 측정시간 간격별 수익률의 실증적 분포에 대한 통계적 속성을 관찰하고, 또한 측정시간 간격이 1분에서 1일로 증가함에 따른 정규성으로부터의 실증적 분포의 의미 있는 변화를 확인한다. 둘째, 변동성 관점에서, 고빈도 수익률자료로부터 산출된 실현변동성 측정치들에 대한 실증적 분포의 통계적 속성을 관찰하고, 또한 실현변동성에 의하여 표준화된 수익률의 분포적 특징을 함께 확인한다. 이와 같이 설정한 연구목적 및 범위는 기존연구들과 비교하여 다음의 차별점과 기여점을 갖는다. 첫째, 상이한 금융시장간의 공통성을 확인한다. 한국에서 현물시장과 파생상품시장을 대표하는 KOSPI 200 시장지수와 최근 국제적으로 많은 관심을 불러일으키는 국제외환시장의 일본 엔 환율의 고빈도 가격자료를 함께 이용하여, 수익률과 변동성 시계열자료에 대한 분포적 및 동적 속성을 관찰한다. 또한 이를 통하여 관찰된 검증결과가 시장 종류에 관계없이 동일한 관찰점을 보이는 공통성을 갖는지를 확인한다. 둘째, Mantegna and Stanley(1995)의 검증방법을 개선한다. 고빈도 가격자료로부터 측정시간 간격별 수익률 자료의 생성은 전체기간에서의 자료 간 간격이 아닌 하루 중 거래시간 간격을 기준으로 하는 것이 재무 분야에서 보다 실제적 조정방법이다. 따라서 본 연구는 하루 중 가격자료들에 대한 1분, 5분, 10분, 15분, 30분, 1시간, 2시간, 1일 등의 8가지 거래시간 간격을 기준으로 다양한 측정시간 간격별 수익률을 생성하여 분석과정에 이용한다. 셋째, 실현변동성의 측정방법을 보완한다. Andersen and Bollerslev(1998) 및 관련 연구들에서 측정된 실현변동성은 직전 거래일에 시장이 마감한 후에 다음 거래일에 시장이 개장할 때까지 발생할 수 있는 시장변동의 정보를 반영하지 못하는 문제점이 있다. 특히 24시간 운영되는

외환시장에 비교하여 하루 6시간 운영되는 한국 주식시장의 경우는 더욱 그러하다. 따라서 본 연구는 Hansen and Lunde(2006), Andersen, Bollerslev, and Huang(2011) 등의 연구에 근거하여 직전 거래일에 시장이 마감한 후에 다음 거래일에 시장이 개장할 때까지 발생할 수 있는 시장변동의 정보를 반영한 실현변동성 측정치들을 검증과정에 이용한다.

본 연구에서 설정한 연구목적 및 범위에 따라 확인된 검증결과를 간단하게 정리하면 다음과 같다. 첫째, 수익률의 통계적 속성에 대한 검증결과이다. KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율의 수익률 실증적 분포에 대한 통계적 속성은 정규분포의 속성과 분명한 차이를 갖고, 수익률 측정시간 간격의 차이는 분포적 속성에 의미 있는 영향을 미친다는 것을 확인하였다. 또한 재무 분야에서 널리 알려진 수익률 실증적 분포의 높은 중심부분과 두꺼운 꼬리부분의 특징은 신뢰구간의 90% 수준과 유의수준 0.5% 수준에서 각각 실증적으로 확인되는 현상임을 알 수 있었다. 한편, 수익률의 자기상관관계 변화추이로부터 지속성을 확인할 수 없었다. 수익률 자료로부터 확인된 실증적 분포의 분포적 속성 및 동적 속성은 한국 주식시장의 KOSPI 200 시장지수와 국제외환시장의 일본 엔 환율에서 각각 확인된 검증결과와 다르지 않으며, 이는 시장에 관계없이 공통적으로 관찰되는 공통성의 증거를 나타낸다. 둘째, 실현변동성의 통계적 속성에 대한 검증결과이다. KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율로부터 산출된 실현분산과 실현표준편차는 분포의 중심부분이 매우 높고 분포의 꼬리부분이 오른쪽으로 매우 치우친 로그정규분포의 속성을 가졌지만, 로그변환 실현표준편차는 정규분포와 유사한 형태를 나타내었다. 그리고 실현변동성 측정치들의 자기상관관계는 의미 있는 큰 값으로 느리게 감소하는 시계열 지속성을 보여줌에 따라 변동성의 예측가능성 증거를 확인했다. 실현변동성 측정치들로부터 확인된 분포적 속성과 동적 속성은 KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율에서 다르지 않았으며, 이는 시장 종류에 관계없는 공통성을 나타낸다. 한편 수익률을 실현표준편차로 나눈 조정된 수익률은 원래 수익률에서 관찰되는 급침도분포의 속성과 달리 정규분포의 속성에 매우 유사한 특징을 보였다.

본 연구는 기존연구로부터 동기 부여된 연구목적 및 범위를 제시한 서문에 이어, 제 II장에서는 분석에 이용된 KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율의 자료 및 기간을 설명하고, 분석대상 자료의 산출과정 및 연구방법들을 자세하게 설명한다. 제 III장에서는 설정된 연구목적에 따라 검증된 결과를 구체적으로 언급한다. 즉, 수익률 관점과 변동성 관점에서의 통계적 속성에 대한 검증결과를 각각 구체적으로 제시하고 설명한다. 그리고 관찰된 검증결과에

대한 재무 분야에서의 경제적 함의 및 향후 연구과제에 대한 의견을 제시한다. 제 IV장에서는 본 연구에서 확인된 검증결과를 요약 정리한 후에 결론을 제시한다.

II. 실증설계

1. 자료 및 기간

본 연구는 2004년 이후 최근까지 10년 이상의 장기간에 걸쳐, 유동성이 높은 한국 주식시장의 KOSPI 200 시장지수와 국제외환시장에서 활동적이고 시장 유동성이 풍부한 일본 엔(USD/JPY) 환율의 고빈도 자료를 이용하여 산출된 수익률과 실현변동성을 이용한다. 재무 분야에서 진정한 측정치를 계산하기 위하여 이론에서와 같이 연속적으로 관찰되는 가격자료의 이용을 언급하지만, 시장미시구조가 존재하는 현실에서는 쉽지 않다. 그러므로 실증적 검증에서 자료숫자는 이론과 현실 간의 차이를 축소하기 위하여 충분한 시장 유동성을 갖는 일중 고빈도 자료를 장기간에 걸쳐 선택할 필요가 있다. 따라서 본 연구는 10년 이상의 장기간에 걸친 고빈도 가격자료를 이용하여 이러한 문제점을 극복한다.

검증과정에 이용된 자료는 다음과 같다. 첫째, 한국 주식시장의 대표적 시장지수인 KOSPI 200에 대한 2004년 1월부터 2014년 6월의 10년 6개월 동안 2,607거래일의 일중 고빈도 가격자료를 이용한다. 즉, 분석에 이용된 고빈도 자료에 대한 8가지 측정시간 간격별 수익률의 자료숫자는 다음과 같다. 1분 간격은 937,872개, 5분 간격은 190,107개, 10분 간격은 96,393개, 15분 간격은 65,131개, 30분 간격은 33,869개, 1시간 간격은 18,238개, 2시간 간격은 10,428개, 그리고 1일 간격은 2,607개이다. 둘째, 국제외환시장의 일본 엔 환율자료에 대한 2005년 1월 10일부터 2014년 6월 30일까지 9년 6개월 동안의 2,443거래일의 일중 고빈도 가격자료를 이용한다. 즉, 분석에 이용된 고빈도 자료에 대한 8가지 측정시간 간격별 수익률의 자료숫자는 다음과 같다. 1분 간격은 3,497,454개, 5분 간격은 699,756개, 10분 간격은 350,031개, 15분 간격은 233,451개, 30분 간격은 116,877개, 1시간 간격은 588,599개, 2시간 간격은 32,082개, 그리고 1일 간격은 2,443개이다. 여기서 주식시장과 외환시장의 고빈도 자료 간에는

자료숫자에서 차이를 갖는데, 이는 각 시장에서의 거래시간과 자료조정과정에 그 이유가 있다. 국제외환시장은 월요일에서 일요일까지의 모든 요일에서 24시간 운영되는 시장인데 비하여 한국 주식시장은 월요일에서 금요일의 주중에서 하루 약 6시간 운영되는 시장이다. 즉, 거래시간의 차이가 주식시장과 외환시장 간의 자료숫자 차이를 만든다. 또한 고빈도 자료를 이용하는 경우에 시장 유동성과 시장미시구조의 영향을 고려한 자료조정과정이 필요하다. 한국 주식시장의 KOSPI 200 시장지수는 현물 및 파생상품시장을 대표하는 지수로 주중에 생성되는 높은 유동성을 갖는 자료이다. 반면, 국제외환시장은 일주일의 24시간 거래되는 시장으로 기존연구에서와 같이 거래활동이 부족한 거래일들을 조정한다. 즉, 토요일, 일요일, 그리고 월요일의 새벽시간 등의 거래일과 거래시간은 유동성 부족 등으로 시장미시구조의 영향을 받을 수 있기 때문에 제외한다. 외환시장에서 크리스마스, 신년 등과 같은 대표적 공휴일들은 시장유동성 부족의 이유로 제외하였다. 본 연구는 시장 유동성과 시장미시구조 등의 영향을 고려하여 일본 엔 환율의 고빈도 자료는 언급한 자료조정과정 이후에 생성된 자료를 이용하였다.

2. 수익률과 변동성 측정방법

본 연구는 Mantegna and Stanley(1995), Andersen and Bollerslev(1998) 등의 기존연구에 근거하여 개선된 방법으로부터 수익률과 실현변동성 측정치들을 생성 및 이용한다. 먼저, 거래일(t)의 일중 수익률($r_{t,k}$)은 다음과 같이 로그변환 가격($\ln P_{t,k} \equiv p_{t,k}$)간의 차이에 의하여 산출한다.

$$r_{t,k} = p_{t,k} - p_{t,k-1} \quad (1)$$

여기서, $k(= 1, 2, \dots, M)$ 는 하루 중 고빈도 자료의 측정시간 간격별 자료의 구분자이고, M 은 t 거래일에 포함된 일중 자료숫자이며, $t(= 1, 2, \dots, T)$ 는 거래일을 나타낸다. 본 연구는 시장에서의 하루 중 거래시간을 기준으로 8가지 종류의 수익률 자료를 이용한다. 즉, 1분, 5분, 10분, 15분, 30분, 1시간, 2시간, 1일이다. 거래일의 하루 중에 측정시간 간격별 자료는 KOSPI 200 시장지수의 경우에 1분에서 2시간까지 시간 간격은 약 $M = 360$ 개~4개의 범위에

있고, 일본 엔 환율의 경우는 약 $M=1,440$ 개~13개의 범위에 있다.²⁾ 그리고 T 는 분석기간의 거래일로, KOSPI 200 시장지수는 $T=2,607$ 거래일이고, 일본 엔 환율은 $T=2,443$ 거래일이다.

다음으로, 고빈도 자료로부터 3가지 종류의 실현변동성 추정치를 산출한다. 실현변동성의 산출에 있어서 측정시간 간격의 선택은 실현변동성 추정치를 처음으로 제안한 Andersen and Bollerslev(1998)와 이후 관련 연구들에서 일반적으로 사용한 5분 측정시간 간격의 수익률을 이용한다. 즉, 하루 중 5분 시간 간격에 의하여 산출된 수익률을 제공하여 누적한 실현분산(realized variance, RV_t)을 식 (2)의 방법으로 산출한다.

$$RV_t = \sum_{k=1}^M r_{t,k}^2 \quad (2)$$

여기서, k 는 하루 중에서 고빈도 5분 시간 간격의 수익률 구분자이다. KOSPI 200 시장지수에 대한 5분 시간 간격의 수익률의 하루 중 자료숫자는 약 $M=73$ 개이고, 일본 엔 환율자료는 약 $M=288$ 개이다. 한편, 한국 주식시장은 국제외환시장과 같이 24시간 운영되지 않는다. 즉, 한국 주식시장은 오전 9시에 시장을 개장한 후에 하루 약 6시간의 거래시간만을 갖는다. 결국, 주식시장은 전일($t-1$) 거래장이 마감한 후에 익일(t) 거래장이 열리기까지 거래가 없는 시간이 존재하기 때문에, 앞의 식 (2)에 의하여 주식시장의 실현변동성(분산)을 측정하면, 계산된 실현변동성은 거래기간의 시장 변동성만을 반영할 뿐이고, 거래가 없는 기간에서의 시장변동정보를 반영하지는 못하는 문제점이 있다. Hansen and Lunde(2006)은 거래가 없는 시간에서 시장변동정보가 전체 거래일 수익률의 변동성을 계산하는 데에 중요한 역할을 한다는 것을 제시하였고, Andersen et al.(2011) 등의 연구에서 실현변동성의 산출에 거래가 없는 시간의 시장변동정보를 반영한 조정된 실현분산 (RV_t^*)을 다음의 식으로 산출하였다. 즉,

$$RV_t^* = RV_t + r_{t,n}^2 = \sum_{k=1}^M r_{t,k}^2 + r_{t,n}^2 \quad (3)$$

2) 한국 주식시장의 고빈도 KOSPI 200 자료는 하루 중 거래시간 09:01에서 15:00 이후 증가 보고를 위한 자료를 갖는다. 본 연구는 09:01에서 15:00까지의 가격 자료를 이용하고, 15:00의 자료는 하루 중 마지막 거래자료(종가)로 대체하여 사용한다. 즉, 1분 간격은 09:01~15:00의 360개 자료를, 2시간 간격의 경우는 09:01, 11:00, 13:00, 15:00의 4개 자료로 구성된다. 외환시장의 일본 엔 환율자료는 24시간 거래되는 시장으로 하루 중 거래시간이 00:00~23:59이고, 분석에 이용된 자료숫자는 1분 간격의 경우에 1,440개이고, 2시간 간격은 00:00~23:00까지 13개 자료로 구성된다.

여기서, $r_{t,n}$ 는 직전 거래일($t-1$)의 종가($P_{t-1,c}$)에서 거래일(t)의 시가($P_{t,0}$)까지 거래가 없는 시간에서의 수익률, 즉 $r_{t,n} = \ln P_{t,0} - \ln P_{t-1,c}$ 이다. 본 연구는 KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율의 5분 시간 간격의 수익률을 이용하여 식 (3)으로부터 실현변동성(분산)을 산출한다. 그리고 논문에 제시할 검증결과의 간소화를 위하여 이후 언급되는 실현분산은 모두 조정된 실현분산 $RV_t^* \equiv RV_t$ 을 나타낸다. 앞의 식 (3)에서 측정된 실현분산을 이용하여, 실현변동성의 다른 측정치들인 실현표준편차(realized standard deviation, SRV_t)와 로그변환 실현표준편차(logarithmic realized standard deviation, $LSRV_t$)를 산출한다. 즉, 식 (4)에서와 같이 실현분산의 제곱근 값을 이용하여 실현표준편차를 산출하고, 식 (5)와 같이 계산된 실현표준편차로부터 로그변환 실현표준편차를 산출한다.

$$SRV_t = \sqrt{RV_t} \quad (4)$$

$$LSRV_t = \ln(SRV_t) \quad (5)$$

이상의 언급된 내용에 근거하여, 본 연구는 하루 중의 거래시간을 기준으로 1분, 5분, 10분, 15분, 30분, 1시간, 2시간, 1일의 8가지 수익률 측정시간 간격에 대하여 식 (1)로부터 각각의 수익률을 산출하고, 변동성은 기존연구에 근거하여 하루 중 5분 시간 간격의 수익률 자료를 이용하여 식 (3)~식 (5)에서 각각 산출된 실현분산, 실현표준편차, 로그변환 실현표준편차를 이용한다.

III. 실증결과

본 연구의 실증결과는 연구목적 및 범위에 따라 2가지로 구분하여 제시한다. 즉, 첫째, 고빈도 수익률 자료로부터 관찰된 실증적 분포에 대한 분포적 속성 및 동적 속성에 대한 검증결과, 둘째, 고빈도 수익률자료로부터 산출된 실현변동성 측정치들에 대한 분포적 속성 및 동적 속성에 대한 검증결과이다. 그리고 설정된 연구목적에 따라 관찰된 고빈도 수익률과 실현변동성의 분포적 및 동적 속성에 대한 검증결과의 의미 및 향후 과제에 대한 논의를 제시한다. 각각의 검증결과를 살펴본다.

1. 수익률에 대한 통계적 속성 검증결과

본 절에서는 주식시장과 외환시장의 고빈도 수익률 자료에 대한 실증적 분포의 통계적 속성을 검증한 결과를 확인한다. 즉, KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율에 대한 분포적 속성과 동적 속성을 조사한 검증결과를 <표 1>, <표 2>, <그림 1>~<그림 3>에 제시하였다.

먼저, KOSPI 200 시장지수의 고빈도 수익률자료로부터 관찰된 <표 1>, <그림 1>, <그림 2>의 검증결과를 살펴본다. 전반적 검증결과에 의하면, KOSPI 200 시장지수의 수익률 실증적 분포에 대한 통계적 속성은 정규분포의 속성과 분명한 차이를 갖고, 더욱이 수익률 측정시간 간격의 차이는 관찰된 분포적 속성의 정규성 정도에 의미 있는 영향을 미친다는 것을 확인하였다. 특히 재무 분야에서 널리 알려진 수익률 실증적 분포의 높은 중심부분과 두꺼운 꼬리부분의 특징은 중심부분이 신뢰구간의 90% 수준에서, 꼬리부분이 유의수준 0.5% 수준에서 각각 실증적으로 확인되는 현상임을 알 수 있었다. 구체적인 검증결과를 살펴본다.

<표 1> KOSPI 200 시장지수의 고빈도 수익률 측정시간 간격별 통계적 속성

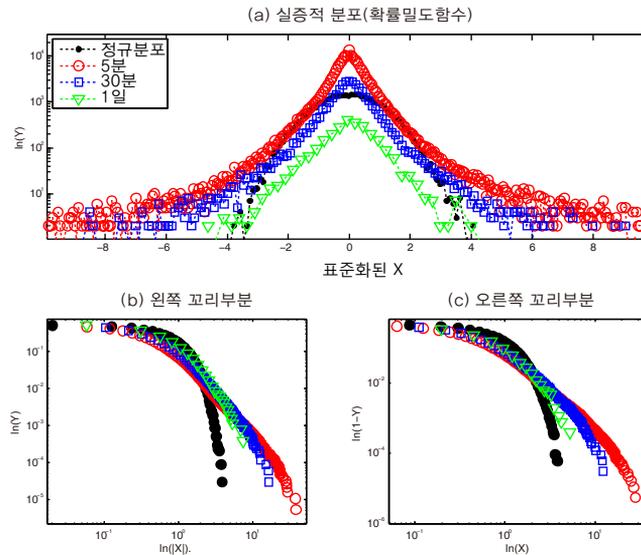
시장지수의 고빈도 자료를 이용한 8가지 측정시간 간격별 수익률 자료들에 대한 통계적 속성을 검증한 결과이다. 통계적 속성으로 패널 A에는 평균, 표준편차, 왜도, 첨도의 측정치들과 함께 자료의 정규성에 대한 Jarque and Bera(1980, JB) 통계량과 수익률 자기상관관계에 대한 Ljung and Box(1978, LB) 통계량을 나타내었다. 패널 B에는 수익률 실증적 분포에서 중심부분과 꼬리부분 각각에 대한 실제 통계적 확률(상대빈도)을 제시하였다.

| | 1분 | 5분 | 10분 | 15분 | 30분 | 1시간 | 2시간 | 1일 |
|--|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 패널 A: 기초통계량 | | | | | | | | |
| 평균 | 0.000001 | 0.000005 | 0.000009 | 0.000014 | 0.000027 | 0.000049 | 0.000086 | 0.000343 |
| 표준편차 | 0.000746 | 0.001746 | 0.002426 | 0.002912 | 0.004027 | 0.005475 | 0.007218 | 0.014495 |
| 왜도 | -2.85 | -1.20 | -0.83 | -0.88 | -0.72 | -0.57 | -0.52 | -0.43 |
| 첨도 | 739.87 | 129.15 | 72.35 | 53.45 | 30.26 | 17.54 | 11.62 | 9.12 |
| JB | 212×10^8 | 126×10^6 | 193×10^5 | 691×10^4 | 105×10^4 | 161×10^3 | 327×10^2 | 415×10^1 |
| LB | 5524.65 | 361.25 | 162.10 | 109.28 | 134.67 | 115.05 | 110.99 | 28.91 |
| 패널 B: 분포적 속성 | | | | | | | | |
| B.1 분포의 중심부분 확률 | | | | | | | | |
| [90%] | 96.43% | 95.13% | 94.77% | 94.53% | 93.85% | 92.96% | 92.17% | 92.33% |
| [95%] | 97.48% | 96.54% | 96.34% | 95.97% | 95.46% | 94.87% | 94.56% | 94.55% |
| [99%] | 98.67% | 98.13% | 97.96% | 97.75% | 97.52% | 97.37% | 97.38% | 97.62% |
| B.2 분포의 꼬리부분 확률(X축의 왼쪽 음(-)의 값을 갖는 부분) | | | | | | | | |
| [5.0%] | 1.79% | 2.49% | 2.65% | 2.80% | 3.22% | 3.73% | 4.17% | 4.41% |
| [2.5%] | 1.27% | 1.75% | 1.87% | 2.06% | 2.34% | 2.75% | 3.09% | 3.07% |
| [0.5%] | 0.67% | 0.92% | 1.03% | 1.14% | 1.33% | 1.46% | 1.54% | 1.50% |
| B.3 분포의 꼬리부분 확률(X축의 오른쪽 양(+)의 값을 갖는 부분) | | | | | | | | |
| [5.0%] | 1.78% | 2.38% | 2.58% | 2.67% | 2.93% | 3.31% | 3.66% | 3.26% |
| [2.5%] | 1.25% | 1.71% | 1.79% | 1.96% | 2.19% | 2.37% | 2.35% | 2.38% |
| [0.5%] | 0.66% | 0.94% | 1.01% | 1.11% | 1.16% | 1.17% | 1.07% | 0.88% |

첫째, <표 1>의 패널 A에 제시한 수익률의 실증적 분포에 대한 통계적 속성의 검증결과를 확인한다. 분포의 중심과 퍼짐의 정도를 나타내는 평균과 표준편차 측정치들은 1분 시간 간격의 수익률에서 1일 시간 간격의 수익률로 시간 간격이 증가함에 따라 값의 크기는 증가한다. 분포의 치우침 정도와 뾰족한 정도를 나타내는 왜도와 첨도 측정치는 정규분포에 비교하여 보다 왼쪽으로 치우친 음(-)의 값과 보다 높은 높이를 갖고, 또한 1분 시간 간격에서 1일 시간 간격으로 수익률의 측정시간 간격이 증가함에 따라 감소한다. 즉, 수익률의 실증적 분포에 대한 기초통계량은 이론적 정규분포에 대한 부정적 증거를 갖고, 더욱이 고빈도 자료로부터 상이한 측정시간 간격별로 산출된 수익률 자료는 각각 정규성 정도에 상이함을 보여준다. 이러한 자료의 정규성에 대한 부정적 증거는 표에 제시된 Jarque and Bera(1980, JB) 통계량에서도 확인된다. 이상에서, 본 연구는 KOSPI 200 시장지수의 수익률에 대한 실증적 분포는 정규분포와 상이한 통계적 속성을 갖고, 수익률 측정시간 간격이 1일에서 1분으로 시간 간격이 짧아짐에 따라 정규성에 벗어나는 정도는 더욱 커진다는 것을 확인하였다.

<그림 1> KOSPI 200 시장지수의 고빈도 수익률자료에 대한 분포적 속성

시장지수의 고빈도 자료를 이용한 8가지 측정시간 간격별 수익률 자료들 중에서, 5분(○), 30분(□), 1일(▽)의 3가지 수익률자료에 대한 확률밀도함수와 누적분포함수를 이용하여 분포의 중심부분과 꼬리부분을 각각 검증한 결과이다. 그림에서 (a)는 수익률의 확률밀도함수로 X축은 표준화된 자료이고, Y축은 빈도에 대한 로그변환 값이다. Log-Log Plot 방법을 이용하여, (b)와 (c)는 X축의 음(-)과 양(+)의 값에 대응하는 각각의 누적확률을 Y축에 표시한 그림이다. 각 그림에서 비교대상은 정규분포를 따르는 난수자료(●)로부터의 분포이다.



둘째, <그림 1>과 <표 1>의 패널 B에서 수익률 분포의 확률밀도함수와 누적분포함수로부터 각각 산출된 실제 통계적 확률(상대빈도, relative frequency)의 크기를 시각적 및 수치적으로 확인한다. 즉, 정규분포에 비교하여 수익률의 실증적 분포의 중심부분이 보다 높고, 분포의 꼬리부분이 보다 두껍다는 것을 Mantegna and Stanley(1995), Mandelbrot(1963), Fama(1965) 등의 시각적 구현방법과 수치적 산출방법을 근거하여 실제적으로 입증한다.

우선 <그림 1>은 <표 1>의 패널 A에서 확인된 검증결과를 시각적 구현방법을 통하여 견고하게 보여준다. 그림은 Scott(1992)의 방법에 따라 도출된 빈도분포를 기준으로 Mantegna and Stanley(1995) 등의 연구방법에 근거한 확률밀도함수와 Mandelbrot(1963), Fama(1965) 등의 연구방법에 근거한 누적분포함수의 Log-Log Plot 방법의 결과를 제시하였다.³⁾ 그림은 (a) 실증적 분포의 확률밀도함수, (b) 누적분포함수에서 X축의 음(-)의 값을 갖는 왼쪽 꼬리부분, (c) 누적분포함수에서 X축의 양(+)의 값을 갖는 오른쪽 꼬리부분으로 구분한다.⁴⁾ <그림 1>에 제시된 검증결과에서, 수익률 자료에 대한 실증적 분포 <그림 a>는 중심부분이 정규분포에 비교하여 보다 높고, 꼬리부분에 보다 많은 빈도(중심에서 멀리 떨어진 부분까지 값들이 존재)를 가지며, 분포의 꼬리부분(<그림 b>와 <그림 c>)은 정규분포보다 두꺼운 꼬리(정규분포에 비교하여 보다 오른쪽으로 치우친 모양)를 분명하게 갖는다. 또한 수익률의 측정시간 간격 차이에서 5분 시간 간격의 수익률 자료로부터 관찰된 실증적 분포가 1일 시간 간격의 수익률 자료로부터의 실증적 분포에 비교하여 중심부분은 보다 높고 꼬리부분은 보다 두껍다. 즉 수익률 측정시간 간격 차이는 수익률 분포의 정규성에서 대한 벗어나는 정도에 의미 있는 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

이제 <그림 1>에서 확인된 수익률 분포의 분포적 속성을 보다 견고하게 확인하기 위하여 수치적 산출방법에 의하여 분포로부터 실제 통계적 확률을 산출한 결과인 <표 1>의 패널 B를 확인한다. 정규분포에서 분포의 중심부분 확률크기는 대표적인 3가지 신뢰구간인 90%, 95%, 99%를 이용하고, 분포의 꼬리부분 확률크기는 각 신뢰구간에 대한 양측검증의 유의수준인 5.0%, 2.5%, 0.5%를 이용한다. 이를 통하여 KOSPI 200 시장지수의 고빈도 자료에 대한

3) 본 연구에서 제시한 분포의 시각적 검증결과와 도출에 사용된 방법들은 Scott(1992)의 빈도분포의 빈도 숫자 결정방법, Mantegna and Stanley(1995) 연구의 효과적인 분포의 중심부분 관찰 방법, Mandelbrot(1963), Fama(1965) 등의 연구의 Log-Log Plot 방법에 의한 효과적인 분포의 꼬리부분 관찰 방법이다. 구체적인 설명은 <부록 1>에 제시하였다.

4) 본 연구는 고빈도 자료로부터 8가지 측정시간 간격별 수익률을 이용하여 결과를 도출하였지만, 8가지 모든 수익률의 결과를 포함하는 흑백 그림에서 검증결과와 가독성 문제점 등으로, 본문에는 실증설계의 목적을 나타낼 수 있는 3가지 측정시간 간격의 수익률, 즉 5분, 30분, 1일에 대한 결과만을 제시하였다.

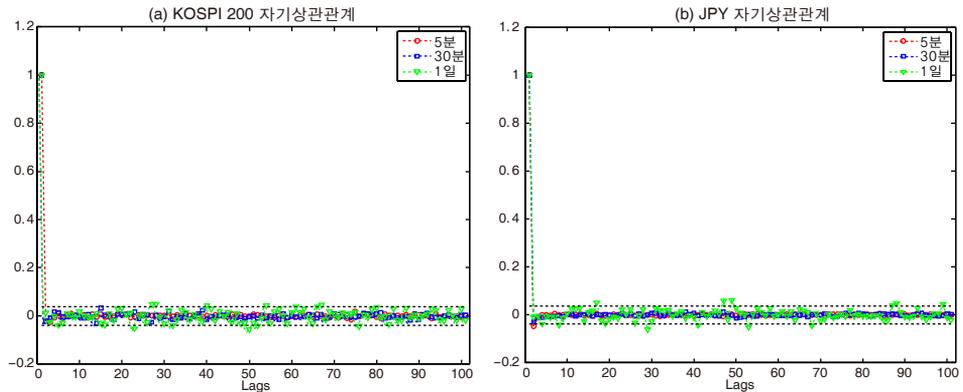
측정시간 간격별 수익률로부터 도출된 실증적 분포의 중심부분과 꼬리부분에서 산출된 실제 확률 크기로 정규분포의 경우와 직접적으로 비교 관찰할 수 있다. 패널 B에서 실증적 분포의 중심부분 확률(B.1)은 정규분포의 90% 중심부분에 비교하여 분명하게 높은 확률을 갖는다. 즉, 8가지 측정시간 간격별 수익률로부터의 실증적 분포의 중심부분은 92.17%~96.43% 범위의 실제 확률 크기를 갖는다. 실증적 분포의 꼬리부분의 확률(B.2와 B.3)은 정규분포의 99% 신뢰구간에 대한 양측검증의 유의수준인 0.5%에 비교하여 분명하게 높은 확률을 갖는다. 즉, 8가지 측정시간 간격별 수익률로부터의 실증적 분포에서, 왼쪽 꼬리부분에서 산출된 실제 확률 크기는 0.67%~1.54%의 범위에 있고, 오른쪽 꼬리부분은 0.66%~1.17% 범위에서 실제 확률크기를 갖는다. 따라서 <그림 1>의 수익률 자료의 확률밀도함수와 누적분포함수로부터 확인된 분포의 높은 중심부분과 두꺼운 꼬리부분의 특징을 <표 1>의 패널 B에서 분포의 실제 확률크기를 통하여 견고히 확인할 수 있다. 그리고 분포의 중심부분과 꼬리부분에 대한 실제 확률 크기는 역시 수익률의 측정시간 간격에 따라 변화하는 경향을 확인할 수 있다. 즉, 분포의 중심부분에 대한 실제 확률크기는 1분에서 1일로의 시간 간격이 증가함에 따라 실제 확률크기는 감소하는 경향을 갖고, 분포의 꼬리부분은 반대로 증가하는 경향을 갖는다. 한편, 이러한 강건성 검증과정에서 확인된 흥미로운 점은 재무 분야에서 일반적으로 언급되는 정규분포에 비교하여 수익률 실증적 분포의 높은 중심부분은 90%를 기준으로 관찰되는 현상이고, 실증적 분포의 두꺼운 꼬리는 99%의 양측검증의 유의수준인 0.5%를 기준으로 확인되는 현상임을 발견한 것이다.

셋째, 고빈도 수익률 자료들의 동적 속성에 대한 검증결과는 <표 1>의 패널 A에 제시된 Ljung and Box(1978, **LB**) 통계량과 <그림 2(a)>의 자기상관관계 변화 추이의 그래프(correlogram)를 통하여 확인한다. 재무 분야에서 수익률은 일반적으로 예측할 수 없는 것으로 언급되는 반면에 변동성은 높은 예측가능성을 갖는 것으로 인식된다. 이러한 사실은 수익률 자료의 동적 속성의 관찰을 통하여 기본적 확인이 가능하다. <표 1>의 패널 A에서 Ljung-Box 통계량은 측정시간 간격이 1일인 경우를 제외하고 모두 유의적이다. 하지만, 수익률자료에 대한 Ljung-Box 통계량 크기는 앞으로 설명할 <표 3>의 실현변동성에 대한 검증결과와 비교하면 매우 작은 값을 갖는다. 관찰된 통계량에 대한 보다 견고한 검증결과를 얻기 위하여 <그림 2>의 자기상관관계에 대한 시차 1에서 시차 100까지의 변화를 확인하였다. 검증결과에 의하면, 수익률 자료로부터 단기적 시계열 지속성의 존재를 시각적으로 분명하게

확인할 수 없다. 즉, 수익률 자료로터의 자기상관관계는 이론적인 범위(점선)를 체계적으로 벗어나지 못한다. 이는 과거기간의 수익률자료에 근거하여 미래기간의 수익률을 예측하는 것은 어렵다는 재무 분야의 일반적 동의를 지지하는 증거이다.

〈그림 2〉 KOSPI 200과 일본 엔 환율의 수익률에 대한 자기상관관계 추이

시장지수와 일본 엔 환율의 8가지 측정시간 간격별 수익률 자료들 중에서, 5분(○), 30분(□), 1일(▽)의 3가지 시간 간격별 수익률자료에 대한 자기상관관계의 변화 추이를 나타낸 것이다. 그림에서 (a)는 KOSPI 200 시장지수의 수익률에 대한 자기상관관계 변화추이이고, (b)는 일본 엔 환율의 수익률에 대한 자기상관관계 변화추이를 나타낸다. 그림에서 X축은 자기상관관계의 시차를 나타내고, 그림에 표시된 점선(---)은 이론적인 자기상관관계의 기준선이다.



다음으로, 국제외환시장의 고빈도 일본 엔 환율자료로부터 관찰된 검증결과인 <표 2>, <그림 2>, <그림 3>을 정리하면 다음과 같다. 전반적으로, 일본 엔 환율자료의 실증적 분포에 대한 분포적 속성과 동적 속성의 검증결과는 KOSPI 200 시장지수의 고빈도 자료로부터 관찰된 검증결과와 다르지 않다는 것을 확인하였다. 주요 검증결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, <표 2>의 패널 A의 검증결과에서 일본 엔 환율에 대한 실증적 분포의 통계적 속성을 나타내는 평균, 표준편차, 왜도, 첨도의 측정치들과 Jarque-Bera 통계량으로부터 정규분포와 상이한 속성을 확인할 수 있고, 특히 수익률 측정시간 간격이 1일에서 1분으로 시간 간격이 짧아짐에 따라 현저하게 커지는 첨도, Jarque-Bera 통계량 등으로부터 정규성에 벗어나는 정도를 분명하게 알 수 있다. 둘째, 정규성에서 벗어나는 통계적 속성에 대한 견고한 증거를 얻기 위하여 일본 엔 환율의 확률밀도함수를 통한 중심부분과 누적분포함수를 통한 꼬리부분을 <그림 3>과 <표 2>의 패널 B에서 제시하였다. <그림 3>에서 일본 엔 환율에 대한 실증적 분포(그림 a)는 정규분포에 비교하여 보다 높은 중심부분과 두꺼운 꼬리부분(<그림 b>)와

〈그림 c〉을 갖는다는 것을 분명하게 확인할 수 있다. 그리고 분포적 속성에 대한 실제 확률의 크기를 산출한 〈표 2〉의 패널 B에서 실증적 분포의 중심부분의 확률(B.1)이 정규분포의 90% 중심부분에 비교하여 분명하게 높은 확률 크기를 갖고, 분포의 꼬리부분의 확률(B.2와 B.3)이 정규분포의 양측검증 유의수준인 0.5%에 비교하여 분명하게 높은 확률 크기를 갖는다. 또한 KOSPI 200 시장지수에서 확인되었듯이, 재무 분야에서 일반적으로 언급되는 실증적 분포의 높은 중심부분은 90%를 기준으로 관찰되는 현상이고, 분포의 두꺼운 꼬리는 99%의 양측검증의 유의수준인 0.5%를 기준으로 확인되는 현상이라는 점을 역시 일본 엔 환율자료로부터도 발견된다. 또한 분포의 중심부분과 꼬리부분에 대한 검증결과는 역시 수익률의 측정시간 간격에 따라 변화하는 경향이 있음을 확인하였다. 셋째, 일본 엔 환율자료로부터 확인된 동적 속성을 〈표 2〉의 패널 A의 Ljung-Box 통계량과 〈그림 2(b)〉의 자기상관관계 변화

〈표 2〉 일본 엔 환율의 고빈도 수익률자료의 측정시간 간격별 통계적 속성

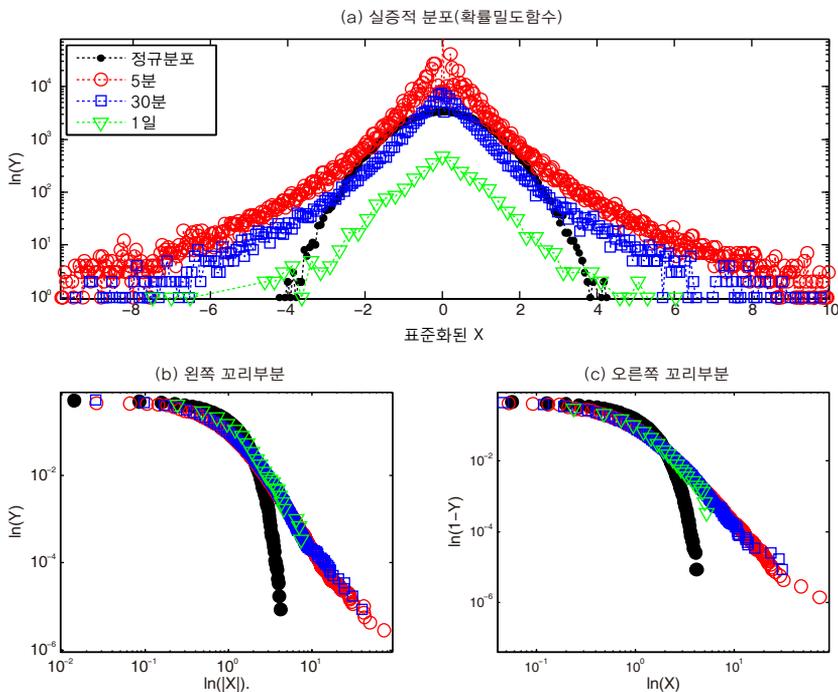
환율의 고빈도 자료를 이용한 8가지 측정시간 간격별 수익률 자료들에 대한 통계적 속성을 검증한 결과이다. 통계적 속성으로 패널 A에는 평균, 표준편차, 왜도, 첨도의 측정치들과 함께 자료의 정규성에 대한 Jarque and Bera(1980, JB) 통계량과 수익률 자기상관관계에 대한 Ljung and Box(1978, LB) 통계량을 나타내었다. 패널 B에는 수익률 실증적 분포에서 중심부분과 꼬리부분 각각에 대한 실제 통계적 확률(상대빈도)를 제시하였다.

| | 1분 | 5분 | 10분 | 15분 | 30분 | 1시간 | 2시간 | 1일 |
|--|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 패널 A: 기초통계량 | | | | | | | | |
| 평균×10 ⁵ | -0.000969 | -0.004848 | -0.009589 | -0.014349 | -0.028567 | -0.056153 | -0.102565 | -0.983738 |
| 표준편차 | 0.000199 | 0.000431 | 0.000602 | 0.000735 | 0.001027 | 0.001445 | 0.001941 | 0.006037 |
| 왜도 | -0.34 | -0.66 | -0.37 | -0.44 | -0.37 | -0.47 | -0.37 | -0.29 |
| 첨도 | 1635.40 | 405.65 | 241.53 | 165.50 | 92.09 | 59.29 | 39.20 | 8.36 |
| JB | 388×10 ⁹ | 472×10 ⁷ | 829×10 ⁶ | 256×10 ⁶ | 386×10 ⁵ | 773×10 ⁴ | 175×10 ⁴ | 358×10 ¹ |
| LB | 8209.90 | 1752.37 | 851.63 | 572.60 | 151.04 | 142.23 | 146.78 | 37.02 |
| 패널 B: 분포적 속성 | | | | | | | | |
| B.1 분포의 중심부분 확률 | | | | | | | | |
| [90%] | 93.58% | 93.56% | 93.46% | 93.52% | 93.31% | 93.19% | 93.04% | 91.92% |
| [95%] | 95.52% | 95.50% | 95.43% | 95.40% | 95.33% | 95.23% | 95.11% | 94.96% |
| [99%] | 97.74% | 97.75% | 97.74% | 97.70% | 97.61% | 97.62% | 97.60% | 97.90% |
| B.2 분포의 꼬리부분 확률(X축의 왼쪽 음(-)의 값을 갖는 부분) | | | | | | | | |
| [5.0%] | 3.22% | 3.26% | 3.34% | 3.31% | 3.49% | 3.59% | 3.64% | 4.26% |
| [2.5%] | 2.25% | 2.28% | 2.36% | 2.36% | 2.46% | 2.55% | 2.58% | 2.74% |
| [0.5%] | 1.14% | 1.16% | 1.16% | 1.21% | 1.27% | 1.25% | 1.29% | 1.12% |
| B.3 분포의 꼬리부분 확률(X축의 오른쪽 양(+)의 값을 갖는 부분) | | | | | | | | |
| [5.0%] | 3.19% | 3.18% | 3.21% | 3.17% | 3.20% | 3.22% | 3.32% | 3.82% |
| [2.5%] | 2.23% | 2.22% | 2.21% | 2.24% | 2.21% | 2.23% | 2.31% | 2.30% |
| [0.5%] | 1.12% | 1.09% | 1.09% | 1.08% | 1.11% | 1.13% | 1.11% | 0.98% |

추이의 그래프로부터 확인하면, 역시 KOSPI 200 시장지수의 수익률 자료와 마찬가지로 수익률의 단기적 시계열 지속성을 확인할 수 없다. 이상의 관찰에서 일본 엔 환율의 수익률 자료로부터 확인된 실증적 분포의 분포적 속성 및 동적 속성은 KOSPI 200 시장지수에서 확인된 실증적 분포의 통계적 속성과 다르지 않다. 즉, 금융시장의 종류에 관계없는 수익률 실증적 분포의 공통성을 나타낸다.

〈그림 3〉 일본 엔 환율의 고빈도 수익률자료에 대한 분포적 속성

환율의 고빈도 자료를 이용한 8가지 측정시간 간격별 수익률 자료들 중에서, 5분(○), 30분(□), 1일(▽)의 3가지 시간 간격별 수익률자료에 대한 확률밀도함수와 누적분포함수를 이용하여 분포의 중심부분과 꼬리부분을 각각 검증한 결과이다. 그림에서 (a)는 수익률의 확률밀도함수로 X축은 표준화된 자료이고, Y축은 빈도에 대한 로그변환 값이다. Log-Log Plot 방법을 이용하여, (b)와 (c)는 X축의 음(-)과 양(+의 값에 대응하는 각각의 누적확률을 Y축에 표시한 그림이다. 각 그림에서 비교대상은 정규분포를 따르는 난수자료(●)로부터의 분포이다.



2. 실현변동성의 통계적 속성 검증결과

본 절에서는 한국 주식시장의 KOSPI 200 시장지수와 국제외환시장의 일본 엔 환율의 고빈도 수익률 자료로부터 측정된 실현변동성 측정치들에 대한 분포적 속성과 동적 속성의 검증결과를 확인한다. KOSPI 200 시장지수로부터의 실현변동성 측정치에 대한 검증결과

〈표 3〉과 〈그림 4〉에, 일본 엔 환율로부터의 실현변동성 측정치들에 대한 검증결과는 〈표 4〉와 〈그림 6〉에, 그리고 실현변동성 측정치들에 대한 자기상관관계의 변화추이는 〈그림 5〉에 제시하였다.

〈표 3〉 KOSPI 200 시장지수의 고빈도 실현변동성 측정치들의 통계적 속성

시장지수의 고빈도 5분 수익률 자료를 이용하여 산출된 실현분산, 실현표준편차, 로그변환 실현표준편차의 3가지 실현변동성 측정치들에 대한 통계적 속성을 검증한 결과이다. 또한 일별 수익률을 일별 실현표준편차로 나누어 산출한 표준화된 수익률도 함께 제시하였다. 통계적 속성으로 패널 A에는 평균, 표준편차, 왜도, 첨도의 측정치들과 함께 수익률 자기상관관계에 대한 Ljung and Box(1978, LB) 통계량을 나타내었다. 패널 B에는 수익률 실증적 분포에서 중심부분과 꼬리부분 각각에 대한 실제 통계적 확률(상대빈도)을 제시하였다. 실현변동성 측정치들에 대한 분포의 꼬리부분은 X축의 양(+)의 값에 대한 오른쪽 꼬리부분만을 제시하였고, 표준화된 수익률은 왼쪽 꼬리부분과 오른쪽 꼬리부분을 구분하여 함께 제시하였다.

| | 실현분산 | 실현표준편차 | 로그변환 실현표준편차 | 조정된 수익률 |
|---|----------|----------|----------------|-------------|
| 패널 A: 기초통계량 | | | | |
| 평균 | 0.000222 | 0.012620 | -4.505600 | 0.083571 |
| 표준편차 | 0.000443 | 0.007953 | 0.487226 | 0.986949 |
| 왜도 | 8.83 | 3.18 | 0.67 | -0.05 |
| 첨도 | 122.42 | 19.80 | 3.69 | 2.77 |
| LB | 12304.57 | 18617.09 | 19632.07 | 14.42 |
| 패널 B: 분포적 속성 | | | | |
| B.1 분포의 중심부분 확률 | | | | |
| [90%] | 96.97% | 94.71% | 91.45% | 90.83% |
| [95%] | 97.39% | 96.01% | 95.36% | 94.86% |
| [99%] | 98.12% | 97.39% | 98.31% | 99.27% |
| B.2 분포의 꼬리부분 확률[실현변동성: 오른쪽 부분, 수익률: 왼쪽/오른쪽 부분] | | | | |
| [5.0%] | 3.03% | 5.29% | 6.10% | 4.56%/4.60% |
| [2.5%] | 2.61% | 3.99% | 3.84% | 2.80%/2.34% |
| [0.5%] | 1.88% | 2.61% | 1.69% | 0.46%/0.27% |

먼저, Andersen and Bollerslev(1998) 등의 기존연구들에 근거하여, KOSPI 200 시장지수의 고빈도 5분 시간 간격의 수익률자료로부터 산출된 실현변동성 측정치들에 대한 분포적 속성을 검증한 결과인 〈표 3〉과 〈그림 4〉를 살펴본다. 실현변동성 측정치는 식 (3)으로부터의 실현분산, 식 (4)의 실현표준편차, 그리고 식 (5)의 로그변환 실현표준편차이다. 관찰된 검증결과에 의하면, KOSPI 200 시장지수로부터 산출된 실현분산과 실현표준편차는 분포의 중심부분이 매우 높고 분포의 꼬리부분이 오른쪽으로 매우 치우친 로그정규분포의 속성을 가졌지만, 로그변환 실현표준편차는 정규분포와 유사한 속성에 나타내었다. 한편, 실현변동성 측정치들의

100시차까지의 자기상관관계는 의미 있는 큰 값으로 느리게 감소하는 시계열 지속성을 보여준다. 즉, 과거기간의 실현변동성은 미래기간의 실현변동성 예측에 유용하다는 예측가능성의 증거이다. 그리고 일별 수익률을 일별 실현표준편차로 나눈 표준화된 수익률은 앞의 수익률에 대한 통계적 속성 검증결과에서 확인된 것과 달리, 정규분포의 속성에 매우 유사한 결과를 보였다. 구체적인 각각의 검증결과를 살펴본다.

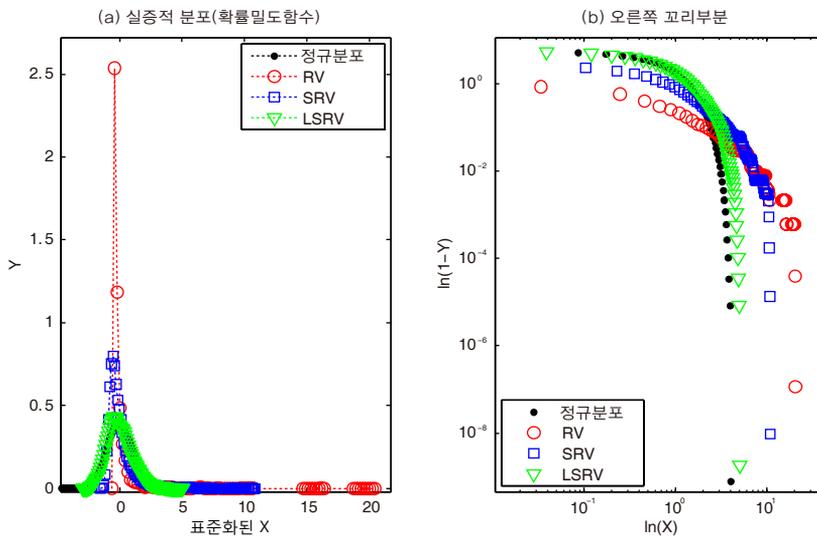
첫째, <표 3>의 패널 A에 제시된 실현변동성 측정치들에 대한 실증적 분포의 통계적 속성을 확인한다. 분포의 치우침과 뾰족한 정도를 나타내는 왜도와 첨도 측정치에서 실현분산은 큰 양(+)의 왜도를 가짐에 따라 분포의 꼬리부분이 오른쪽으로 많이 치우쳤음을, 매우 큰 첨도를 가짐에 따라 분포의 중심부분이 매우 높다는 것을 나타낸다. 즉, 이는 로그정규분포의 일반적인 분포적 속성이다. 실현표준편차는 실현분산에 비교하여 분포 꼬리부분의 치우침 정도와 분포의 중심부분의 뾰족한 정도는 낮아졌지만, 여전히 로그정규분포의 속성을 갖는다. 한편, 로그변환 실현표준편차의 분포의 통계적 속성은 실현분산과 실현표준편차와 상이하다. 즉, 중심부분의 뾰족한 정도는 표준정규분포의 3의 값에 근접하고, 분포의 치우침 정도는 매우 작은 값을 갖는다. 따라서 본 연구는 KOSPI 200 시장지수의 실현변동성 측정치들 중에서 실현분산과 실현표준편차는, Andersen et al.(2001a) 연구에서와 같이, 분포의 중심부분이 높고 분포의 꼬리부분이 오른쪽으로 치우친 로그정규분포의 속성을 확인하였고, 로그변환 실현표준편차는 일별 수익률로부터 산출된 로그변환 월별 표준편차의 분포가 정규분포에 근접한다는 증거를 제시한 French, Schwert, and Stambaugh(1987)의 연구와 유사하게, 정규분포의 속성에 유사함을 확인하였다.

둘째, <그림 4>와 <표 3>의 패널 B에서 실현변동성 측정치들의 확률밀도함수와 누적분포함수로부터 산출된 실제 통계적 확률의 크기를 시각적 구현방법과 수치적 산출방법을 통하여 견고하게 확인하였다. 우선, <그림 4>는 실현변동성 측정치들의 확률밀도함수와 Log-Log Plot 방법에 의한 누적분포함수를 나타낸다. 즉, 그림은 (a) 실증적 분포의 확률밀도함수, (b) 누적분포함수에서 X축의 양(+)의 값을 갖는 오른쪽 꼬리부분으로 구분한다. 검증결과는 앞의 <표 3>의 패널 A에서 확인된 결과를 <그림 4>에서 시각적으로 확인할 수 있다. 즉, (a)에서 실현분산의 분포는 중심부분이 매우 높고 꼬리부분은 오른쪽으로 매우 치우친 로그정규분포의 형태를 나타낸다. 실현표준편차는 실현분산의 분포적 속성과 다르지 않다. 로그변환 실현표준편차는 비교대상으로 사용된 정규분포와 매우 유사한 모양을 보여준다.

한편 분포의 꼬리부분을 효과적으로 관찰하기 위하여 Log-Log Plot 방법으로 도출된 그림 (b)의 결과에서, 실현분산과 실현표준편차는 정규분포에 비교하여 시각적으로 분명하게 보다 두꺼운 꼬리부분의 특징을 보여주지만, 로그변환 실현표준편차는 정규분포에 가까운 꼬리부분을 갖는다. 이제 수치적 산출방법에 의하여 분포의 실제 확률을 산출한 <표 3>의 패널 B를 확인한다. 분포의 중심부분 90% 수준에 있어서 모든 실현변동성 측정치들은 높은 확률 크기를 갖고, 분포의 중심부분 95% 수준에 대해서는 실현분산과 실현표준편차가 높은 확률 크기를 갖는다. 그리고 분포의 꼬리부분은 정규분포의 3가지 유의수준에 비교하여 모든 실현변동성 측정치들이 높은 확률크기를 갖는다. 즉, 분포의 꼬리부분이 오른쪽으로 많이 치우쳤기 때문이다. 이상의 실현변동성 측정치들에 대하여 관찰된 실증적 분포에서 로그 정규분포의 속성을 관찰할 수 있으며, 특히 실현변동성 측정치들의 분포의 꼬리부분이 매우 두껍다는 것은 기대수준에 비교하여 보다 큰 가격변동의 거래일들이 많다는 것을 의미한다.

<그림 4> KOSPI 200 시장지수의 실현변동성 측정치들에 대한 분포적 속성

시장지수의 고빈도 5분 시간 간격 수익률을 이용하여 산출된 3가지 실현변동성 측정치들에 대한 확률밀도함수와 누적분포함수를 커널추정법을 이용하여 분포의 중심부분과 꼬리부분을 각각 검증한 결과이다. 즉, 실현분산(RV, ○), 실현표준편차(SRV, □), 로그변환 실현표준편차(LSRV, ▽)이다. 그림에서 (a)는 표준화된 실현변동성 측정치들의 확률밀도함수이다. Log-Log Plot 방법을 이용하여, (b)는 X축의 양(+)의 값에 대응하는 누적확률을 Y축에 표시한 그림이다. 각 그림에서 비교대상은 정규분포를 따르는 난수자료(●)로부터의 확률밀도함수와 누적분포함수이다.

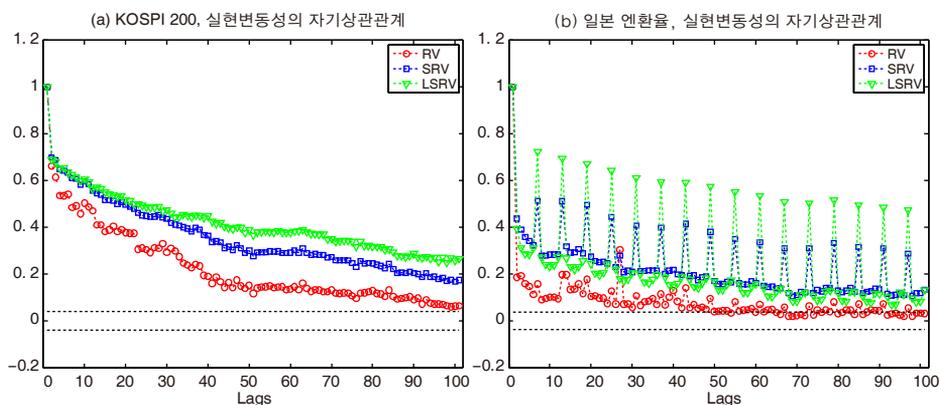


셋째, 실현변동성 측정치들의 동적 속성에 대한 검증결과를 <표 3>의 Ljung-Box 통계량과

〈그림 5(a)〉의 자기상관관계 변화추이 그래프를 통하여 확인한다. 재무 분야에서 수익률의 예측가능성은 매우 낮지만, 변동성에 대한 예측가능성은 상대적으로 높은 것으로 인식된다. 이러한 인식에 대한 증거를 Ljung-Box 통계량과 자기상관관계 그래프에서 확인할 수 있다. 검증결과에 의하면, 표에 제시된 Ljung-Box 통계량은 모든 실현변동성 측정치들에 있어서 유의적인 큰 값을 보여준다. 이는 앞의 수익률에 대한 〈표 1〉의 Ljung-Box 통계량과 비교하여 매우 큰 값이다. 그리고 실현변동성 측정치들의 100시차까지의 자기상관관계는 의미 있는 크기의 값으로 매우 느리게 감소하는 시계열 지속성을 보여준다. 즉, 실현분산은 1시차의 0.663에서 100시차의 0.064로, 실현표준편차는 0.699에서 0.175로, 그리고 로그변환 실현 표준편차는 0.689에서 0.266로 매우 느리게 감소하는 변동성의 시계열 지속성을 확인할 수 있다. 이는 과거기간의 실현변동성은 미래기간의 실현변동성 예측에 유용하다는 것을 의미한다.

〈그림 5〉 KOSPI 200과 일본 엔 환율의 실현변동성에 대한 자기상관관계 추이

KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율 각각의 3가지 실현변동성 측정치들에 대한 자기상관관계의 변화 추이를 나타낸 것이다. 즉, 실현분산(RV, ○), 실현표준편차(SRV, □), 로그변환 실현표준편차(LSRV, ▽)이다. 그리고 〈그림 (a)〉는 KOSPI 200 시장지수의 실현변동성 측정치들에 대한 자기상관관계 변화추이이고, (b)는 일본 엔 환율의 실현변동성 측정치들에 대한 자기상관관계 변화추이를 나타낸다. 그림에서 X축은 자기상관관계의 시차를 나타내며, 그림에 표시된 점선(---)은 이론적인 자기상관관계의 기준선이다.



다음으로, 국제외환시장의 고빈도 일본 엔 환율자료로부터 산출된 실현변동성 측정치들에 대한 검증결과인 〈표 4〉와 〈그림 6〉에 대한 주요 관찰점들을 요약 정리한다. 전반적 검증결과에서 일본 엔 환율자료의 실현변동성 측정치들에 대한 실증적 분포의 통계적 속성은 KOSPI 200

시장지수로부터 관찰된 검증결과와 다르지 않다는 것을 확인하였다.

〈표 4〉 일본 엔 환율의 실현변동성 측정치들에 대한 통계적 속성

환율의 고빈도 5분 수익률 자료를 이용하여 산출된 실현분산, 실현표준편차, 로그변환 실현표준편차의 3가지 실현변동성 측정치들에 대한 통계적 속성을 검증한 결과이다. 또한 일별 수익률을 일별 실현표준편차로 나누어 산출한 표준화된 수익률도 함께 제시하였다. 통계적 속성으로 패널 A에는 평균, 표준편차, 왜도, 첨도의 측정치들과 함께 수익률 자기상관관계에 대한 Ljung and Box(1978, LB) 통계량을 나타내었다. 패널 B에는 수익률 실증적 분포에서 중심부분과 꼬리부분 각각에 대한 실제 통계적 확률(상대빈도)을 제시하였다. 실현변동성 측정치들에 대한 분포의 꼬리부분은 X축의 양(+)의 값에 대한 오른쪽 꼬리부분만을 제시하였고, 표준화된 수익률은 왼쪽 꼬리부분과 오른쪽 꼬리부분을 구분하여 함께 제시하였다.

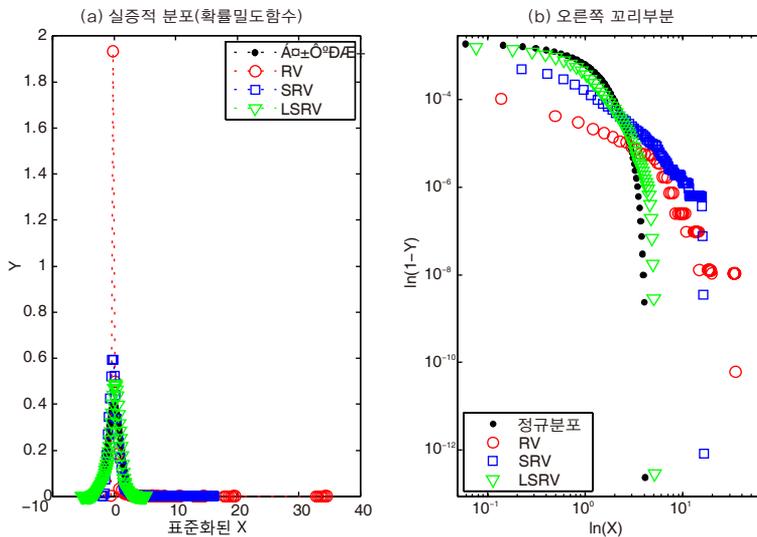
| | 실현분산 | 실현표준편차 | 로그변환 실현표준편차 | 조정된 수익률 |
|---|----------|----------|----------------|-------------|
| 패널 A: 기초통계량 | | | | |
| 평균 | 0.000044 | 0.005681 | -5.312413 | 0.027410 |
| 표준편차 | 0.000102 | 0.003418 | 0.542466 | 0.897938 |
| 왜도 | 19.17 | 3.95 | -0.38 | 0.01 |
| 첨도 | 551.66 | 40.36 | 4.25 | 2.81 |
| LB | 1277.09 | 7675.31 | 8212.41 | 20.49 |
| 패널 B: 분포적 속성 | | | | |
| B.1 분포의 중심부분 확률 | | | | |
| [90%] | 98.21% | 96.01% | 90.20% | 90.67% |
| [95%] | 98.51% | 96.92% | 93.71% | 95.20% |
| [99%] | 98.95% | 98.14% | 97.74% | 99.26% |
| B.2 분포의 꼬리부분 확률(실현변동성, 오른쪽 부분, 수익률, 왼쪽/오른쪽 부분) | | | | |
| [5.0%] | 1.79% | 3.99% | 3.24% | 4.46%/4.87% |
| [2.5%] | 1.49% | 3.08% | 1.99% | 2.37%/2.43% |
| [0.5%] | 1.05% | 1.86% | 0.81% | 0.30%/0.44% |

첫째, 〈표 4〉의 패널 A의 검증결과에서 실현분산과 실현표준편차는 분포의 중심부분이 높고, 분포의 꼬리부분이 오른쪽으로 치우친 로그정규분포의 속성을 보이지만, 로그변환 실현표준편차는 상이한 정규분포에 유사한 분포적 속성을 나타낸다. 둘째, 일본 엔 환율의 실현변동성 측정치들에 대한 확률밀도함수와 누적분포함수를 〈그림 6〉과 〈표 4〉의 패널 B에 제시하였다. 그림에서 실현분산과 실현표준편차는 확률밀도함수의 중심부분이 높고 오른쪽으로 치우친 로그정규분포의 형태를 보이고, Log-Log Plot 방법으로부터의 꼬리부분은 시각적으로 분명하게 매우 두껍다. 반면에 로그변환 실현표준편차에 대한 확률밀도함수의 중심부분과 누적분포함수의 꼬리부분은 로그정규분포보다는 정규분포의 형태에 가깝다. 또한 수치적인 실제 확률크기에서, 실현분산과 실현표준편차는 90%와 95%의 중심부분에 비교하여 높은

실제 확률 크기를 갖고 3가지 유의수준의 꼬리부분에 비교하여 역시 높은 실제 확률크기를 나타낸다. 즉, 일본 엔 환율자료로부터의 실현변동성 측정치들에서 로그정규분포의 속성을 관찰할 수 있다. 셋째, 일본 엔 환율자료의 실현변동성 측정치들에 대한 동적 속성의 검증결과인 <표 4>의 패널 A의 Ljung-Box 통계량과 <그림 5(b)>의 자기상관관계 변화추이 그래프를 확인하면, Ljung-Box 통계량은 모든 실현변동성 측정치들에 대하여 유의적인 매우 큰 값을 갖고, 실현변동성 측정치들의 자기상관관계는 이론적인 범위(점선)를 벗어나는 분명한 시계열 지속성의 증거를 보여준다. 이상의 일본 엔 환율자료로부터 확인된 실현변동성 측정치들에 대한 분포의 통계적 속성은 KOSPI 200 시장지수에서 확인된 결과와 다르지 않기 때문에, 시장에 관계없이 공통적으로 관찰되는 실현변동성의 통계적 속성에 대한 공통성을 확인할 수 있다.

<그림 6> 일본 엔 환율의 실현변동성 측정치들에 대한 분포적 속성

환율의 고빈도 5분 시간 간격 수익률을 이용하여 산출된 3가지 실현변동성 측정치들에 대한 확률밀도함수와 누적분포함수를 커널추정법을 이용하여 분포의 중심부분과 꼬리부분을 각각 검증한 결과이다. 즉, 실현분산(RV, ○), 실현표준편차(SRV, □), 로그변환 실현표준편차(LSRV, ▽)이다. 그림에서 (a)는 표준화된 실현변동성 측정치들의 확률밀도함수이다. (b)는 Log-Log Plot 방법으로 X축의 양(+)의 값에 대응하는 누적확률을 Y축에 표시한 그림이다. 각 그림에서 비교대상은 정규분포를 따르는 난수자료(●)로부터의 확률밀도함수와 누적분포함수이다.



한편, 그림에서 차별적인 점은 변동성 측정치들의 자기상관관계가 일정한 간격으로 높은 값을 갖는다는 것이다. 이러한 관찰의 가능한 설명은 다음과 같다. 앞의 제 II장 실증설계에서

언급하였듯이, 국제외환시장은 일주일의 모든 요일에 대하여 24시간 운영되는 시간인데, 시장유동성 부족이 다양한 통계적 문제점을 야기하기 때문에 유동성이 낮은 요일의 자료를 제외하는 조정방법에서 그 원인을 찾을 수 있다. 즉, 본 연구는 Hansen and Lunde(2006), Andersen et al.(2011) 등의 연구에서와 같이, 직전 거래일의 시장 마감 이후 거래일의 시장 개장까지 거래가 없는 시간동안의 시장정보를 실현변동성 측정에 반영하는 방법을 주식시장과 외환시장 모두에 적용하였다. 따라서 일본 엔 환율자료에서 제외된 주말 등의 거래일들에 대한 시장변동정보가 직후 거래일의 실현변동성 측정치에 반영됨에 따라 <그림 5(b)>의 자기상관관계 변화 추이에서 일정간격으로 높은 값을 갖는 추이를 보인 것이다. 한편, 이와 같은 관찰점을 통하여, 본 연구는 거래가 없는 시간동안 혹은 조정과정에서 제외된 거래일 등에 포함된 시장변동정보는 실현변동성을 측정하는데 의미 있는 정보를 제공하기 때문에 이를 포함한 실현변동성 측정방법의 필요성을 실증적으로 보여주는 것이다.

마지막으로, <표 3>과 <표 4>의 네 번째 항목에 제시된 표준화된 수익률의 통계적 속성을 확인한다. 여기서 표준화된 수익률은 일별 수익률을 일별 실현표준편차로 나눈 값(r_t/SRV_t)이다. 표에서 표준화된 수익률의 평균, 표준편차, 왜도, 첨도의 측정치들은 표준정규분포의 수준에 매우 근접한다. 그리고 분포의 중심부분은 정규분포의 대표적인 3가지 신뢰구간의 90%, 95%, 99%에 가까운 실제 확률크기를 갖고, 더욱이 분포의 꼬리부분도 유의수준 5.0%, 2.5%, 0.5%의 3가지 수준에 비교해서 매우 유사한 확률 크기를 갖는다. 이러한 결과는 수익률을 일반적 표준편차로 표준화된 수익률로부터 정규성에서 벗어나는 분포의 특징을 제시한 Mantegna and Stanley(1995)의 연구, 정형화된 ARCH류 모형으로부터의 조건부 분산 추정치를 이용한 표준화된 일별 수익률이 급침도분포를 따른다는 Bollerslev, Chou, and Kroner(1992)의 연구 등과 차이를 갖는 관찰점이다. 이는 변동성의 측정방법에서의 차이에서 그 원인을 찾을 수 있다.

3. 검증결과의 논의 및 시사점

최근 과학기술의 발전과 함께 금융시장은 하루 중 고빈도 시계열자료를 저비용과 고효율의 방법으로 기록·저장할 수 있기 때문에, 재무 분야의 많은 연구들은 수익률과 변동성 연구에 고빈도 자료를 중요한 분석대상으로 이용하고 있다. 본 연구는 한국 주식시장의 대표적

시장지수인 KOSPI 200과 국제외환시장의 일본 엔 환율의 일중 고빈도 자료를 이용하여 산출된 다양한 수익률 측정시간 간격에 따른 수익률과 실현변동성의 분포적 및 동적 속성을 체계적으로 검증하였다. 검증결과에서, 본 연구는 수익률 측정시간 간격이 고빈도(1분)에서 저빈도(1일)로 이동함에 따라 수익률의 분포적 속성은 매우 느리게 정규분포의 특징에 근접하는 경향을 확인하였고, 이와 같이 느린 정규성으로의 수렴 행태, 특히 두꺼운 꼬리는 변동성 측정에 직접적으로 의미 있는 영향을 미친다. 결국, 수익률 분포에서 꼬리부분에 위치한 큰 폭의 가격변화를 갖는 자료의 발생빈도가 이론적 정규분포에서 예상하는 기대수준보다 훨씬 더 자주 발생함에 따라 재무이론의 근간을 형성하는 정규분포의 가정 하에 전통적 평균-분산 차원에서의 분석은 수익률 실증적 분포에서의 중요한 정보를 충분히 반영하지 못하는 한계점을 갖게 된다. 더욱이 변동성은 시계열적으로 높은 변동성 다음에 높은 변동성이 발생하는 변동성 군집현상 등에 의한 장단기 지속성의 기억속성을 갖는다. 그리고 이와 같은 변동성은 완만하고 매우 느리게 회귀하는 연속적 요소와 매우 낮은 지속성을 갖는 불연속적 점프요소의 결합으로 이루어져 있다. 따라서 기존의 전통적 수익과 위험 차원에서 고빈도 수익률 자료와 그 실현 변동성으로의 계량적 접근법 변화의 필요성이 재무 분야에 요구되며, 본 연구는 이러한 필요성에 대한 실증적 증거를 제시한 것에서 학문적 기여도를 생각한다.

본 연구의 연구목적 및 범위에 관련된 최근 연구주제에 대한 재무 분야의 연구동향을 보면, Andersen et al.(2003) 연구에서와 같이, 기존 변동성의 표준모형들은 저빈도 자료와 내표본에서 우수한 성과를 갖지만, 반면에 고빈도 자료와 외표본에서는 매우 낮은 성과를 보여주는 것이 확인되었다. 가능한 설명으로 정재만, 천용호, 최혁(2014)의 연구에 근거하면, 거래소의 주문결제 전산시스템의 개선에 따라 전략적 반복주문(strategic run, 1초 이내의 간격으로 동일 방향으로의 주문 체결과 취소를 반복) 등의 알고리즘 트레이딩의 일중 고빈도 거래가 주식시장에서 차지하는 비중이 지속적으로 증가하고, 이러한 일중 고빈도 거래가 변동성을 증가시킨다는 것이다. 따라서 하루 중 고빈도 수익률 자료의 이용을 통한 보다 신뢰할 수 있는 변동성 측정, 그리고 이를 이용한 모형으로부터 미래 변동성의 예측 개선 등의 연구방향이 진행되고 있다. 대표적으로, 재무 분야의 이질적 시장참여자들의 속성을 실현변동성과 결합한 이질적 자기회귀(heterogeneous autoregressive, **HAR-RV**) 모형을 제안한 Corsi(2009)의 연구, 비모수적 접근법에 의하여 고빈도 수익률로부터 산출된 실현 변동성을 매우 느리게 회귀하는 연속적 요소와 매우 낮은 지속성을 갖는 불연속적 점프요소로

분해하는 방법을 제시한 Barndorff-Nielsen and Shepard(2004, 2006)의 연구, 그리고 이들의 연구를 기반으로 통계적 유의성 검증을 결합하여 보다 의미 있는 점프요소를 통계적으로 분해하고, 유의적인 점프 요소를 Corsi(2009)의 연구결과와 결합한 HAT-RV-CJ 모형을 제안한 Andersen, Bollerslev, and Diebold(2007) 연구 등이다.

이상의 관련 연구주제의 동향에서 알 수 있듯이, 본 연구의 고빈도 수익률과 실현변동성에 대한 분포적 및 동적 속성의 체계적 조사는 최근 관련 연구주제의 연구흐름을 탐구 및 확장하는데 기본적인 이해의 틀을 제공하는 점에서도 그 의의를 갖는다. 또한, 재무 분야에서 활용되는 많은 통계적 방법들은 분석에 이용되는 자료들의 특정한 확률분포(특히, 정규분포)를 가정하고 있기 때문에, 본 연구에서 확인되었듯이 수익률, 실현변동성, 그리고 표준화된 수익률 등의 자료가 갖는 정규성과의 유사함과 상이함을 함께 고려함으로써 통계적 검증방법으로부터 보다 의미 있는 검증결과를 도출하는데 유용하고, 전통적 수익-위험 차원이 갖는 한계점을 극복하는데 향후 연구들에 유용한 정보를 제공할 것으로 본다.

IV. 결 론

본 연구는 2004년 이후 10년 이상의 장기간에 걸쳐, 유동성이 높은 한국 주식시장의 KOSPI 시장지수와 국제외환시장의 일본 엔(USD/JPY) 환율의 고빈도 자료를 이용하여 산출된 수익률과 실현변동성을 이용하여 분포적 및 동적 속성을 실증적으로 조사하였다. 수익률에 대한 실증적 분포의 통계적 속성을 관찰할 때, 정규분포와의 속성 차이점을 관찰하는 연구범위 뿐만 아니라 수익률의 측정시간 간격에 따른 실증적 분포의 차이점을 함께 관찰하였다. 변동성에 대한 실증적 분포의 통계적 속성을 관찰할 때, 최근 재무 분야의 주요 연구대상인 Andersen and Bollerslev(1998)에 의하여 제안된 실현변동성 측정치들을 대상으로 분포적 및 동적 속성을 관찰하였다. 주요 검증결과를 요약 정리하면 다음과 같다.

첫째, 다양한 측정시간 간격별 수익률자료로부터의 통계적 속성에 대한 검증결과이다. KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율의 수익률 실증적 분포에 대한 통계적 속성은 정규분포의 속성과 분명한 차이를 갖고, 수익률 측정시간 간격의 차이는 관찰된 분포적 속성에 의미 있는 영향을

미친다는 것을 확인하였다. 특히 재무 분야에서 널리 알려진 수익률 실증적 분포의 높은 중심부분과 두꺼운 꼬리부분의 특징은 신뢰구간의 90% 수준에서, 유의수준 0.5% 수준에서 각각 실증적으로 확인되는 현상임을 발견하였다. 또한 수익률 자료로부터 확인된 분포적 속성과 동적 속성은 KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율에서 다르지 않았으며, 이는 본 연구에서 확인한 수익률 자료에 대한 분포적 속성과 동적 속성은 시장 종류에 관계없이 공통적으로 관찰되는 공통성임을 알 수 있었다.

둘째, 실현변동성 측정치들의 통계적 속성에 대한 검증결과이다. KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율로부터 산출된 실현분산과 실현표준편차는 분포의 중심부분이 매우 높고 분포의 꼬리부분이 오른쪽으로 매우 치우친 로그정규분포의 속성을 갖지만, 로그변환 실현표준편차는 정규분포와 유사한 형태를 가졌다. 그리고 실현변동성 측정치들의 자기상관관계는 이론적 범위를 벗어난 의미 있는 큰 값을 갖고 느리게 감소하는 시계열 지속성을 보여줌에 따라 변동성의 예측가능성을 확인하였다. 실현변동성 측정치들로부터 확인된 분포적 속성과 동적 속성은 KOSPI 200 시장지수와 일본 엔 환율에서 다르지 않았으며, 이는 시장 종류에 관계없는 공통성의 존재를 나타낸다. 한편, 수익률을 실현표준편차로 나눈 표준화된 수익률은 원래 수익률에서 관찰되는 높은 중심부분과 두꺼운 꼬리부분의 속성이 사라진 정규분포의 속성에 매우 유사한 특징을 나타내었다.

이상의 검증결과를 통하여, 본 연구는 고빈도 수익률 자료를 이용한 검증설계에서 수익률과 실현변동성 자료의 분포적 및 동적 속성에 대한 주의 깊은 고려가 필요함을 실증적으로 확인하였다. 즉, 최근 재무 분야의 많은 연구들은 다양한 연구주제에서 고빈도 자료를 이용한 검증설계 및 그 결과를 보고하고 있다. 이들 검증설계에 고빈도 자료로부터 시장유동성, 측정오류, 시장미시구조 영향 등을 통제 및 조정하는 노력은 있지만, 연구목적에 부합하는 수익률 측정시간 간격의 선택 및 그로 인한 정규성의 벗어난 정도에서의 차이 등을 고려하지 않는다. 따라서 본 연구에서 실증적으로 재조사된 수익률과 실현변동성에 대한 분포적 속성과 동적 속성에 대한 실증적 증거들이 향후 연구에서 기본적 실증설계에 유용한 정보적 가치를 제공할 수 있을 것으로 기대한다.

참고문헌

- 정재만, 천용호, 최 혁, “전략적 반복주문을 통한 고빈도 거래가 한국 주식시장에 미치는 영향,” 재무연구, 제27권 제2호 (2014), pp. 177-211.
- (Translated in English) Chung, J., Y. Cheon, and H. Choe, “High Frequency Trading and Its Effect on the Korean Stock Markets: A Case of Strategic Runs,” *Asian Review of Financial Research*, Vol. 27, No. 2, (2014), pp. 177-211.
- 정재식, 주상영, 이승문, “원/달러 환율의 실현변동성,” 대외경제연구, 제2호 (2003), pp. 55-78.
- (Translated in English) Chung, C., S. Joo, and S. Lee, “Realized Volatility of USD-KRW Foreign Exchange,” *Journal of East Asian Economic Integration*, No. 2 (2003), pp. 55-78.
- 한상범, 김형태, “코스닥지수 및 벤처지수의 변동성분석,” 경제학연구, 제50권 제1호 (2002), pp. 117-143.
- (Translated in English) Hahn, S. and H. Kim, “A Volatility Analysis of KOSDAQ Composite Index and Venture Index,” *The Korean Economic Review*, Vol. 50, No. 1 (2002), pp. 117-143.
- Andersen, T. G. and T. Bollerslev, “Answering the Skeptics: YES, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts,” *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4 (1998), pp. 885-905.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold, and P. Labys, “The Distribution of Realized Exchange Rate Volatility,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 96 (2001a), pp. 42-55.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold, and H. Ebens, “The Distribution of Realized Stock Return Volatility,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 61 (2001b), pp. 43-76.

- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold, and P. Labys, "Modeling and Forecasting Realized Volatility," *Econometrica*, Vol. 71 (2003), pp. 579–625.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, and F. X. Diebold, "Roughing it up: Including Jump Components in the Measurement, Modeling, and Forecasting of Return Volatility," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 89 (2007), pp. 701–720.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, and X. Huang, "A Reduced Form Framework for Modeling Volatility of Speculative Prices based on Realized Variance Measures," *Journal of Econometrics*, Vol. 160, No. 1, (2011), pp. 176–189.
- Barndorff-Nielsen, O. E. and N. Shephard, "Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps (with discussion)," *Journal of Financial Economics*, Vol. 2 (2004), pp. 1–57.
- Barndorff-Nielsen, O. E. and N. Shephard, "Econometric Tests of Testing for Jumps in Financial Economics using Bipower Variation," *Journal of Financial Economics*, Vol. 4 (2006), pp. 1–30.
- Bollerslev, T., "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, Vol. 31 (1986), pp. 307–327.
- Bollerslev, T., R. Y. Chou, and K. F. Kroner, "ARCH modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence," *Journal of Econometrics*, Vol. 52 (1992), pp. 5–59.
- Cont, R., "Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues," *Quantitative Finance*, Vol. 1 (2001), pp. 223–236.
- Corsi, F., "A Simple Approximate Long-Memory Model of Realized Volatility," *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 7, No. 2 (2009), pp. 174–196.
- Engle, R. F., "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U. K. Inflation," *Econometrica*, Vol. 50 (1982), pp. 987–1008.
- Fama, E., "The Behavior of Stock Market Prices," *Journal of Business*, Vol. 38 (1965), pp. 34–105.
- French, K. R., G. W. Schwert, and R. F. Stambaugh, "Expected Stock Returns and

- Volatility,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 19 (1987), pp. 3–29.
- Hansen, P. R. and A. Lunde, “Consistent Ranking of Volatility Models,” *Journal of Econometrics*, Vol. 131, No. 1–2 (2006), pp. 97–121.
- Jarque, C. M. and A. K. Bera, “Efficient Tests for Normality, Homoscedasticity and Serial Independence of Regression Residuals,” *Economics Letters*, Vol. 6, No. 3 (1980), pp. 255–259.
- Ljung, G. M. and G. E. P. Box, “On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models,” *Biometrika*, Vol. 65 (1978), pp. 297–303.
- Mandelbrot, B. B., “The Variation of Certain Speculative Prices,” *Journal of Business*, Vol. 36 (1963), pp. 394–419.
- Mantegna, R. N. and H. E. Stanley, “Scaling Behaviour in the Dynamics of and Economic Index,” *Nature*, Vol. 376, No. 6 (1995), pp. 46–49.
- Scott, D. W., *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization*, New York: John Wiley, 1992.

〈부록 1〉 빈도분포의 효과적인 확률분포의 중심부분과 꼬리부분의 관찰 방법

본 연구는 빈도분포의 빈도 숫자(bin size)를 결정하는 방법으로 Scott(1992)의 방법을 채택하였고, 이 방법으로부터 도출된 빈도분포에서 확률분포의 중심부분을 관찰하기 위하여 Mantegna and Stanley(1995) 등의 연구에서의 방법을, 그리고 확률분포의 꼬리부분을 관찰하기 위하여 Mandelbrot(1963), Fama(1965) 등의 연구에서의 방법을 이용하였다. 각 방법에 대한 주요내용을 간단히 정리하면 다음과 같다.

먼저, 본 연구에서 빈도분포에서 빈도의 숫자를 결정하기 위하여 사용된 Scott(1992)의 방법은 다음과 같다.

$$k = \frac{(D_{\max} + AF) - (D_{\min} - AF)}{3.5\sigma \times N^{-\frac{1}{3}}}$$

여기서, D_{\max} 는 자료의 최댓값, D_{\min} 은 자료의 최솟값, σ 는 자료의 표준편차, 그리고 N 는 자료수를 나타낸다. 분자의 $(D_{\max} + AF) - (D_{\min} - AF)$ 에서, AF 는 구간의 경계를 조정하기 위한 임의의 매우 작은 수로 구간에 포함되는 빈도의 숫자에 영향을 미치지 않고, 최솟값과 최댓값의 자료구간 바깥 경계 지점의 범위를 설정할 목적으로 사용되는 아주 작은 숫자이다. 예를 들어, 소수점 7자리 이상의 '0.0000001'와 같은 숫자를 이용한다. AF 를 이용한 조정방법은 본 연구에서 보완 개선시킨 방법이다.

다음으로, 빈도분포로부터의 확률분포 중심부분을 효과적으로 관찰하기 위한 Mantegna and Stanley(1995) 등의 연구에서의 방법은 다음과 같다. 이들은 수익률 측정간격에 따른 다양한 자료 숫자를 갖는 경우를 비교 관찰하기 위하여 다음과 같이 X축과 Y축을 조정하였다. 첫째, X축이다. 〈표 1〉의 패널 A에서 평균 측정치로부터 확인할 수 있듯이, 다양한 시간 간격별 수익률 간의 값 크기에 분명한 차이가 있다. 따라서 본 연구는 X축에 상이한 크기를 갖는 자료를 모두 함께 비교하기 위하여 표준화과정을 적용한다. 즉 $z = (X_i - \mu) / \sigma$, 여기서 X_i 는 자료이고, μ 와 σ 는 자료로부터 산출된 평균과 표준편차이다. 둘째, Y축이다. Y축에 대한 조정은 수익률의 빈도(자료) 숫자의 차이에서 발생하는 높이의 조정이다. 분석에 이용된 8가지 시간 간격별 수익률간의 자료 숫자는 현저한 차이를 갖는다. 예를 들어, 1분 시간

간격은 937,872개이고, 1일 시간 간격은 2,607개이다. 따라서 Y축의 빈도를 로그변환 값을 이용함으로써 분포의 높이를 조정한다.

마지막으로, 빈도분포로부터의 확률분포 꼬리부분을 효과적으로 관찰하기 위한 Mandelbrot (1963), Fama(1965) 등의 연구에서 사용된 Log-Log Plot 방법이다. 일반적으로 확률밀도 함수로부터 꼬리부분의 두꺼운 정도를 시각적으로 비교 관찰하는 것은 쉽지 않다. 따라서 Log-Log Plot 방법을 이용하여 분포의 꼬리부분에 대한 두꺼운 정도를 효과적으로 확인한다. Log-Log Plot 방법은 누적분포함수를 이용하고, 분포의 꼬리부분은 왼쪽(X축의 음(-)의 값을 갖는 자료)과 오른쪽(X축의 양(+))의 값을 갖는 자료)으로 구분한다. 첫째, X축의 양(+))의 값을 갖는 오른쪽 꼬리부분의 X축 자료와 Y축 자료에 대하여 다음과 같이 조정한다. ① X축의 자료는 로그(natural log)변환, 즉, $\ln(X)$, ② Y축은 50%~100%의 누적확률을 갖기 때문에, 분포의 꼬리부분은 누적확률 100% 주변이다. 따라서 꼬리부분이 큰 값(100%)을 갖기 때문에, 보다 작은 값으로 만들기 위하여 1을 차감("1-Y")하고, 그 값을 로그 변환한다. 즉 $\ln(1-Y)$. 둘째, X축의 음(-)의 값을 갖는 왼쪽 꼬리부분의 X축 자료와 Y축 자료에 대하여 다음과 같이 조정한다. ① X축은 음(-)의 값을 갖기 때문에 로그변환이 어렵다. 따라서 X축의 값을 절댓값 취한 후에 로그 변환한다. 즉, ' $\ln(|X|)$ ', ② Y축은 0%~50%의 누적확률을 갖고, 분포의 꼬리부분은 누적확률 0%의 주변이다. 따라서 꼬리부분이 작은 값(0%)을 갖기 때문에 로그 변환한다. 즉 $\ln(Y)$.