

국민연금기금의 국내 주식시장에 대한 영향력을 고려한 최적 투자 전략*

강민정† 김병준‡ 장봉규§

요약

국민연금기금은 향후 40년 동안 급격한 재정수지 흑자와 적자를 순차적으로 모두 겪을 것으로 예상되고 있다. 본 연구의 목적은 이러한 상황을 반영한 모형에서 국민연금기금의 최적 포트폴리오 전략을 제시하는 것이다. 이를 위해서 Lucas and Zeldes(2009)의 1기간 모형을 재정수지를 고려한 2기간 모형으로 확장하고, 국민연금의 위험투자 가능 대상을 국내 주식뿐만 아니라 해외 주식까지 포함시켰다. 특히, 국내 주식의 수익률을 국민연금기금의 국내 주식시장 투자 규모 변화에 민감하도록 설계하여 국민연금기금의 국내 주식시장에서의 가격 영향력을 표현하고 해외 주식과 차별을 두었다. 본 연구에서는 국민연금기금의 국내 주식시장에서의 가격 영향력(price impact)이 존재할 때, 다양한 주식시장 시나리오에서의 왜곡된 형태의 세금(distortionary taxes)으로 인한 사회적 효용 손실(utility losses)을 최소화하는 최적 자산 배분 문제에 대한 수리적 해결책과 함께 해외 자산 투자 확대에 대한 이론적 당위성을 제공하였다.

핵심단어: 국민연금기금, 가격 영향력, 왜곡된 형태의 세금, 최적 자산 배분

* 이 논문은 2014년 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다.(NRF-2014S1A3A2036037) 또한 이 논문은 두 번째 저자의 POSTECH 석사 학위 주제와 동일함을 밝힙니다.

† 경북 포항시 남구 청암로 77 POSTECH 금융 및 위험관리 연구센터 선임연구원
이메일: azure@postech.ac.kr 전화: (054)-279-8233

‡ 경북 포항시 남구 청암로 77 POSTECH 산업경영공학과 대학원생
이메일: kbj219@postech.ac.kr 전화: (054)-279-2864, 2870

§ 경북 포항시 남구 청암로 77 POSTECH 산업경영공학과 부교수, 금융및위험관리 연구센터장
이메일: bonggyujang@postech.ac.kr 전화: (054)-279-3372

1. 서론

2016년 1월말 현재 국민연금기금 규모는 512조원이고, 국민연금기금의 71.2%가 국내 주식(18.2%)과 채권(53.0%)에 투자되고 있다.¹⁾ 2015년 12월말 현재 국내 주식시장은 유가증권시장 1,243조원, 코스닥시장 202조원으로 시가총액이 1,445조원이다. 따라서 국민연금기금 적립금은 국내 주식시장의 시가총액의 35%이고, 국내 주식시장에 투자한 금액은 시가총액의 6.4%에 해당한다.²⁾ 또한, 적립금 규모는 2014년 국내 총생산(Gross Domestic Products)의 34.5%로 국민연금기금의 자산 규모와 국내 자본시장에서 차지하는 비중은 상당한 수준이다.³⁾ 하지만 국민연금재정추계위원회와 보건복지부가 공동 발간한 ‘제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과’와 ‘2060년 장기재정전망’에 따르면, 2043년까지 기금의 적립금이 계속 증가하여 최대 2,561조원까지 다다랐다가 2044년부터 재정수지적자가 발생하여 2060년 기금이 소진될 전망이다. 따라서 국민연금기금이 국내 자본시장에서 차지하는 비중을 고려하면, 이러한 국민연금기금 규모의 급격한 팽창과 고갈은 국내 주식시장에 큰 영향을 줄 것으로 예상된다.

고봉찬 외 3인(2008)은 2000년부터 2004년까지의 국민연금기금의 실제 거래 자료를 이용하여 국민연금기금의 거래행태가 국내 주식시장의 변동성을 심화, 왜곡시킬 수 있다는 증거를 찾지 못했다고 주장했다. 하지만 이 기간은 아직 국민연금기금의 규모가 꾸준히 증대하는 시기였기 때문에 이들의 주장을 국민연금기금의 재정수지 적자가 발생하는 미래 구간에 적용하는 데는 무리가 있을 수 있다. 즉, 기금의 급격한 규모 증가와 더불어 비대해진 국내 주식시장 장악력이 본격적인 연금지급 시기 도래로 인하여 보유한 국내 주식을 단기간 내에 다량 매각해야 하는 상황에서 국내 주식시장 유동성에 미칠 영향력은 상당할 것으로 예상된다. 더 나아가 이러한 영향력은 기업의 재무, 지배 구조와 국가의 조세정책에 까지 광범위하게 미칠 수 있다. 따라서 국민연금기금이 현재 직면한 상황과 그들의 자산운용에 대한 본 연구는 단순히 독립적인 한 개별 기관에 국한된 문제를 다룬다고 하기 보다는, 국민복지와 국가 경제에 직결된 중요한 문제를 다룬다는 볼 수 있다. 따라서 국민연금기금의 투자가 향후 유동성 위기 도래와 맞물려 국내 시장에 미칠 수 있는 위험을 미리 경고하고, 그러한 상황에 대비하기 위한 개선책을 모색하고 제시하는 절차가 반드시 필요하고 여겨진다.

그 동안 개선책의 하나로 제시되어 온 것은 해외 투자 확대이다. 실제로 해외 투자의 필요성을 절감하여 국민연금기금은 해외 투자 비율을 2005년 7.7%로부터 2015년 6월 22.5%로 확대했다. 더 나아가 2016년 5월 16일 국민연금기금운용위원회는 국민연금의 해외 투자 비율을 늘리는 내용을 골자로 하는 ‘국민연금기금 중기(2017~2021) 자산 배분안’을 의결했다. 이 안에 따르면 주식, 채권, 대체투자 등을 포함한 해외 투자 비율을 2021년 말까지 35%이상으로 확대하고, 그 중 해외 주식 투자 비율은 2021년 말까지 25% 내외로 늘리기로 했다.⁴⁾

OECD에서 발간한 2015년 대형 연금 기금과 공적 연금 적립 기금에 대한 연차 조사

1) http://fund.nps.or.kr/jsppage/fund/mcs/mcs_01.jsp.

2) http://www.index.go.kr/potal/main/EachDtlPageDetail.do?idx_cd=1079.

3) http://www.index.go.kr/potal/main/EachDtlPageDetail.do?idx_cd=2736.

4) <http://www.yonhapnews.co.kr/bulletin/2016/05/16/0200000000AKR20160516129300008.HTML>.

(Annual Survey of Large Pension Funds and Public Pension Reserve Funds)를 통해 해외 사례를 살펴보면, 조사된 23개국 54개의 대형 연금기금은 평균적으로 자산의 33.5%를 해외에 투자하는 것으로 나타났다.⁵⁾ 또한, 2015년 6월말 현재 미국 캘리포니아 공무원 연금 CalPERS(California Public Employees' Retirement Fund)의 PERF(Public Employees' Retirement Fund)가 해외 자산 비율을 자산의 51%, 2016년 3월 말 현재 캐나다 연금 CPPIB(Canada Pension Plan Investment Board)가 47%, 2015년 말 현재 네덜란드 공무원 연금 ABP(Stichting Pensioenfonds Algemeen Burgerlijk Pensioenfonds)가 86%로 하고 있어, 국민연금기금의 해외 자산 비율은 다른 나라의 연금기금과 비교하여 크게 부족한 것으로 나타났다.^{6) 7) 8)}

본 연구는 기존의 연구들이 적절한 모형 제시 없이 해외 자산 확대를 주장한 것과 다르게 국민연금기금의 특성과 현재 기금이 직면하고 있는 문제를 반영한 자산 배분 모형을 바탕으로 해외 투자 확대에 대한 이론적 근거를 제시했다는 점에서 그 의미가 크다. 더욱이 기존 모형의 기간과 위험자산 종류를 확장시켰을 뿐만 아니라, 기간별 보험료 수입에 따른 가격영향력까지 고려하여 자산 배분 문제를 다룬 최초의 연구라는 점에서 그 학술적 의의가 상당히 크다. 아울러 본 연구는 위에서 언급한 해외 대형 연금기금의 해외자산 확대에 대한 이론적 토대를 마련할 수 있다는 점에서 그 적용범위가 넓다고 할 수 있다. 구체적으로 본 연구에서는 Lucas and Zeldes(2009)의 1기간 모형을 확장하여 국민연금기금의 재정수지가 양(+)인 1기간과, 재정수지가 음(-)이 되면서 결국 소진하는 2기간을 고려하였다. 또한 투자 가능한 자산으로 국내 주식과 무위험자산뿐만 아니라, 해외 주식까지 포함시켰다. 국내 주식의 수익률이 국민연금기금의 국내 자산 증감에 민감하게 반응하도록 설계하여 국민연금기금의 국내 주식에 대한 가격 영향력(price impact)을 반영하였고, 해외 주식의 수익률은 국민연금기금의 투자 금액에 영향을 받지 않는 것으로 가정하였다. 이러한 모형 하에서 본 연구는 2기간 말에 국민이 떠안게 될 왜곡된 형태의 세금으로 인한 손실함수를 최소화하는 최적 자산 배분 문제를 살펴보았다.

모형의 모수들은 국민연금기금, 통계청, 야후 파이낸스 등으로부터 얻을 수 있는 공개적으로 이용 가능한(publicly available) 자료들을 바탕으로 추정하였으며, 국내와 해외 주식의 수익과 분산 및 가격영향력의 유무에 대한 여러 시나리오를 가정하면서, 국내외 주식시장 상황과 가격영향력이 자산 배분에 미칠 수 있는 영향력을 다각도로 살펴보았다. 예를 들어, 무위험자산의 연 수익률이 3%이고, 국내와 해외 주식시장의 수익과 분산이 각각 연 7%와 20%로 동일하며 50%의 상관계수를 갖는다는 시나리오 하에서 국내 주식과 해외 주식에 대한 최적 투자 비율은 1기간에서는 18.7%(국내)와 16.4%(해외), 2기간에서는 13.6%(국내)와 20.9%(해외)였다. 가격 영향력을 고려하지 않으면 국내와 해외 주식의 수익률과 분산이 동일하다는 가정대로 최적 투자 비율이 대칭적으로 나오는데, 1기간에서는 국내, 해외 모두에 약 18%, 2기간에서는 모두에 약 19%를 투자하는 것이 최적으로 나타난다. 즉, 국민연금기금의 국내 주식에 대한 가격 영향력을 가정하고, 국내 주식과 해외 주식의 수익률과 분산이 동일한 조건에서는 재정수지가 양(+)인 1기간에서 국내와 해외 주식에 대한 투자

5) <http://www.oecd.org/daf/fin/private-pensions/2015-Large-Pension-Funds-Survey.pdf>.

6) <https://www.calpers.ca.gov/docs/forms-publications/cafr-2015.pdf>.

7) <http://cppib.com/en/home.html>.

8) <https://www.abp.nl/images/annual-report.pdf>.

가 크게 차이가 나지 않았다. 반면, 재정수지가 음(-)인 2기간에서는 국내 주식에 대한 투자를 약 6% 포인트 줄이고, 대신 해외 주식에 대한 투자를 약 1% 포인트 늘리는 것이 최적 자산 배분 전략으로 나타나 국내와 해외 주식에 대한 자산 배분 격차가 7% 포인트로 늘어났다. 따라서 가격 영향력의 유무에 따라 최적 자산 배분 전략이 크게 달라질 수 있으므로, 국민연금기금은 국내 주식시장에서의 가격 영향력을 고려한 자산 배분 전략을 세우는 것이 중요하다.

또한, 국내 주식의 수익률이 위와 동일한 조건에서 1% 포인트만 감소하여도 국내, 해외에 대한 최적 자산 배분 비율이 6.4%(국내 1기간), 23.7%(해외 1기간), 4.7%(국내 2기간), 27.9%(해외 2기간)가 되어, 국내 주식에 대한 투자는 절대적으로 줄이고 해외 주식에 대한 투자는 늘려야 하는 결과를 얻었다. 이와 같은 결과는 국내 주식시장의 상황이 최소한 해외만큼 좋다고 단정할 수 없는 이상 국내 주식에 무조건 더 많은 배분을 하는 국민연금기금의 현재 투자 전략은 기금 고갈 시기를 앞당길 수 있으며, 이로 인해 국민이 떠안게 될 왜곡된 형태의 세금은 결국 국민 복지를 악화시킬 수밖에 없다.

본 논문은 Lucas and Zeldes(2009) 모형의 기간과 위험자산 종류를 확장하여 국민연금이 직면하게 될 기금의 팽창과 고갈, 그리고 그것이 국내 주식시장에 미치는 가격영향력을 고려하여, 왜곡된 형태의 세금으로 발생하는 효용 손실을 최소화하는 최적 자산 배분 전략을 모색한 최초의 연구이다. 본 연구의 모형과 결과는 실제 큰 적자를 겪고 있는 어느 해외 대형 연기금의 자산 배분 정책에도 적용 가능하며, 국민복지와 국가 경제에 직결되는 중요 문제를 제기하고 그 해결책을 살펴보았다는 점에서 그 학술적, 정책적 기여가 크다고 할 수 있다. 본 연구가 궁극적으로 제언하고자 하는 바는 국민연금기금이 자산운용을 함에 있어서 그것의 자산 규모와 기금 팽창 및 고갈이 갖게 될 가격영향력을 심각하게 고려하고 좀 더 분산된 투자의 일환으로써 해외 주식에의 투자를 확대하라는 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서는 국내외 연구동향에 대해 간략하게 살펴보고, 제3장에서는 본 연구가 설계한 국민연금기금의 투자 모형과 최적화 문제를 살펴봄, 제4장에서는 실제 이용 가능한 자료로 모수를 추정하여 최적화된 투자포트폴리오를 제시하고, 제5장에서는 결론을 맺는다.

2. 선행 연구

그 동안 국내 경제시장에 미치는 영향을 최소화 하고, 국민연금기금의 투자 위험을 분산시키며 투자수익을 증대하기 위한 중요한 대안으로 거론되어 온 것 중 하나는 해외 투자이다. 예를 들어, 김병덕(2013)은 국민연금의 지속 가능성 및 재정 안정성을 담보하기 위한 측면으로써 자산운용 최적화를 거론하면서 국민연금기금의 해외 투자의 필요성과 해외 투자 확대 방안에 대해서 논의했다. 신진영(2008)은 해외 투자 당위성에 대해서 국내 인플레이션에 대한 헤지(hedge) 역할, 정치적 충격이나 자연재해로부터 발생 가능한 위험 감소, 유동성 확보를 통한 투자 손실 최소화 등을 들면서도 해외 투자 확대에 따른 위험 요인인 정보 접근의 어려움과 비용, 특정 국가 마다 수반되는 고유 위험에 대한 노출 등을 지적하였다. 류두진, 박성준(2009) 역시 국민연금기금의 해외 투자 확대 필요성을 강조였다.

또한, 국내의 많은 연구들은 공적 연금기금의 운용에 있어 ALM(Asset Liability Management)의 필요성을 역설하고 있다. 공적 연금의 자산 배분 목표 설정에 있어서 ALM은 연금제도와 기금운용 사이의 명시적 연결고리를 구성하는데 중요한 역할을 한다. 원종현(2008)은 과거 자료를 통해 국내 공적 연금의 자산-부채 관계를 추정하고, 이를 바탕으로 목표 수익률을 산출, 적합한 자산-부채 배분 수준을 계산하였다. 국민연금공단의 박태영(2010)은 해외 6개국의 공적연기금들의 제도 및 지배구조, 투자정책, 자산 배분, 금융위기 전후의 정책 변화와 성과 등의 현황 사례를 조사하였고, 이들 해외 사례를 통해 한국의 연금기금 운용에 ALM의 안정적인 정착이 요구된다고 주장하였다. 원종욱, 손지훈(2015)는 자산-부채의 비율 문제를 넘어서 자산 부문별 투자 비율을 분석하였다. 이들은 캐나다 공적연금투자위원회(CPPIB)와 미국 캘리포니아 주 공무원 연금(CalPERS)의 사례를 중심으로 중장기적인 기금운용의 적절한 자산 부문별 투자 비율을 분석하였다.

남재우, 황정욱(2013)은 연금기금의 운용을 자산 배분의 관점이 아닌 운용 유형의 측면에서 연구하였다. 이들은 위험을 적극적으로 이용하는 액티브 운용(active management)에 대해 분석하였으며, 해외 연기금에서 액티브 위험의 관리 수단으로서 사용되고 있는 위험예산제도를 연구하였다.

Lucas and Zeldes(2009)는 연금기금이 주식시장과 무위험자산에만 투자할 수 있는 모형에서, 기간 말에 운용한 자산이 부채를 모두 상환하지 못 할 경우에는 왜곡된 세금(distortionary taxes) 형식으로 이를 충당한다고 가정했다. 그리고 손실 함수(loss function)를 2차 함수(quadratic loss function)로 가정할 경우 왜곡된 형태의 세금을 최소화할 수 있는 방안을 모색했다. 그 결과, 주식 프리미엄(equity premium)이 증가하거나 주식의 수익과 연금기금의 부채 성장률이 양(+의 상관관계)을 가질 때 주식시장에 대한 투자를 확대해야 주장하고 있다.

또한, 연금 기금의 자산 운용에 관한 많은 연구들이 적절한 부채 할인율을 구하는 것에 초점을 맞추었다. Andonov et al.(2016)는 적절한 부채 할인율을 통한 연금 운용 평가에 대한 연구를 하였다. Pennacchi and Rastad(2011)는 공적 연금 기금의 자산 배분에 관한 연구를 하였다. 이들은 기금이 부채에 대한 할인율을 줄이기 위해 더 위험한 투자를 한다는 사실을 밝혔으며 이로 인해 할인율이 저평가된다고 주장하였다. Novy-Marx and Rauh(2009)는 이와 반대로 현재의 부채 할인율이 지나치게 높다는 주장을 펼쳤다.

연금의 구조가 현재의 연금 가입자들에 대한 연금 지급을 미래의 가입자들에게 의존하고 있는 형태이기 때문에 부채의 적정 가격을 알아내는 것은 중요한 이슈이다. 하지만 순보험료수입(net contribution)의 변화에 따른 연금 자산 배분에 초점을 맞춘 선행 연구는 없었다. Haberman and Vigna(2002)는 DC(defined contribution)형 연금의 자산 배분에 관한 문제를 여러 위험 측도로 풀었지만 순보험료 자체는 고정적된 것으로 가정하였다. 이에 본 연구는 인구구조 및 거시적 상황에 따라 순보험료가 줄어드는 상황을 가정하고 이에 따른 최적의 자산 배분전략을 구하였다.

3. 모형

국민연금기금이 직면하게 될 현실을 적절하게 반영하기 위해서 Lucas and Zeldes(2009)의 1기간 모형을 확장하였다. 국민연금기금의 순보험료수입(보험료 수입 - 연금 급여)이 양(+인) 1기간과 음(-인) 2기간을 고려하고, 2기간 말에는 기금을 유동화한다고 가정한다. 기금의 투자 대상은 무위험자산과 국내 주식뿐만 아니라 해외 주식도 포함한다. 특히, 국내 주식의 수익률은 기금의 국내 주식시장 투자액 변화와 양의 상관관계를 가지지만 해외 주식은 국민연금기금의 투자에 영향을 받지 않는다고 가정하였다. 그리고 국내 주식과 해외 주식은 이변량 정규 분포(bivariate normal distribution)을 따르며 1기간과 2기간의 주식 수익률은 독립된 분포를 따르도록 설계하였다. t 시점 말에서의 국내 주식과 해외 주식의 수익률을 각각 r_t^D 와 r_t^F , t 시점 초에서의 순보험료수입을 N_{t-1} , 기금의 국내 주식과 해외 자산비율을 각각 λ_{t-1} , η_{t-1} , 기금의 자산, 부채, 왜곡된 형태의 세금, 무위험자산의 수익률을 각각 A_t , L_t , T_t , r_f 로 표기하면 전체적인 시간 흐름과 변수들 간의 관계들은 [그림 1]과 같이 나타낼 수 있다. 즉, 주어진 기간에서의 자산은 누적된 자산과 순보험료를 국내 주식, 해외 주식, 무위험자산에 투자하여 얻어진다. 최종적으로 국민이 부담하게 될 세금은 2기간 말의 부채와 자산의 차인 T_2 로 나타난다.

<여기에 [그림 1] 삽입>

$$A_t = (A_{t-1} + N_{t-1})(1 + r_f + (r_t^D - r_f)\lambda_{t-1} + (r_t^F - r_f)\eta_{t-1}) \quad (1)$$

$$T_2 = (L_2 - A_2)I_{\{L_2 \geq A_2\}} \quad (2)$$

또한, 기금의 국내 자산 규모와 수익률의 관계를 $f(\cdot)$ 로 나타내고, (X_t, Y_t) 을 이변량 정규분포를 따르는 무작위 변수(random variable)로 가정하면 다음과 같은 관계식이 성립한다:

$$r_t^D = X_t + f(N_{t-1}\lambda_{t-1}) \quad (3)$$

$$r_t^F = Y_t \quad (4)$$

$$(X_t, Y_t) \sim BN\left(\begin{pmatrix} \mu_{X,t} \\ \mu_{Y,t} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_{X,t}^2 & \rho_{X,Y,t} \\ \rho_{X,Y,t} & \sigma_{Y,t}^2 \end{pmatrix}\right) \quad (5)$$

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{(1-\rho_{x,y}^2)}} \exp\left\{\frac{1}{2(1-\rho_{x,y}^2)}\left\{\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2\rho_{xy}(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2}\right\}\right\}, \quad (6)$$

이제 국민연금기금의 국내 자산 규모와 국내 주식 수익률의 관계를 나타내는 $f(\cdot)$ 를 가정해야 한다.⁹⁾ Hausman et al.(1992), Madhavan and Smidt(1991), Hasbrouck(1993)은

9) 국민연금기금이 국내 주식 보유량을 늘릴수록 국내 주식 수익률이 양(+의) 방향으로 증가한다고 볼

거래 규모가 양(+)일 때에는 가격 영향력이 볼록한 형태(concave)이고, 음일 때에는 오목한 형태(convex)를 보인다고 주장하였다. Huang and Ting(2008)은 S형태의 가격 영향력 함수를 이용하여 거래의 순간적인 가격 영향력을 추정하였다. Spiegel and Subrahmanyam(2000)은 이론적 결과와 수리적 시뮬레이션 모두에서 S형태의 가격 영향력 함수를 제시했는데, 특히 증가하는 거래 규모에 대한 가격 영향력은 한계가 있다는 특징을 논했다. 이러한 기존의 연구를 바탕으로 $f(\cdot)$ 를 다음과 같이 정의한다:

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - \exp(-\frac{c}{k}x)), & x \geq 0 \\ -k(1 - \exp(\frac{c}{k}x)), & x < 0 \end{cases} \quad (7)$$

대략적인 형태를 보기 위해 제4장의 [표 3]에서 추정하게 될 k 와 c 의 실제 모수를 $f(\cdot)$ 에 대입하게 되면 [그림 2]과 같다. 즉, 가격 영향력 함수는 상한과 하한이 있으며 원점을 중심으로 대칭이다. 실제로 He and Mamaysky(2005)는 가격 영향력과 거래수수료가 존재할 때 위험 자산(risky security)의 주식을 대량(block of shares) 매도할 때 위험회피(risk averse) 투자자의 최적화된 정책을 분석하였는데, 이는 본 연구에서 가격 영향력 함수가 음(-)인 경우와 동일한 형태이다.

<여기에 [그림 2] 삽입>

본 연구는 세금에 대한 평균-분산 효용 함수(mean-variance utility function)를 사용하였으며 이를 최대화하는 문제를 다루었다. 이것은 앞서 가정한 가격 영향력 함수가 이미 지수 함수(exponential function) 형태이기 때문에 다른 형태의 효용함수를 사용함으로써 오는 수리적 접근의 복잡함을 피하면서, 위험회피 투자자의 성향을 적절히 직관적으로 나타내기 위함이다. 이는 Lucas and Zeldes(2009)가 2차 함수(quadratic function)를 손실 함수(loss function)로 하여 최소화 문제를 푼 것과 비슷한 맥락이다. 가정한 효용 함수는 아래와 같다:

$$\max_{\lambda_0, \eta_0, \lambda_1, \eta_1} E\{U(T_2)\}, \quad (8)$$

여기서 $U(T_2) = -(T_2 + \frac{w}{2}T_2^2)I_{\{T_2 \geq 0\}}$, $E\{U(T_2)\} = \iint U(T_2)dF(X_1, Y_1)dF(X_2, Y_2)$ 이다.

w 는 세금의 변동성이 기댓값에 비해서 효용에 어느 정도의 가중치를 가지느냐를 나타낸다. 즉 w 가 크면 세금의 변동성에 대한 위험 회피 성향이 커진다. 편의를 위해 w 는 20으로 가정한다.¹⁰⁾

수도 있지만, 국내 주식 수익률이 증가함에 따라 국민연금기금의 보유 주식의 시장가치 및 비중이 커질 수 있다. 이 경우에는 국민연금기금이 해당 주식 보유량을 늘리지 않더라도 식 (1)에서처럼 결국 운용자산이 증가하게 되어 수리적 해에 미치는 영향은 비슷할 것으로 예상된다.

10) 1, 40, 60, 80, 100을 사용하면 결과가 어느 정도 변하지만 기본적인 결론에는 큰 변화가 없다.

본 연구의 목적은 효용함수를 극대화시키는 1기간과 2기간에서의 국내와 해외 주식에 대한 자산 배분 비율, $\lambda_0, \lambda_1, \eta_0, \eta_1$ 을 시점 0에서 찾는 것이다. 즉, 2기간 말에 효용을 최대화하는(국민 복지를 극대화시킬 수 있는) 1기간과 2기간에서의 자산 배분 전략을 0시점에서 한꺼번에 구하는 것이다.¹¹⁾

여기서 지시함수(indicator function)를 사용하여 세금 T_2 가 음(-)인 경우는 사실상 배제하였다. 이 경우는 실제로 왜곡된 형태의 세금이 발생하지 않아 효용 손실이 발생하지 않는다. 또한 손실 함수에 있는 세금의 제공 항은 세금의 부호와 상관없이 세금의 변동성만을 포착하기 때문에 $I_{\{T_2 \geq 0\}}$ 의 제한이 필요하다.

4. 자료와 모수 추정

본 연구의 모형은 순보험료수입(보험료 수입-연금 급여)이 양(+)인 1기간과 순보험료수입이 음(-)인 2기간으로 나누어진다. 따라서 재정관련 모수 ($L_0, L_1, A_0, A_1, N_0, N_1$)를 추정하기 위해서는 먼저 순보험료수입의 부호를 기준으로 두 구간을 나누는 시점을 정의한 다음 각 구간에서의 모수를 추정해야 한다. ‘제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과’은 보험료 수입과 연금 급여의 추정치를 2013년부터 2060년까지 약 5년 단위로 제시하고 있다. 이것을 선형보간법(linear interpolation)을 이용하여 연도별 추정치로 전환하고, 순보험료수입 추정치가 음(-)으로 돌입하는 2032년을 2기간이 시작하는 시점으로 정하였다. 그리고 2016년부터 2031년까지 16년을 1기간으로 정하고, 2기간은 1기간과 동일하게 16년으로 적용하여 2032년부터 2047년까지인 경우와, 2032년부터 기금이 고갈될 것으로 예상되는 2060년까지인 경우를 모두 고려하였다. 이렇게 선형보간법을 이용하여 추정한 연간 자료를 바탕으로 N_0 와 N_1 을 추정하였다. 우선 아래 식(9)를 이용하여 매년 추정된 연 투자수익률(금년 투자수익/전년투자수익-1)을 연속 복리(continuously compounded interest rate)로 환산하였다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} = e^{rt}, \quad (9)$$

여기서 r 은 연이율, n 은 1년 동안 이자가 지급되는 구간 수, t 는 이자가 지급되는 기간이다.

이는 보통 보험사와 국민연금기금이 자체 투자수익률을 할인율(discount rate)로 사용하는 것을 반영한 것이다. 그 다음 이 할인율로 1기간인 2016년부터 2031년도까지의 연간 순보험료수입의 2016년 현재가치(present value)를 구하고 이를 합하여 N_0 을 아래 식(10)과 같이 계산하였다:

11) 평균-분산 효용 함수를 사용할 경우 law of iterated expectation (혹은 tower property)가 성립하지 않기 때문에 동적 프로그래밍(dynamic programming) 방법이 적용될 수 없다. 따라서 평균-분산 효용의 최대화 문제는 시점 0에서 모든 것을 결정하는 전략(pre-commitment)을 택하거나, 문제를 변형시켜야한다(Bensoussan et al.(2012)). 이 논문에서는 전자의 방법을 택하는데 이러한 전략이 경제적 의사 결정에 더 합리적일 수 있다는 연구는 많다. 예를 들어, Hey and Lotitio(2009)와 Hey and Panaccione(2011)는 투자자들이 생각만큼 정교하게 의사결정을 하지 않아서 사전의사결정이 보편적일 수도 있다는 주장을 하였다.

$$N_0 \text{ or } N_1 = \sum_{year=1}^N (\text{보험료수입}_{year} - \text{연금급여}_{year}) \prod_{k=2}^{year} \exp\left\{-\left(\frac{\text{투자수익}_k}{\text{자산}_{k-1}} - 1\right)\right\} \quad (10)$$

N_1 은 비슷한 방식으로 2032년부터 2047, 또는 2032년부터 2060년까지의 매년 추정된 연 투자수익률을 할인율로 하여 역시 연속 복리식으로 2032년 현재가치를 추정하였고 해당 추정치는 [표 1]과 같다.¹²⁾

<여기에 [표 1] 삽입>

국민연금기금의 부채(L_2)는 국민연금기금이 별도로 산정하여 일반에게 공개하는 자료가 없기 때문에 이를 대신할 수 있는 수치를 간접적으로 추정하였다. 이를 위해서 필요한 기본적인 정보는 주어진 시점에서의 (i) 연령별 예상 가입자 수, (ii) 연령별 연금 지급 기간 (기대 수명), (iii) 연금 지급 개시 연령, (iv) 연금 지급액이다. 이를 바탕으로 연령별로 연금지급 개시부터 시작하여 매월 일정 연금액을 정해진 월수 동안 지급하는 미래의 현금 흐름을 현재가치로 환산한 다음 합산하여 2047년(2060년)에 해당하는 부채(L_2)를 추정하였다. 즉, 이를 수식화하면 다음과 같다:

$$L_2 = \sum_{\text{연령밴드}} \left[\frac{\text{연령별 예상 가입자 수}}{(1 + \text{월할인율})^{\text{연금개시연령} - \text{현재연령(월)}}} \left[\sum_{k=0}^{\text{기대수명} - \text{연금개시연령(월)}} \frac{\text{월연금지급액}}{(1 + \text{할인율})^k} \right] \right] \quad (11)$$

이를 위해서 해당연도의 추계인구, 경제활동인구 비율, 경제활동인구 대비 국민연금 가입률, 기대수명, 연금개시 연령, 연금지급액, 연금지급횟수 추정치를 이용했다. 해당연도(2047년과 2060년) 자료가 없을 때는 가장 근접한 연도의 자료를 활용하였다.

연도별 예상 가입자 수는 다음과 같이 구하였다. 우선 통계청 연령별 전국 추계인구 자료를 이용하여 2047년, 2060년 기준 각각의 연령밴드 별로(15-19세, 20-24세,……, 55-60세, 60세 초과) 추계 인구수를 구하였다. 여기에 ‘제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과’에서 얻은 연령밴드 별 2050년(2060년)의 경제활동 인구 비율과 경제활동인구 대비 국민연금 예상 가입률(90%)을 곱하여, 2047년(2060년) 각 연령밴드 별 예상 가입자 수를 산정하였다. 즉, 예상 가입자수는 추계인구, 경제활동 인구 비율, 경제활동 인구 대비 국민연금 예상 가입률을 곱하여 추정하였다.

기대수명을 구하기 위해서는 통계청 2014년 현재 생명표로부터 구한 2014년 현재 연령밴드 별 기대수명에 ‘제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과’의 2010년 대비 2050년과 2060년의 기대수명 상승폭의 남녀 평균인 6.55와 7.675를 각각 더하여 해당연도의 연령밴드 별 기대수명으로 가정하였다.¹³⁾

연금지급 개시연령은 2013년 수령나이가 만 61세로 한 살 증가한 것과 앞으로 단계적으

12) 별다른 언급이 없으면 모든 이자 복리 계산은 연속 복리로 한다.

13) 추계인구와 생명표 자료는 다음의 사이트에서 각각 구하였다:

http://kosis.kr/statHtml/statHtml.do?conn_path=K1&tblId=DT_1B01001&orgId=101,

http://kosis.kr/statHtml/statHtml.do?orgId=101&tblId=DT_1B42&conn_path=I3.

로 65세까지 늦춰질 것을 감안하여 62.5세로 하였다. 이를 바탕으로 연령밴드 별로 연금지급 개시연령까지 남은 월수를 계산하고 위에서 구한 기대수명을 이용하여 연령밴드 별로 연금지급 월수를 구했다.

연금지급액은 '제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과'에서 추정된 2045년-(2060년)의 연금지급액을 해당연도 전체 수급자수로 나누어 각 연도의 월 연금지급액을 산정하였는데 이는 1,822,873원(3,220,828원)으로 추정되었다. 국민연금 지급은 거의 반드시 이루어지는 것을 감안한다면 무위험 이자율을 할인율로 사용한 것은 적절하다고 여겨진다. 무위험자산의 수익률은 3개월 만기 국채 민평균을 이용하였다.¹⁴⁾ 0시점에서의 자산 A_0 는 재정수지 전망으로부터 구한 2015년 자산인 5,123조원을 사용하였다. 추정된 국민연금의 부채(L_2)는 [표 2]와 같다.

<여기에 [표 2] 삽입>

앞서 국민연금기금의 국내 주식 보유가 국내 주식시장에 미치는 영향을 $f(\cdot)$ 를 이용하여 표현하고자 했다. 직관적 이해를 돕기 위해서 $f(\cdot)$ 의 1차 테일러 전개식(Taylor's expansion)을 생각하면 다음과 같다:

$$f(x) = \begin{cases} cx, & |x| < \frac{k}{c} \\ k \operatorname{sign}(x), & |x| \geq \frac{k}{c} \end{cases} \quad (12)$$

따라서 여기서 c 는 국민연금기금의 국내 자산 투자 증가량($N \times \lambda$)이 국내 주식의 수익률에 미치는 영향력의 민감도로 볼 수 있다.

이를 추정하기 위해서 Amihud(2002)의 비유동성 측도(Illiquidity measure)를 사용하였다. Amihud(2002)는 비교적 쉽게 구할 수 있는 일별 주식 자료를 이용하여 간단하게 구할 수 있는 주식시장의 비유동성 측도를 제시하였다. 그는 시장의 비유동성(illiquidity)을 주식들의 일별 수익률의 절댓값과 달러 거래량 비율의 전체 주식에 대한 평균으로 다음과 같이 측정하였다:

$$ILLIQ_{i,y} = \frac{1}{D_{i,y}} \sum_{d=1}^{D_{i,y}} \frac{|R_{i,y,d}|}{VOL_{i,y,d}} \quad (13)$$

여기서 $R_{i,y,d}$ 는 주식 i 의 y 해 d 일의 수익률이고, $VOL_{i,y,d}$ 는 해당 날짜에 그 주식의 달러 거래량, $D_{i,y}$ 는 y 해의 거래일 수이다. 즉, 거래량의 움직임에 따라 주식 가격이 더 민감하게 변화하는 정도를 비유동성의 측도로 본 것이다. 이를 응용하여 먼저 KOSPI 일별 자료를 이용하여 수익률의 절댓값과 원 거래량(won volume) 비율의 전체 평균을 국민연금기금의 KOSPI시장에서의 하루 평균 거래에 대한 주식 가격 변화의 민감도로 간주하였다. 또한 전체 국내 주식시장에서의 국민연금기금의 거래에 의한 주식 가격 변화의 하루 평균 민감도는

14) <http://www.kofiabond.or.kr/>.

이 값을 원단위 평균 KOSPI 거래량으로 곱한 다음 주식 시가총액으로 나누어 근사할 수 있다고 가정하였다. 여기에 일 년 동안의 월수(12)와 월별 주식거래 일수(22)를 곱하여 연평균 국민연금기금의 시장영향력 민감도로 환산하였다.¹⁵⁾ 한편, k 는 국민연금기금이 미칠 수 있는 시장영향력의 최대치로 볼 수 있다. 즉, 투자금액의 절댓값이 k/c 범위를 벗어나면 투자액에 상관없이 영향력이 동일해 지는 것이다. k 는 Amihud의 일별 평균 대신 절댓값을 이용하여 c 와 같은 방식으로 구하고 여기에 국민연금기금의 국내 주식 보유량의 변화를 곱하여 그 실제 가격 영향력의 한계를 구하였다. 국민연금기금의 국내 주식 보유량 변화는 N_0 에 국민연금기금운용으로부터 얻은 1988년부터 2015년까지의 자산대비 국내 자산 비율의 평균인 13.9%를 곱한 것으로 대체하였다. 추정된 값들은 [표 3]에 나타나 있다.

<여기에 [표 3] 삽입>

c 가 어떻게 작용하는지 살펴보기 위해 1구간에서의 순보험료수입이 위에서 구한 N_0 와 같고 그 투자 비율이 1988년부터 2015년까지의 국민연금기금의 자산대비 국내 자산 비율의 평균인 13.9%이라고 가정해 본다. 이것은 국민연금기금이 $1.48 \times 10^{13} \times 13.9\%$ 원, 혹은 약 2.1조원만큼을 국내 주식에 더 투자하는 것을 의미하고, 이로 인한 국내 주식의 수익률의 증가는 약 2.34%이다. k 는 42%인데, 이는 국민연금기금의 국내 주식 투자 변화로 인한 국내 주식 수익률이 최대 증가/감소폭이 42%임을 의미한다. 실제로 2008년 미국 경제 위기 때 S&P 500의 연 평균 수익률이 약 -37%였던 것을 보면 적절한 추정치인 것으로 여겨진다.¹⁶⁾

국내 주식과 해외 주식의 이변량 정규 분포 관련 모수는 KOSPI와 S&P 500 Index의 월별 자료를 이용하여 연단위로 환산된 기하평균, 분산, 상관계수를 이용하여 추정하였다.¹⁷⁾ 또한, S&P 500의 경우는 달러 단위로 표시되기 때문에 월별 증가 환율을 적용하여 원단위로 환산하여 사용하였다.¹⁸⁾ 본 연구의 목적이 국내 주식이 해외 주식과 다르게 국민연금기금의 투자가 국내 주식에 가격 영향력을 가질 때 국민연금기금의 투자 전략을 살펴보는 것이기 때문에 국내 주식과 해외 주식의 적합한 모수는 기본적으로 성과에 있어서 큰 차이를 보이지 않는다. 즉, 가능하면 국내 주식과 해외 주식의 성과 차이가 포트폴리오 구성의 변인이 되는 것은 피하고자 한다. 하지만 국내 주식과 해외 주식의 평균과 분산은 추정 구간에 따라서 상이하기 때문에, 더 정확한 비교를 위해서 국내와 해외 주식이 동일한 수익률과 분산을 갖는다고 가정하되 과거 자료를 근거로 합리적인 숫자들을 사용하도록 한다. 하지만

15) 최고, 최하 1% 관측 값들은 평균 산출에서 제외했다.
 16) 여기서 주의할 것은 본 연구가 순보험료수입은 16년 동안의 누적된 값을 사용한 데 반해, 가격 영향력은 1년치를 사용했다는 것이다. 그 이유는 16년 동안 발생하게 될 주식 매입이나 매각이 1년 안에 한꺼번에 일어난다고 가정하기 힘들기 때문이다. 가장 좋은 방법은 16년 동안 매해 거래가 이루어지는 모형을 제시하는 것이지만, 이것은 본 연구의 범위를 벗어나기 때문에 논하지 않는다.
 17) KOSPI 와 S&P 500 Index 자료는 각각 다음의 사이트에서 구하였다:
 Yahoo Finance 2016, Yahoo, <http://finance.yahoo.com/quote/5EKS11/history?ltr=1>.
 Yahoo Finance 2016, Yahoo, <http://finance.yahoo.com/quote/5EGSPC/history?p=GSPC>.
 18) http://www.index.go.kr/potal/stts/idxMain/selectPoSttsIdxSearch.do?idx_cd=1068&clas_div=&idx_sys_cd=506&idx_clas_cd=1.

실제 국내 주식과 해외 주식간의 관계를 바탕으로 한 최적 자산 배분을 비교, 분석하는 것은 의미가 있기 때문에, 실제 자료로부터 추정된 모수를 이용한 자산 배분도 살펴본다. 특히, Sharpe Ratio 기준으로 국내 주식과 해외 주식의 성과 차이가 가장 크게 나는 경우와 가장 작은 경우를 살펴본다. [표 4]에서는 표본 구간이 2015년 12월에 끝나는 것으로 고정 시킨 상태에서 1999년부터 2011년까지 한 해씩 증가하면서 각 구간마다 평균과 분산을 구하고, Sharpe Ratio를 이용하여, 해외 주식 대비 국내 주식의 성과가 가장 월등한 기간, 가장 비슷한 기간, 가장 열등한 기간을 구하였다. 2011년까지 추정하는 이유는 신뢰할 수 있는 모수를 추정하기 위해서 최소 5년의 자료를 확보하기 위함이다.

<여기에 [표 4] 삽입>

5. 결과 분석

본 연구의 목적은 가격 영향력이 국민연금기금의 최적 자산 배분에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보는 것이다. 따라서 국내주식과 해외주식의 성과 차이가 주요 변인이 되는 상황을 피하기 위해서 국내, 해외 주식의 수익률과 분산이 동일한 경우를 생각하였다. 편의상 수익률과 분산이 1기간과 2기간에도 동일하다고 간주하였다. 이에 따라 과거 자료를 바탕으로 주식의 연 수익률이 7%, 분산이 20%, 국내 주식과 해외 주식의 상관계수가 50%, 무위험자산의 연 수익률이 3%인 경우를 가정하였다. 그리고 이 숫자들을 기준으로 변수마다 변동을 주어 각 변수가 최적 자산 배분에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보았다. 3장에서 제시한 최적화 문제를 수치적으로 구하는 방식은 부록의 수리적 해법에서 자세하게 기술하였다. 다양한 시나리오 하에서 구한 최적 자산 배분은 [표 5.1]와 같다.

<여기에 [표 5.1] 삽입>

먼저, 국민연금기금의 국내 주식 거래가 가격 영향력을 가지지 않는 경우 국내와 해외 주식에 대한 최적 자산 배분은 [표 5.1]의 첫 번째 칼럼에 보고된 것과 같이, 평균적으로 1기간에 약 18%, 2기간에 약 19%이다. 이 경우는 국내 주식과 해외 주식 성과에 대한 조건이 모두 동일하기 때문에 동일 구간 내에서 최적 자산 배분 비율은 국내와 해외에 대해 대칭이어야 한다. 하지만 달린 형식으로 풀기 보다는 시뮬레이션을 통해서 풀었기 때문에 실제 PSO를 통해 얻어진 값이 정확하게 같지는 않으며 약간의 오차가 존재한다.

국민연금기금의 국내 주식 거래가 가격 영향력을 가지는 경우는 [표 5.1]의 두 번째 칼럼에 보고된 것과 같다. 위와 동일한 조건하에서 국민연금기금이 국내 주식시장에서 1기간에서는 양(+)의 가격 영향력을, 2기간에서는 음(-)의 가격 영향력을 가지는 경우를 고려하였다. 국민연금기금의 순보형료수입(N_0)이 양(+)이고 그에 따른 국내 주식시장에서의 가격 영향력이 양(+)인 1기간에서는 국내와 해외 주식에 약 18.7%와 16.4%를 각각 투자하는 것이 최적으로 나타났다. 양(+)의 가격 영향력을 갖는 1구간에서의 국내 주식에 대한 최적 배분은 약 1.7% 포인트 증가한다. 가격 영향력이 없는 해외 주식에 대한 최적 배분은 1구간

에서 약 3% 포인트 감소하는 것으로 나타났다. 한편, 국민연금기금의 순보험료수입(N_0)이 음(-)이고 그에 따른 국내 주식시장에서의 가격 영향력이 음(-)인 2기간에서는 가격 영향력이 없는 경우와 비교해서 국내 주식에 대한 배분 비율을 약 5% 포인트 줄여서 약 13.6% 투자하고, 해외 주식에 약 1% 포인트 증가시켜 약 20.9% 투자하는 것이 최적으로 나타났다. 따라서 가격 영향력이 없을 때 차이가 거의 없던 국내 주식과 해외 주식에 대한 2기간에서의 배분 비율이 가격 영향력이 있을 때에는 그 차가 7% 포인트 정도로 벌어지게 된다.

1기간에서는 국내 주식과 해외 주식의 조건이 동일하고 국민연금기금이 국내 주식 보유량을 늘릴수록 국내 주식 수익률이 양(+)의 방향으로 증가하므로 높아지는 수익률로부터 더 많은 이득을 보기 위해서는 가능한 더 많은 국내 주식을 보유해야 한다. 마찬가지로 2기간에서는 국내 주식과 해외 주식이 동일한 조건을 가지면서 국민연금기금이 국내 주식시장에 음(-)의 가격 영향력을 가지기 때문에 가능한 더 많은 해외 주식을 매입해야 한다. 하지만, 가격 영향력이 없을 때와 비교하여, 가격 영향력이 있을 때 1기간에서의 국내 주식에 대한 배분 비율은 약 1.7% 포인트 정도 높고, 해외 주식에 대한 비율은 약 3% 포인트 낮다. 또한 2기간에서의 최적 배분은 가격 영향력이 없을 때와 비교하여 국내에 6% 포인트, 해외에 1% 포인트를 각각 감소, 증가한다. 최적 자산 배분이 국내나 해외 어느 한쪽으로 치우치지 않는 이유는 효용함수가 2차 곡선이라서 기대 수익률뿐만 아니라 수익률의 변동성도 자산 배분에 영향을 미치기 때문이며, 동시에 2기간에서 국민연금이 국내 주식시장에 음(-)의 가격 영향력을 갖기 때문이기도 하다. 즉, 2기간에는 국민연금이 재정수지 적자를 겪는 1기간에서 매입한 주식들을 단기간에 대량 매각해야 하므로 국내 주식의 수익률이 하락할 것으로 예상되기 때문에 1기간에 무조건 많이 매입하여 보유하는 것이 두 기간을 아우르는 전체 기간에서의 효용을 증가시키는 것은 아니다.

한편, 가격 영향력의 정도가 최적 자산 배분에 주는 영향도 살펴보았다. 이를 위해 국내 주식 수익률이 국민연금기금의 국내 주식 투자액 변화에 민감한 정도(c)를 변화시키면서 [그림 3.1.1]과 같이 최적 자산 배분 비율을 구하였다. 여기서는 기존과 모든 조건이 동일한 상태에서 가격 영향력 함수 $f(\cdot)$ 의 c 값에 0부터 3까지 0.5씩 증가시켜 곱하는 경우들을 고려하였다. 그 결과 민감도가 증가할수록 1기간에서의 국내 주식과 2기간에서의 해외 주식에 대한 투자를 늘려야 하는 것으로 나타났다. 반면, 1기간에서의 해외 주식에 대한 투자는 c 값에 크게 영향을 받지 않으며, 2기간에서의 국내 주식에 대한 투자는 줄여나가야 하는 것으로 나타났다.

[그림 3.1.2]에서는 가격 영향력에 따라서 국내와 해외 주식에 대한 최적 배분 비율의 차이가 어떻게 달라지는지 살펴보았다. 그 결과 c 값이 증가하여 국민연금기금의 국내주식에 대한 가격 영향력이 커질수록 해외 배분 비율과 국내 배분 비율의 차이가 커진다는 것을 알 수 있었다. 즉, 1기간에서는 양의 가격 영향력으로 인해 상대적으로 국내 주식의 비율이 늘어나고, 2기간에서는 음의 가격 영향력으로 인해 해외 주식의 비율이 늘어나는 것으로 드러났다.

[그림 3.1.3]에서는 가격 영향력의 정도가 1기간과 2기간의 최적 자산 배분 비율 차이에 어떠한 영향을 주는지 살펴보았다. c 값이 증가할수록 1기간과 2기간 사이의 자산 배분 비율의 차가 국내 주식과 해외 주식의 경우 모두 커짐을 알 수 있었다. 다만 국내 주식의

경우는 1기간에 비해 2기간에서는 최적 자산 배분 비율이 줄어드는 반면, 해외 주식의 경우는 늘어났다.

<여기에 [그림 3.1] 삽입>

한편, 무위험자산의 수익률이 최적 자산 배분에 어떠한 영향을 미치는지를 [그림 3]-(B)와 같이 무위험자산의 수익률을 0%에서 4%까지 1% 포인트씩 증가시키면서 살펴보았다. 무위험자산의 수익률이 떨어지면 당연히 무위험자산보다 위험자산에 대한 매력이 증가하기 때문에 그림에서 보이는 것과 같이 전반적으로 더 많은 비율의 자산을 주식에 투자해야 하는 것으로 나타났다. 금리가 낮아지면 주식에 대한 투자는 현격히 증가한다. 그러나 음(-)의 가격 영향력의 지배를 받는 2기간에서의 국내 주식에 대한 선호는 무위험자산 수익률이 0%이어도 다른 주식들보다는 현격히 떨어진다. 그리고 주어진 조건에서는 무위험자산의 수익률이 4%이상 되면 위험을 감수하면서 주식에 투자해야 할 명분이 사라지는 것으로 나타났다. 따라서 현재와 같은 저금리 상황이 앞으로도 지속된다고 가정하면 현재 채권과 국내 주식에 집중적으로 투자하고 있는 국민연금기금의 투자 행태는 문제의 소지가 다분할 수 있다.

<여기에 [그림 3.2] 삽입>

또한, 2기간 말에서의 부채 L_2 가 증가할수록 상환해야 하는 부채가 늘어나기 때문에 위험을 감수하고서라도 투자를 해야 한다는 결과를 얻었다. 즉, 음(-)의 가격 영향력을 갖는 2기간에서의 국내 주식에 대한 투자를 제외한 모든 기간에서의 주식에 대한 투자 배분 비율을 급격히 증가시켜야 하는 것으로 나타났다. 특히, 부채가 현재의 2배가 되는 시점부터는 1기간에 자산의 거의 100%를 국내 주식에 배분해야 하는 것으로 나타났다([그림 3.3]). 그리고 1기간에서의 양(+)의 순보험료수입 N_0 가 증가할수록 좀 더 안정적인 환경에서 2기간 말에 연금급여를 지급할 수 있으므로 주식 투자에 대한 비율은 전반적으로 줄어든다([그림 3.4]). 반면, 2기간에서의 음(-)의 순보험료수입 N_1 의 절댓값이 증가하는 것은 L_2 가 증가하는 것과 같은 효과를 가지므로 더 많은 위험을 감수해야 할 필요성이 증가하는 것으로 나타났다. 특히, 2기간에서의 해외 주식에 대한 자산 배분 비율이 이에 대해 가장 민감하게 반응하는 것으로 드러났다([그림 3.5]).

<여기에 [그림 3.3], [그림 3.4], [그림 3.5] 삽입>

한편, 주식시장의 변수가 최적 자산 배분에 어떠한 영향을 주는지를 [표 5]-(A)에서와 같이 분석하였다. 기존의 모든 조건과 동일한 상태에서 주식시장 변수를 하나씩 변화시키면서 각 변수가 최적 자산 배분에 어떠한 영향을 미칠 수 있는지 살펴보았다. 먼저 국내 주식의 수익률이 1% 포인트 감소했을 경우, 국내 주식에 대한 투자는 1기간과 2기간 모두에서 4%-6%대로 떨어지는 반면, 해외 주식에 대한 투자는 두 기간 모두에서 25% 안팎이다. 반대로 모든 조건이 동일할 때 해외 주식의 수익률만 1% 포인트 떨어지면, 국내 주식시장에

대한 투자는 국민연금기금의 투자가 양(+)¹⁹의 가격 영향력을 갖는 1기간에는 27.7%, 음(-)의 가격 영향력을 갖는 2기간에는 20.1% 정도가 된다. 물론 이 경우 국내 주식의 성과가 월등하기 때문에 해외 주식에 대한 투자는 상대적으로 줄어야 한다. 하지만 해외 주식은 국내 주식과 달리 2기간에서 음(-)의 가격 영향력을 갖지 않기 때문에 국내 주식의 성과가 열등했을 때 국내 주식에 대한 투자를 65% 줄였던 반면, 해외 주식에 대한 투자는 46% 감소시키는 것으로 나타났다. 전반적으로 국내 주식과 해외 주식의 성과에 대한 모든 조건이 동일할 때, 어느 한쪽의 수익률이 약간만 변해도 최적 투자 배분 비율이 상당히 달라짐을 알 수 있다.

따라서 해외 주식의 성과가 국내 주식보다 열등하더라도 국민연금기금이 국내 주식시장에 음(-)의 가격 영향력을 미칠 수 있다면 해외 주식에 대한 투자는 어느 정도 유지하는 것이 최적으로 나타났다. 또한, 국내 주식시장이 해외 주식시장보다 성과가 더 좋으면 국민연금기금이 국내 주식에 집중적으로 투자를 해도 무방할 수 있지만, 그 반대의 상황에도 그러한 투자 행태를 유지하는 것은 최적 자산 배분이 아니므로 국민 복지에 상당한 악영향을 초래할 수 있다.

이번에는 모든 조건을 그대로 고정시킨 상태에서 국내 주식과 해외 주식의 분산을 차례로 변화시켜 자산 배분에 대한 영향력을 살펴보았다. 일반적으로 수익률이 동일하면 불확실성 또는 위험이 적은 자산에 더 많은 투자하는 것이 적합하지만, 가격 영향력이 존재하면 반드시 그렇지는 않은 것으로 나타났다. 해외 주식 수익률의 표준편차가 1% 포인트 감소하면 1기간에는 국내 주식에 대한 1% 포인트의 자산 배분 비율의 증가가 나타나는 반면, 해외 주식에 대한 비율은 오히려 감소한다. 국내 주식에 대한 배분이 줄어들지 않는 것은 국내 주식에 대한 양(+)¹⁹의 가격 영향력으로 얻을 수 있는 효용 증가가 국내 주식에 대한 더 큰 불확실성이 가져오는 효용 감소보다는 크기 때문인 것으로 여겨진다. 한편, 국내 주식에 대한 변동성이 1% 포인트 줄어들면 가격 영향력이 양(+)¹⁹인 1기간에서 국내 주식에 대한 투자를 3% 포인트 증가시킬 뿐만 아니라 음(-)의 영향력을 갖는 2기간에서도 1% 포인트 증가한다. 즉, 수익 변동가능성이 1% 줄어들어서 얻을 수 있는 효용 증대가 음(-)의 가격 영향력으로 인해 발생할 수 있는 효용 손실보다는 작지 않은 것이다.

한편, 실제 국내 주식과 해외 주식 자료로부터 얻어진 주식들의 수익률과 분산 모수들을 사용하여 최적 자산 배분 문제를 풀면 [표 5.2]와 같다. [표 3]으로부터 Sharpe Ratio를 기준으로 국내 주식이 해외 주식보다 가장 월등한 경우, 가장 열등한 경우, 가장 비슷한 세 경우를 선정하여 각 경우별로 최적 자산 배분을 살펴보았다. 그 결과 Sharpe Ratio 기준으로 해외 주식의 성과가 국내 주식보다 가장 월등했던 2010년부터 2015년 같은 경우는 해외 주식에 대한 최적 자산 비율은 두 기간 모두에서 60% 이상이다. 따라서 국민연금기금은 이와 같은 상황이 발생할 위험에 대비해야 할 것이다.¹⁹⁾

<여기에 [표 5.2] 삽입>

19) 이제까지는 2기간을 설정할 때 순보험료수입이 양(+)¹⁹인 1기간과 동일하게 16년을 잡았지만, 만약 국민연금기금에서 기금 고갈로 예상하는 2060년까지를 2기간으로 설정하면 상당해진 부채 해결을 위해 주식에 대한 투자를 대대적으로 늘려야 하는 것으로 드러났다.

종합하면 국민연금기금이 국내 주식을 계속 매입할 수 있는 상황이면, 즉 국내 주식시장에서의 양(+의) 가격 영향력을 계속 유지할 수 있고 국내 주식의 조건이 해외 주식과 어느 정도 비슷하다면, 현재와 같이 해외 주식보다는 국내 주식에 더 많은 자산을 배분하는 것이 적합하다. 또한, 가격 영향력이 양(+)에서 음(-)으로 변하더라도 국내 주식의 성과가 해외 주식보다 월등하다고 확신할 수 있으면 국내 시장에 집중하는 현행 전략은 설득력이 있을 수 있다. 하지만 이렇게 특수한 상황이 미래에도 계속 이어질 것이라는 확실한 근거가 없다면, 국민연금기금은 단순히 해외 투자를 더 증가시키겠다는 막연한 계획을 세우기보다는 더욱 구체적이고 장기적인 분석 및 예측을 바탕으로 자산 배분 계획을 세우는 것이 필요하다. 즉, 순보험료수입이 어느 정도인지, 양(+인지, 음(-)인지, 정확한 부채 상황이 어느 정도인지, 채권 시장의 상황은 어떤지, 국내외 주식시장의 전반적 상황은 어떻게 될 것인지와 같은 미래의 변동 상황을 면밀하게 파악하고 이에 맞게 투자 전략을 수립하는 것이 국민 복지 향상 위해 바람직할 것으로 보인다.

5. 결론

본 논문은 국민연금기금이 향후 40년 동안에 거의 확실하게 직면하게 될 기금 팽창과 고갈, 국민연금기금의 국내 자산에 대한 편향된 투자와 그 비대한 규모로 인한 국내 주식시장에서의 가격 영향력이 향후 국민 복지에 미치게 될 영향을 이론적 모형을 바탕으로 접근한 첫 연구이다. 기본적으로 국민연금이 직면한 심각한 제반 문제들이 결국은 왜곡된 형태의 세금으로 국민 복지에 영향을 미칠 것으로 보고, 이로 인한 효용 손실을 최소화하는 최적 자산 배분 전략을 살펴보았다. 특히, 국민연금기금의 재정수지가 양(+)과 음(-)인 두 기간을 구분하고, 국민연금기금의 투자가 가격 영향력을 미칠 수 있는 국내 주식과 그와는 독립적인 해외 주식을 고려하여 국민연금이 직면한 문제를 모형에 반영하였다. 그 결과 국민연금기금의 자산 배분 전략에 가격 영향력과 해외 주식 투자 확대에 대한 심각한 고려가 수반되어야 한다는 결론에 도달하였다.

본 연구는 기존 모형의 기간과 위험자산 종류를 확장하여 국민연금이 직면하게 될 기금의 팽창과 고갈, 그리고 그것이 국내 주식시장에 미치게 될 가격영향력을 고려하여 국민 복지를 극대화 시킬 수 있는 최적 자산 배분 전략을 모색한 최초의 논문이다. 본 연구는 해외 어느 대형 연기금의 자산 배분 정책에도 적용 가능하며, 국민복지와 국가 경제에 직결되는 문제를 제기하고 그 해결책을 살펴보았다는 점에서 그 학술적, 정책적 기여가 크다고 할 수 있다.

6. 참고문헌

고봉찬, 이병희, 이우중, 황이석, “국민연금의 주식시장왜곡에 관한 연구”, 한국증권학회지, 제 37권 3호(2008), pp. 465-500.

김병덕, “국민연금의 해외 투자 필요성 및 확대방안”, 국민연금연구원, 연금포럼 51(2008), pp. 4-12.

김병덕, “금융 포커스 : 국민연금 해외 투자 확대 필요성 및 투자전략”, 한국금융연구원, 주간금융브리프, 제 22권 40호(2013), pp.10-11.

국민연금재정추계위원회, “제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과”, 보건복지부, 2013.

남재우, 황정욱, “위험예산제도에 기초한 자산운용, 대한경영학회지, 제 26권 6호(2013), 1669-1688.

류두진, 박성준, “외환시장 파급효과를 고려한 국민연금의 해외 투자규모에 관한 연구”, 국민연금공단 연구보고서, 2010.

박태영, “공적연금기금의 투자정책 및 자산 배분전략 국제비교”, 국민연금공단 정책보고서, 2010.

신진영, “[기획주제] 국민연금기금의 해외 투자 확대 필요성과 방안”, 국민연금연구원, 연금포럼, 2008.

원종욱, 손지훈, “해외 주요 공적연금의 자산 배분 및 운용전술 비교”, 보건복지포럼, 2015.

원종현, “공적연금기금의 장기 전략적 자산 배분 목표 설정”, 한국경영학회 통합학술발표논문집, 2008.

Amihud, Y., 2002, Illiquidity and Stock Returns: Cross-section and Time-series effects, Journal of Financial Markets.

Basak, S. and Chabakauri, G., 2010, Dynamic Mean-Variance Asset Allocation, Journal of Financial Studies.

Bensoussan, A., Wong, K., and Yam, S., 2012, Mean-variance Precommitment Policies Revisited via a Mean-field Technique, Recent Advances in Financial Engineering 2012, 177-178.

Choi, C., Jang, B., Kim, C., Roh, S., 2015, Net Contribution, Liquidity, and Optimal Pension Management, Journal of Risk and Insurance.

Hasbrouck, J., 1993, Assessing the Quality of A Security Market: A New Approach to Transaction Cost Measurement, *Review of Financial Studies* 10, 995–1034.

Hausman, J., Lo, A., and Craig, M., 1992, An Ordered Probit Analysis of Transaction Stock Prices, *Journal of Financial Economics* 31, 319–379.

He, H. and Mamaysky, H., 2005, Dynamic Trading Policies with Price Impact, *Journal of Economic Dynamics & Control* 29, 891–930.

Hey, J. and Gianna, L., 2009, Naive, resolute or sophisticated? A study of dynamic decision making, *Journal of Risk Uncertainty* 38, 1–25.

Hey, J. and Panaccione, L., 2011, Dynamic decision making: what do people do?, *Journal of Risk Uncertainty* 42, 85–123.

Huang, R. and Ting, C., 2008, A Functional Approach to the Price Impact of Stock Trades and the Implied True Price, *Journal of Empirical Finance* 15, 1–16.

Jang, B., Koo, H., and Rhee, Y., 2015, Asset demands and consumption with longevity risk, *Economic Theory*.

Lucas, D. and Zeldes, S., 2009, How Should Public Pension Plans Invest?, *American Economic Review* 99, 527–532.

Madhavan, A. and Smidt, S., 1991, A Bayesian Model of Intraday Specialist Pricing, *Journal of Financial Economics* 30, 99–134.

Spiegel, M. and Subrahmanyam, A., 2000, Asymmetric Information and News disclosure Rules, *Journal of Financial Intermediation* 9, 363–403.

Andonov, A., Bauer, R., and Cremers, M., 2016, Pension Fund Asset Allocation and Liability Discount Rates, Working paper of Social Science Research Network(SSRN), Erasmus University Rotterdam, Erasmus School of Economics.

Pennacchi, G. and Rastad, M., 2011, Portfolio allocation for public pension funds, *Journal of Pension Economics and Finance*, Volume 10, Issue 02, April 2011, 221–245.

Novy-Marx., R. and Rauh, J., 2009, The Liabilities and Risks of State-Sponsored

Pension Plans, Journal of Economic Perspectives, Vol 23, number 4, Fall 2009, 191-210.

Haberman, S. and Elena V., 2002, Optimal investment strategies and risk measures in defined contribution pension schemes, Insurance: Mathematics and Economics, Volume 31, Issue 1, 20 August 2002, 35-69.

7. 부록

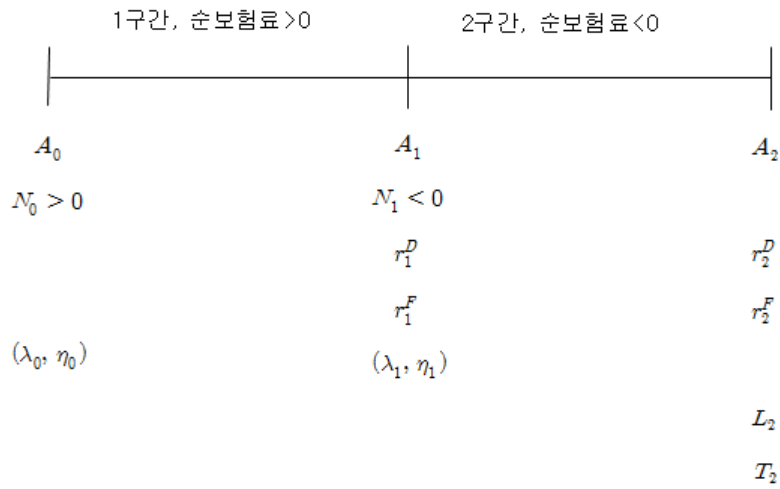
[수리적 해법]

3장에서 제시한 최적화 문제를 수리적 방식으로 구할 때 모형에 대한 해는 닫힌 형식(closed-form)으로는 쉽게 구할 수 없는데, 이는 크게 두 가지 이유 때문이다. 우선, 가격 영향력 함수가 비선형(non-linear) 함수이다. 가격 영향력 함수가 $\Omega(x)$ 일 때 $E(U(T_2))$ 는 $\Omega(x^5)$ 가 된다. 따라서 테일러 전개로 가격 영향력 함수를 다항 함수(polynomial function)에 근사시켜도 식의 차수가 5를 넘어 Abel-Ruffini theorem에 의해 일반해는 존재하지 않는다. 두 번째로 특성 함수 $1(T_2 \geq 0)$ 로 인해 적분이 닫힌 형태로 풀기 쉽지 않다. 비록 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2)$ 가 독립된 두 이변량 정규분포쌍이지만 특성 함수로 인해 적분 계산 시 독립으로 보기 어려워 한꺼번에 계산해야 한다. 즉, T_2 가 양(+인 영역을 찾고 이때 네 변수 X_1, Y_1, X_2, Y_2 사이의 확률 분포를 파악해야 한다. 이는 다시 첫 번째 이슈와 같은 문제를 일으킨다.

따라서 수리적인 접근을 통해서 목적 함수가 최댓값을 가지게 하는 $\lambda_0, \lambda_1, \eta_0, \eta_1$ 을 계산하였다. 이를 위해 Adaptive Monte Carlo(AMC) 방법과 Particle Swarm Optimization(PSO) 방법을 사용하였다. 우선 효용함수의 기댓값은 AMC 방법을 통해 적분을 계산하였다. 몬테카를로 방법은 다중적분계산에 있어 다른 방법들보다 효율적이고 정확하다고 알려져 있다. 실제 테스트 결과 다른 적분 방법들은 오차 범위가 매우 커져 자릿수마저 신용할 수 없는 수준의 값이 나왔다. 다만, 몬테카를로 방법을 사용해도 효용함수의 기댓값을 계산하기 위한 4중적분에 걸리는 시간이 매우 길어서 계산의 반복횟수를 줄이기 위해 휴리스틱(heuristic)을 사용하였다. 주의할 점은 몬테카를로의 특성상 생길 수밖에 없는 오차 때문에 적분 결과 값이 아주 정확하다고 볼 수는 없다. 이는 다시 적분을 여러 번 반복해 평균치를 택하는 방법으로 보완하였다. 이후 AMC를 바탕으로 계산된 목적함수의 최댓값을 찾는 휴리스틱은 PSO 방법을 사용하였다. PSO 방법은 다른 탐색 알고리즘과 비교하여 복잡한 형태의 함수에 관한 문제에 더 나은 효율성을 보이며 Genetic Algorithm보다 수행속도가 빠르기 때문에 주목받고 있는 방법이다. 덧붙여 국내, 해외 투자 비율에 대한 휴리스틱의 해를 $[-1, 1]$ 구간으로 제한하였다. CPU역량과 시간상 제약 등의 문제로 PSO의 particle를 10개로 지정하고 문제를 풀었으며, 여기서 나온 10개의 결과값의 평균을 [표 5]와 같이 보고한다.

[그림 1] 모형의 시간 흐름과 변수들 간의 관계

t 시점 말에서의 국내 주식과 해외 주식의 수익률을 각각 r_t^D 와 r_t^F , t 시점 초에서의 순보험료수입을 N_{t-1} , 기금의 국내 주식과 해외 주식 배분 비율을 각각 λ_{t-1} , η_{t-1} , 기금의 자산, 부채, 왜곡된 형태의 세금, 무위험자산의 수익률을 각각 A_t , L_t , T_t , r_f 로 표기하면 전체적인 시간 흐름과 변수들 간의 관계는 아래와 같이 나타낼 수 있다. 다시 말해서, 주어진 기간 말에서의 자산은 이전 기간 누적된 자산과 순보험료수입을 국내 주식, 해외 주식, 무위험자산에 투자하여 얻어진다. 최종적으로 국민이 부담하게 될 세금은 2기간 말에 부채가 자산보다 큰 경우 부채와 자산의 차인 T_2 로 나타내고, 그렇지 않을 경우는 0으로 한다.



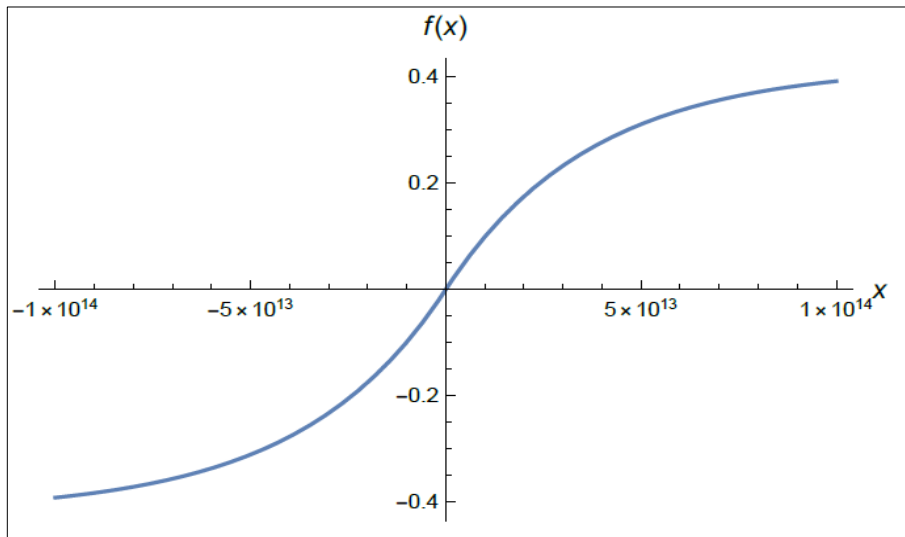
$$A_t = (A_{t-1} + N_{t-1})(1 + r_f + (r_t^D - r_f)\lambda_{t-1} + (r_t^F - r_f)\eta_{t-1})$$

$$T_2 = (L_2 - A_2)I_{\{L_2 \geq A_2\}}$$

[그림 2] 가격 영향력 함수

본 연구에서 설정한 가격 영향력 함수의 대략적인 형태를 보여주기 위해서 가격 영향력 함수 $f(\cdot)$ 가 [표 3]에서 추정된 $k = 0.42$, $c = 1.13 \times 10^{-14}$ 를 가지는 경우를 위와 같이 그래프로 살펴보았다. 가로축은 기간초에 국내주식에 투자된 순보험료수입의 크기이고, 세로축은 그 가격 영향력으로 인한 국내주식 수익률의 증가분이다.

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - \exp(-\frac{c}{k}x)), & x \geq 0 \\ -k(1 - \exp(\frac{c}{k}x)), & x < 0 \end{cases}$$



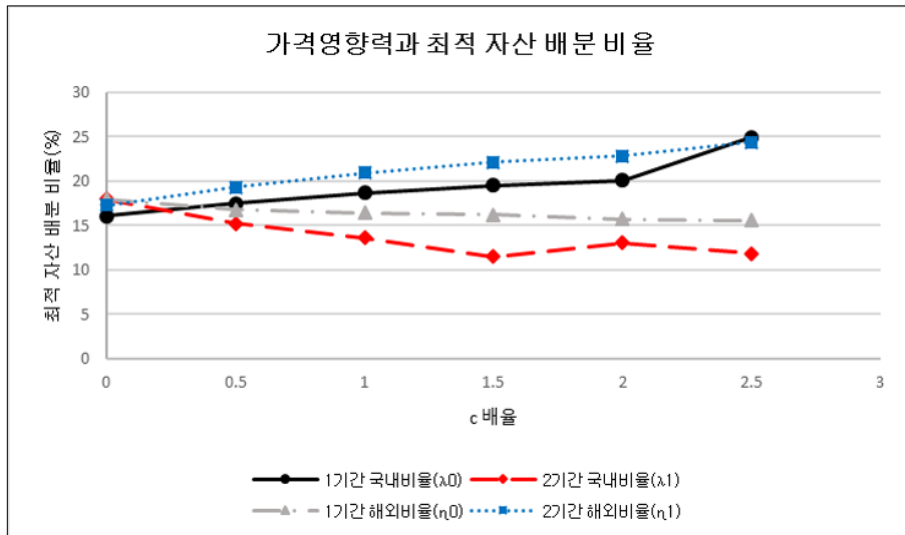
[그림 3] 모수들의 변화에 따른 최적 자산 배분 변화

[그림 3.1] 가격 영향력과 최적 자산 배분 비율

국내 주식 수익률이 국민연금기금의 국내 주식 투자액 증감에 민감한 정도를 변화시키면서 그에 따른 최적 자산 배분 비율의 변화를 살펴보았다. c 가 증가할수록 국내 주식 수익률이 국민연금기금의 국내 주식 투자액 변화에 더 민감하게 반응한다. 가격 영향력 함수 $f(\cdot)$ 에서 실제 자료를 바탕으로 추정된 기존의 c 에 0부터 3까지 0.5씩 증가시키면서 곱하여 대입하고, 그에 따른 최적 배분 비율의 변화를 살펴보았다.

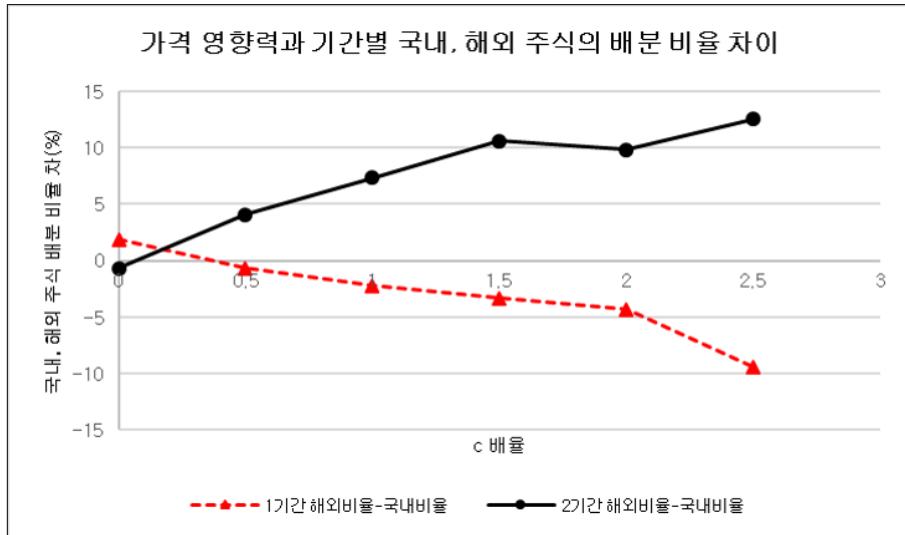
[그림 3.1.1] 가격 영향력과 최적 자산 배분 비율

가로축은 c 에 곱한 배수이고, 세로축은 국내와 해외 주식에 대한 최적 자산 배분 비율이다.



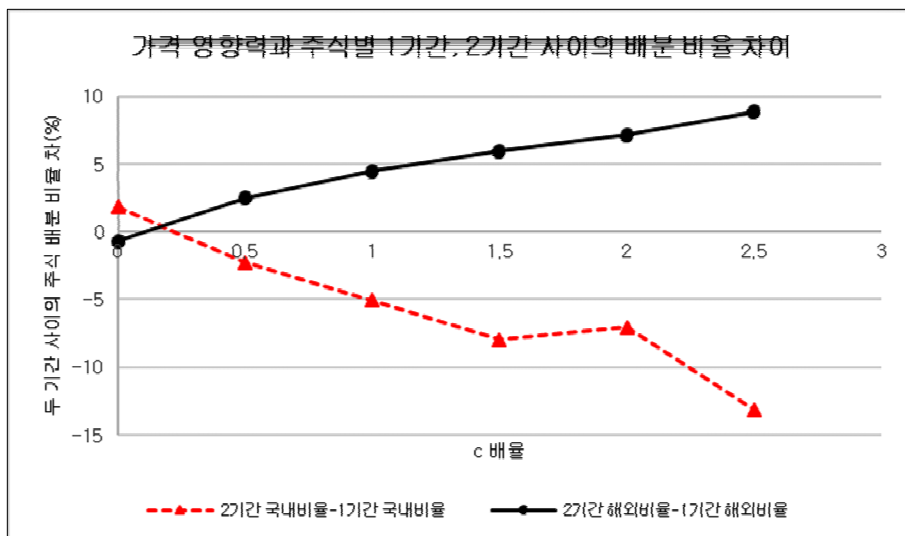
[그림 3.1.2] 가격 영향력과 기간별 국내와 해외 주식에 대한 최적 자산 배분 비율 차이

가로축은 c 에 곱한 배수이고, 세로축은 각 기간별 국내와 해외 주식에 대한 최적 자산 배분 비율의 차이이다.



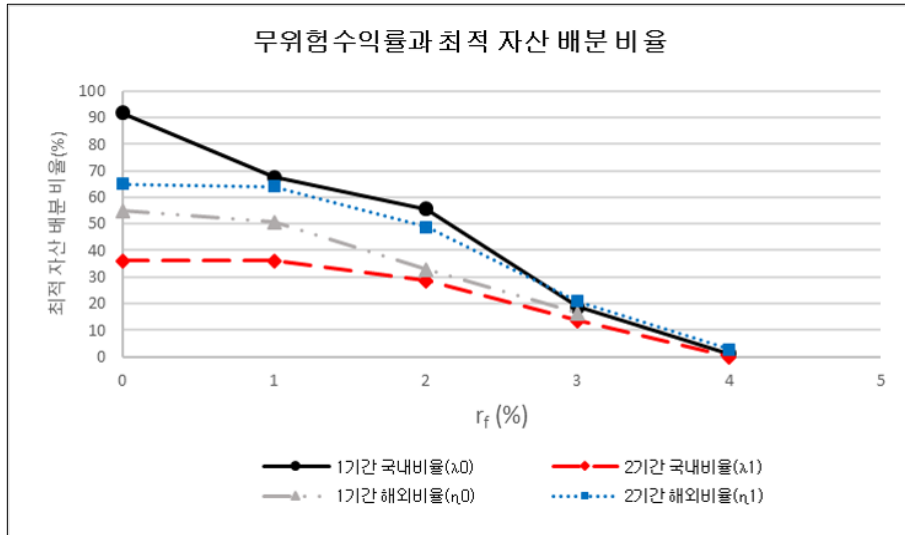
[그림 3.1.3] 가격 영향력과 주식별 1기간과 2기간 사이의 최적 자산 배분 비율 차이

가로축은 c 에 곱한 배수이고, 세로축은 각 주식별 1기간과 2기간 사이의 자산 배분 비율의 차이이다.



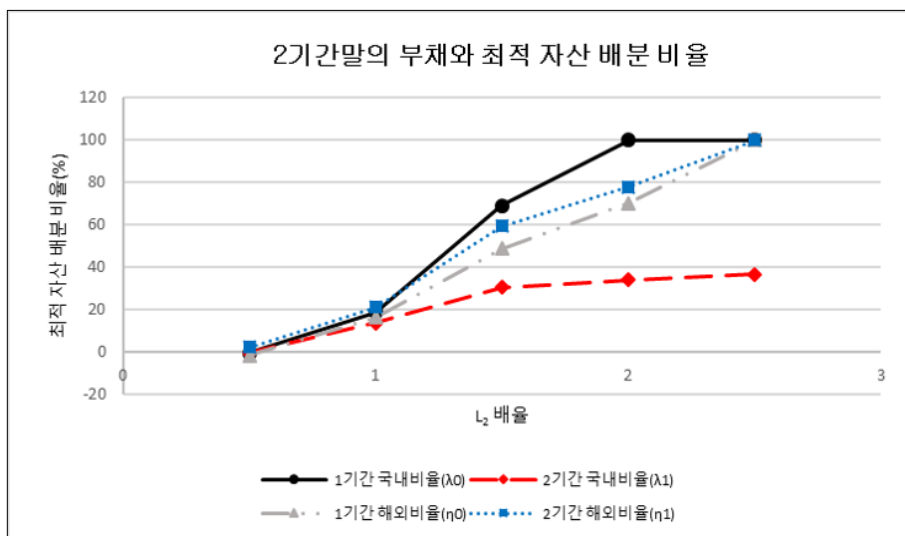
[그림 3.2] 무위험자산의 수익률과 최적 자산 배분 비율

무위험자산의 수익률 r_f 의 변화에 따른 최적 자산 배분 비율을 살펴보았다. 가로축에는 무위험자산의 수익률을 0%부터 4%까지 1%씩 증가시켰고, 세로축에는 각각의 경우에 국내 주식과 해외 주식에 대한 최적 자산 배분 비율을 나타냈다.



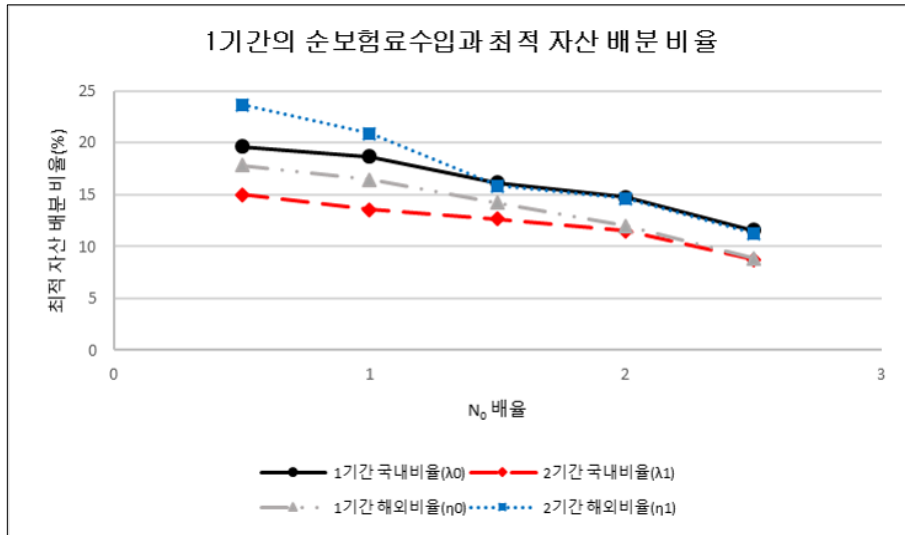
[그림 3.3] 부채와 최적 자산 배분 비율

2기간 말에서의 최종 부채 L_2 의 정도와 최적 자산 배분 비율의 관계를 나타냈다. 가로축은 실제 자료를 바탕으로 추정된 기존의 L_2 에 곱한 배수이고, 세로축은 국내와 해외 주식에 대한 최적 자산 배분 비율이다. 곱한 배수는 0.5부터 2.5까지 0.5씩 증가시켰다.



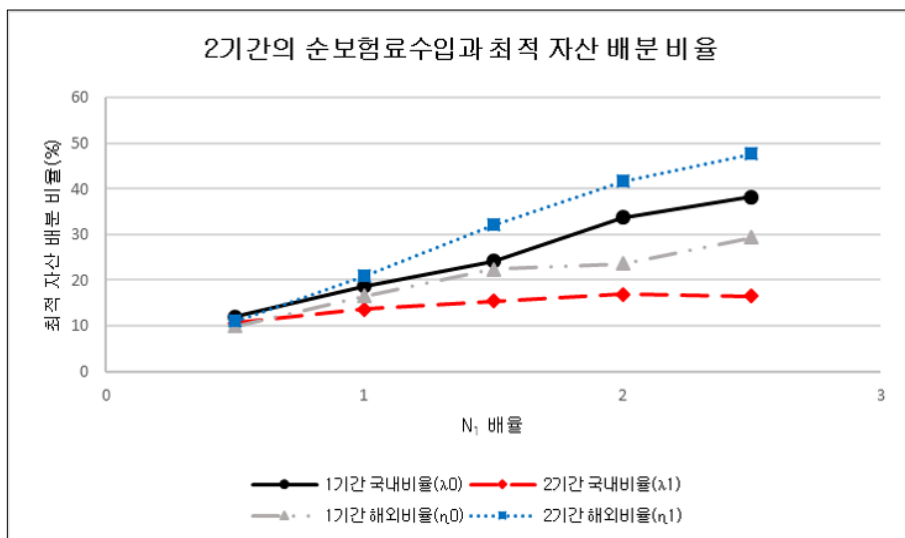
[그림 3.4] 1기간에서의 순보험료수입과 최적 자산 배분

1기간에서의 순보험료수입 N_0 이 최적 자산 배분 비율에 미치는 영향을 살펴봤다. 가로축은 실제 자료를 바탕으로 얻어진 N_0 에 곱하여진 배수를 나타냈고, 세로축은 국내와 해외 주식에 대한 최적 배분 비율을 나타냈다. 곱한 배수는 0.5부터 2.5까지 0.5씩 증가시켰다.



[그림 3.5] 2기간에서의 순보험료수입과 최적 자산 배분

1기간에서의 순보험료수입 N_1 이 최적 자산 배분 비율에 미치는 영향을 살펴보았다. 가로축은 실제 자료를 바탕으로 얻어진 N_1 에 곱하여진 배수를 나타냈고, 세로축은 국내와 해외 주식에 대한 최적 배분 비율을 나타냈다. 곱한 배수는 0.5부터 2.5까지 0.5씩 증가시켰다.



[표 1] 순보험료수입 N_0, N_1 추정

이 표에서는 순보험료수입 N_0, N_1 을 추정하였다. ‘제3차 국민연금 재정계산 장기 재정전망 결과’는 2015년부터 2060년까지 일부 연도를 제외하고는 5년 단위로 보험료수입, 연금급여, 투자수익의 추정치를 제공하고 있다. 이를 선형보간법(linear interpolation)을 이용해서 연도별 추정치로 전환하였다. 또한 아래 첫 번째 식을 이용하여 연투자수익률을 연속복리이율(continuously compounded interest rate)로 전환하였다. 그리고 아래 마지막 식을 이용하여 1기간(2016-2031)과 2기간(2032-2047 또는 2032-2060)에 발생하는 총순보험료수입의 2016년, 2032년의 현재가(present value)인 N_0 와 N_1 을 구하였다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt} = e^{rt}$$

$$N_0 \text{ or } N_1 = \sum_{year=1}^N (\text{보험료수입}_{year} - \text{연금급여}_{year}) \prod_{k=2}^{year} \exp\left\{-\left(\frac{\text{투자수익}_k}{\text{자산}_{k-1}} - 1\right)\right\}$$

(단위: 십억원, %)

연도	적립기금	수지차 (총수입-총지출) (NC)	투자수익	투자수익률 누적	NC의 현재가	NC 현재가의합
2015	514,130	51,126	32,191	-		
2016	580,738	55,936	36,758	1.00	19,744	175,359
2017	647,346	60,746	41,325	1.07	18,698	
2018	713,955	65,555	45,891	1.14	17,708	
2019	780,563	70,365	50,458	1.22	16,770	
2020	847,171	75,175	55,025	1.30	15,881	
2021	929,879	77,803	58,303	1.38	14,439	
2022	1,012,586	80,430	61,581	1.47	13,134	
2023	1,095,294	83,058	64,860	1.57	11,960	
2024	1,178,001	85,685	68,138	1.66	10,898	
2025	1,260,709	88,313	71,416	1.76	9,934	
2026	1,355,043	90,042	75,507	1.86	8,140	
2027	1,449,378	91,772	79,598	1.97	6,517	
2028	1,543,712	93,501	83,690	2.08	5,051	
2029	1,638,047	95,231	87,781	2.20	3,726	
2030	1,732,381	96,960	91,872	2.32	2,529	
2031	1,822,741	94,820	95,077	2.45	230	
2032	1,913,101	92,680	98,281	1.00	-4,742	-707,681
2033	2,003,460	90,539	101,486	1.05	-9,544	(2047년)
2034	2,093,820	88,399	104,690	1.11	-13,863	-1,047,833
2035	2,184,180	86,259	107,895	1.16	-17,743	(2060년)
2036	2,246,243	77,938	109,682	1.22	-25,116	
2037	2,308,306	69,617	111,470	1.28	-31,772	
2038	2,370,368	61,296	113,257	1.35	-37,757	
2039	2,432,431	52,975	115,045	1.41	-43,126	
2040	2,494,494	44,654	116,832	1.48	-47,930	
2041	2,516,826	33,189	118,162	1.55	-53,940	
2042	2,539,157	21,723	119,492	1.63	-59,325	
2043	2,561,489	10,258	120,822	1.70	-64,088	
2044	2,558,741	-2,748	121,003	1.79	-68,486	
2045	2,541,358	-17,383	120,531	1.87	-72,873	
2046	2,473,190	-34,768	117,724	1.96	-76,912	
2047	2,405,022	-52,153	114,918	2.06	-80,465	
2048	2,336,855	-69,538	112,111	2.16	-83,494	
2049	2,268,687	-86,923	109,305	2.26	-86,029	
2050	2,200,519	-104,308	106,498	2.37	-88,098	
2051	2,027,312	-128,324	99,189	2.49	-90,576	
2052	1,854,105	-152,341	91,880	2.61	-92,757	
2053	1,680,897	-176,357	84,571	2.74	-94,442	
2054	1,507,690	-200,374	77,262	2.88	-95,636	
2055	1,334,483	-224,390	69,953	3.03	-96,332	
2056	1,011,443	-258,401	55,962	3.20	-97,540	
2057	688,403	-292,412	41,972	3.36	-98,667	
2058	365,364	-326,423	27,981	3.56	-98,918	
2059	42,324	-360,434	13,991	3.82	-97,388	
2060	-280,716	-394,445	-	5.47	-71,638	

[표 2] 2047년과 2060년의 부채 L_2 추정치

아래의 식을 이용하여 2047년과 2060년에 해당하는 부채 L_2 를 추정하였다. 연도별 예상 가입자 수는 통계청 연령별 전국 추계인구, ‘제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과’의 경제활동 인구 비율과 2050년과 2060년 경제활동인구 대비 국민연금 예상 가입률을 이용하였다. 기대수명은 현재 연령과 기대여명의 합으로 나타냈다. 기대여명은 통계청 2014년 현재 생명표, ‘제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과’의 2050년과 2060년 기대수명 상승폭을 사용하였다. 연금지급 개시연령은 62.5세로 하였다. 연금지급액은 ‘제3차 국민연금 재정계산 장기재정전망 결과’의 연금지급액과 전제수급자수의 2045년과 2060년 추정치를 이용하여 계산하였고, 무위험자산의 수익률은 2016년 4월 18일자, 3개월 만기 국채 민평평균으로 추정하였다. 0시점에서의 자산 A_0 는 재정수지전망으로부터 구한 2015년 자산인 5,123조원을 사용하였다.

$$L_2 = \sum_{\text{연령밴드}} \frac{\text{연령별 예상 가입자 수}}{(1 + \text{월할인율})^{\text{연금지급개시연령} - \text{현재연령(월)}}} \times \sum_{k=0}^{\text{기대수명} - \text{연금지급개시연령(월)}} \frac{\text{월연금지급액}}{(1 + \text{할인율})^k}$$

연령	18-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60+	L_2
평균연령	18.5	22.0	27.0	32.0	37.0	42.0	47.0	52.0	57.0	68.9	
연금지급개시까지 남은 월수	528	486	426	366	306	246	186	126	66	-77	
2047											
가입자수	170,765	1,208,284	1,763,047	1,784,459	1,850,697	1,849,160	2,410,069	2,726,457	2,520,527	10,633,820	
기대여명 평균	70.9	67.4	62.5	57.7	52.9	48.1	43.4	38.8	34.3	17.9	
지급횟수(월단위)	322	323	324	326	328	331	335	340	346	291	
부채(백만원)	8	103	367	910	2,311	5,656	18,060	50,060	113,402	1,236,245	1,427,121
2060											
가입자수	161,555	1,007,737	1,509,434	1,672,195	1,771,229	1,808,482	1,841,413	1,776,546	1,888,550	11,055,315	
기대여명 평균	71.5	68.6	63.7	58.8	54.0	49.2	44.5	39.9	35.5	19.0	
지급횟수(월단위)	330	337	338	340	342	344	348	353	359	305	
부채(백만원)	8	94	345	937	2,432	6,082	15,170	35,856	93,391	2,288,530	2,442,843

[표 3] 가격 영향력 함수 $f(\cdot)$ 관련 모수 추정치

c 를 추정하기 위해서 1998년 4월 28일부터 2016년 4월 15일까지의 KOSPI의 일별 자료를 이용하여 매일의 Amihud 비유동성 측도를 계산하고 상위 1% 이상과 하위 1% 이하의 값들은 제거한 후에 그 일평균(trimmed mean)을 구하였다. 이 값을 KOSPI 시장에서의 일일 가격 영향력의 민감도로 가정하였다. 전체 국내 주식시장에서의 일일 가격 영향력의 민감도는 여기에 KOSPI 일별 거래량(volume×adjusted closing price)의 평균을 곱한 다음 2015년 12말 현재 시가총액(1,445조원)으로 나누어 구하였다. 그리고 이 값을 연단위로 바꾸기 위해서 1년 동안의 월 수(12)와 한 달 안의 평균 거래일 수(22)를 곱하였다. k 는 Amihud 비유동성 측도의 일별 평균대신 최댓값을 이용하여 c 와 같은 방식으로 구하고, 여기에 국민연금기금의 국내 주식 보유량의 변화를 곱하여 그 실제 가격 영향력의 한계를 구하였다. 국민연금기금의 국내 주식 보유량 변화는 N_0 에 국민연금기금운용으로부터 얻은 1988년부터 2015년까지의 자산대비 국내 자산 비율의 평균인 13.9%를 곱한 것으로 대체하였다.

	c	k
추정치	1.13783×10^{-14}	0.42431

[표 4] 이변량 정규분포 모수 추정

표본 기간은 KOSPI, S&P 500, 3개월 만기 국채 민평평균 모두 12개월 동안의 자료가 사용 가능한 2001년 1월부터 2015년 12월까지로 하였다. 또한 S&P 500의 경우는 달러 단위로 표시되기 때문에 월별 증가 환율을 적용하여 원단위로 환산하여 사용하였다. 국내 주식과 해외 주식의 평균과 분산은 추정 구간에 따라서 상이하기 때문에 적합한 모수를 선택하기 위해서 먼저 표본 구간이 2015년 12월 끝나는 것으로 고정시킨 상태에서 2001년부터 한 해씩 증가하면서 각 구간마다 평균과 분산을 살펴보았다. 신뢰할 수 있는 모수를 추정하기 위해서 최소 5년치 월별 자료가 필요하다고 판단하고 2011년까지 이 방식을 적용하였다. 각 구간마다의 국내 주식과 해외 주식의 성과는 Sharpe Ratio를 이용하여 비교하였다.

표본구간 시작연도	KOSPI			S&P 500			상관계수	Sharpe Ratio차이	무위험자산 수익률	해외주식대비 국내주식성과
	기하평균	표준편차	Sharpe Ratio	기하평균	표준편차	Sharpe Ratio				
2001	0.091	0.219	0.257	0.026	0.187	-0.046	0.545	0.303	0.035	가장 월등
2002	0.074	0.201	0.204	0.034	0.182	0.006	0.511	0.199	0.034	
2003	0.088	0.193	0.288	0.062	0.175	0.167	0.477	0.121	0.033	
2004	0.074	0.188	0.223	0.048	0.176	0.091	0.467	0.132	0.032	
2005	0.071	0.191	0.210	0.057	0.182	0.140	0.481	0.070	0.032	
2006	0.035	0.184	0.023	0.061	0.188	0.158	0.494	-0.135	0.031	
2007	0.035	0.190	0.027	0.065	0.196	0.181	0.486	-0.154	0.030	
2008	0.004	0.188	-0.123	0.070	0.205	0.209	0.520	-0.333	0.028	
2009	0.080	0.158	0.351	0.083	0.203	0.289	0.490	0.061	0.025	가장 비슷
2010	0.026	0.133	0.004	0.101	0.170	0.444	0.558	-0.440	0.025	
2011	-0.009	0.128	-0.269	0.097	0.158	0.454	0.467	-0.723	0.026	가장 열등

[표 5] 수리적 해법 및 결과 분석

여러 가지 시나리오를 가정하고 앞에서 구한 모수들의 추정치, Adaptive Monte Carlo 방법, Particle Swarm Optimization 방법을 사용하여 세금이 양(+)인 경우에 그로 인해 발생하는 효용 손실을 최소화하는 전략을 구하면 결과는 아래와 같다.

[표 5.1] 가격 영향력이 있을 경우와 없을 경우 비교

2047년을 2기간의 마지막 연도라고 가정했을 때 가격 영향력이 없을 때와 있을 때의 다양한 국내 주식과 해외 주식에 대한 시나리오 하에서의 최적 자산 배분을 구하였다.

(단위: %)

$(\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho_{xy}, r_f, w)$	$(\lambda_0, \lambda_1, \eta_0, \eta_1)$	
	가격 영향력이 없을 경우	가격 영향력이 있을 경우
(7, 7, 20, 20, 50, 3, 20)	(17.0, 18.5, 19.4, 20)	(18.7, 13.6, 16.4, 20.9)
(6, 7, 20, 20, 50, 3, 20)	(7.8, 6.9, 21.4, 27.2)	(6.4, 4.7, 23.7, 27.9)
(7, 6, 20, 20, 50, 3, 20)	(23.7, 26.8, 6.6, 8.4)	(27.7, 20.1, 5.3, 11.2)
(7, 7, 20, 19, 50, 3, 20)	(15.2, 17.9, 21.8, 22.7)	(19.8, 13.1, 18.4, 26.2)
(7, 7, 19, 20, 50, 3, 20)	(21.6, 21.4, 17.9, 19.5)	(21.4, 14.8, 15.5, 21.8)

[표 5.2] 실제 주식 자료를 이용하여 추정

여기서는 실제 국내 주식(KOSPI), 해외 주식(S&P 500), 3개월 만기 국채 민평평균의 월별 자료로부터 주식의 수익률과 분산, 상관계수, 무위험자산 수익률의 모수를 추정하여 다음의 세 경우에 대해서 최적 자산 배분을 살펴보았다. 아래는 [표 4]에서 구한 Sharpe Ratio를 기준으로 국내 주식의 성과가 해외 주식보다 가장 월등했던 기간(2001-2015), 가장 비슷했던 기간(2005-2015), 가장 열등했던 기간(2011-2015)의 세 경우에 대한 최적 자산 배분 결과이다.

(단위: %)

표본 구간	$(\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho_{xy}, r_f)$	$(\lambda_0, \lambda_1, \eta_0, \eta_1)$
2001-2015	(9.08, 2.60, 21.91, 18.72, 54.54, 3.46)	(5.5, 5.6, -4.1, -3.9)
2005-2015	(7.97, 8.30, 15.79, 20.26, 48.99, 2.43)	(13.5, 12.0, 5.9, 7.5)
2010-2015	(-0.89, 9.72, 12.76, 15.83, 46.66, 2.54)	(-53.7, -41.8, 62.1, 61.5)

The Price Impact of NPS in Korean Stock Market and Optimal Asset Allocation to Domestic and Foreign Stocks*

Minjeong Kang[†] Byung-June Kim[‡] Bong-Gyu Jang[§]

Abstract

We extend Lucas and Zeldes (2009) to a two-period model with two risky assets. We assume that investments in domestic stocks by National Pension System (NPS) have price impact while those in foreign stocks do not. We also assume NPS has a positive price impact in period one while having a negative impact in period two. By doing so we attempt to reflect two key issues facing NPS. That is, NPS is heavily invested in domestic stocks while the assets managed by it is huge (as large as 35% of Korean stock market capitalization), and it is expected to experience budget deficits leading to insolvency in the next couple of decades. Under various scenarios we provide optimal asset allocation decisions to minimize the expected utility losses caused by distortionary taxes. Our results suggest that NPS take into account price impact it can have on the Korean stock market when forming their portfolios and increase their portfolio weights in foreign stocks.

Key words: NPS, price impact, optimal asset allocation, distortionary taxes

* This work was supported by the National Research Foundation of Korea Grant funded by the Korean government (NRF-2014S1A3A2036037)

[†] Research Institute of Finance & Risk Management, POSTECH, 77 Cheongam-ro, Pohang, South Korea, Email: azure@postech.ac.kr, Tel: (054)-279-8233

[‡] Dept. of industrial and Management Engineering, POSTECH, 77 Cheongam-ro, Pohang, South Korea, Email: kbj219@postech.ac.kr, Tel: (054)-279-2864

[§] Dept. of industrial and Management Engineering, POSTECH, 77 Cheongam-ro, Pohang, South Korea, Email: bonggyujang@postech.ac.kr, Tel: (054)-279-3372