

국내 주식시장의 새로운 대안 인덱스 도입 연구 - 스마트 베타를 중심으로¹⁾²⁾

Introduction of a New Alternative Smart Beta Index Strategy in Korean Stock Market

윤 보 현³⁾, 손 경우⁴⁾, 유 원 석⁵⁾

요약

본 연구는 국내주식시장에서 패시브 자산운용전략을 통해 시장위험대비 초과수익률 달성이 가능한지 분석한다. 이를 위해 주식시장의 이례현상(anomaly)을 일으키는 요인을 기준으로 종목을 선정하고, 특정 목적치가 최적화되도록 각 종목의 비중을 결정하여 최적 포트폴리오를 구축하였다. 구축된 최적포트폴리오의 성과를 전통적인 시장 인덱스에 대한 대안 인덱스 개념으로 그 성과를 측정하고 분석한 결과, 기존 위험요인으로 설명되지 않는 알파를 창출할 수 있는 대안 인덱스의 구축 가능성과, 이를 활용하여 전통적인 시장인덱스 효율성의 제고가능성을 확인할 수 있었다. 이러한 본 연구 결과는 패시브 방식 자산운용이 점차 확대되고 있는 상황에서 액티브 운용의 장점을 절충함으로써 패시브 운용의 효율성 제고와 관련된 시사점을 제공한다. 본 연구에서 제시된 대안 인덱스는 패시브 포트폴리오의 새로운 효율적 벤치마크를 개발하는데 유용하게 활용될 수 있다.

핵심어 : 스마트 베타, 대안 인덱스, 패시브 자산운용, 최적자산배분, 초과수익률

1) 이 논문은 서울대학교 경영대학 증권.금융연구소 투자연구교육센터의 지원을 받아 연구되었음

2) 이 논문은 2015년도 강원대학교 대학회계 학술연구조성비로 연구하였음

3) 제1저자, 강원대학교 경제무역학부

4) 국민연금연구원

5) 교신저자, 강남대학교 경제학과

1. 서론

평균-분산이론은 투자자들의 위험자산에 대한 수요를 이해하기 위한 체계적인 연구의 출발점이라고 볼 수 있다. 이후 관련된 많은 연구들은 투자자들이 선택하는 최적포트폴리오는 무엇인지, 최적포트폴리오와 개별 위험자산의 관계는 어떤지를 규명하기 위해 많은 고민을 시작하게 된다. 시장위험을 통해서 위험자산의 수익률을 설명할 수 있다는 Sharpe - Lintner - Mossin의 CAPM(Capital Asset Pricing Model)은 가장 대표적인 자산가격결정모형으로서 합리적인 투자자들은 동일한 시장포트폴리오에 투자하게 된다는 추론에 기반을 두고 있다. 전통적인 패시브(passive) 자산운용은 CAPM의 시장 포트폴리오 대응(proxy)인 주식시장인덱스 추종(tracking)을 목표로 한다. 한국 시장을 예로 들면, 종합주가지수인 KOSPI가 대표적인 시장포트폴리오 대응 주식시장인덱스에 해당할 것이다. CAPM의 이론적 함의대로 전통적인 패시브 자산운용은 시장포트폴리오 대응지수가 가장 효율적일 때 유효성이 인정되는 자산운용방법이다. 그런데 이미 오래 전부터 주식시장인덱스의 비효율성을 주장하는 연구결과들이 제시되어 왔다. 예를 들어, Haugen and Baker(1991), Grinold(1992) 등이 시가총액 비중의 주식시장인덱스 수익률이 비효율적인 위험-수익의 상쇄관계를 보여준다는 실증적인 연구 결과를 발표한 것은 이제 30년이 다 되어간다. 주식시장인덱스의 비효율성에 관한 연구는 최근까지도 지속되고 있는데, 국내연구를 예로 들어 최영민, 윤보현(2014)은 한국주식시장 대표지수인 KOSPI200 지수의 비효율성을 보여주었다.

시장인덱스가 비효율적으로 나타나는 것은 이들 인덱스가 시가비중방식으로 계산되기 때문에 발생하는 필연적인 결과일 가능성이 크다. 시가비중 포트폴리오의 성과는 구성종목들 가운데 시가총액이 차지하는 비중이 큰 자산의 성과에 큰 영향을 받게 된다. 따라서 특정 구성종목의 가격변동이 시가비중 포트폴리오의 수익률에 큰 영향을 미치게 되어 포트폴리오를 구성하는 주요 목적인 분산효과(diversification effect)를 감소시켜 포트폴리오의 변동성은 증가하게 된다. 이에 대한 대안으로서 개별 종목의 편입비중을 일정수준 이하로 제한하여 대형주가 포트폴리오에 미치는 영향력을 줄이는 방법들이 제시되고 있다. 가장 단순하면서 직관적으로 편입비중을 제한하는 방법이 모든 종목들의 편입비중이 같아지도록 하는 방법(equally weighted)이다. 한걸음 더 나아가 포트폴리오 변동성을 최소화하는(minimum variance)방법, 포트폴리오의 분산효과(diversification effect)가 최대화하는(max diversification)방법, 포트폴리오의 샤프비율을 최대화하는(max sharpe ratio)방법 등은 투자대상 종목의 편입비중을 최적화하는 대안으로 제시된 대표적인 방법들으로써 포트폴리오의 효율성을 높일 수 있는 전략으로 활용할 수 있다. Chow et al. (2011)은 이와 같은 개별 자산비중을 제한하는 포트폴리오가 시가총액 비중의 포트폴리오보다 장기적으로 보다 우수할 수 있음을 보여주기도 하였다. 하지만, 윤보현, 최영민(2014)의 연구결과에서도 관찰되었듯이 이러한 최적비중 결정방식 포트폴리오들의 성과는 시장, 기업규모, 가치 요인의 영향을 제거하고 나면 통계적으로 유의한 양의 alpha를 보이지는 못한다. 즉, 이들 최적비중 포트폴리오는 위험요인에 대한 노출을 증가시킴으로써 시장 포트폴리오보다 높은 수익률을 달성하도록 하는 투자전략이다. 이러한 결과는 주식시장에서 일물일가의 법칙(law of one price)이 성립되는 한 당연한 결과이다. 일물일가의 법칙이 포트폴리오 구성에 주는 함의는 단순히 투자대상 자산의 구성비중을 변경한다고 해서 위험대비 초과수익률을 거둘 수는 없다는 것이다. 즉, 새로운 정보에 입각한 비중조절이 아닌 동일한 투자종목을 대상으로 각 종목의 비중만을 조절하는 경우 시가비중 포트폴리오의 단점을 개

선하고 기업규모, 장부가/시가 비율로 설명되는 위험요인에 대한 노출을 변화시키게 되는 것이다.

한편, 주식시장에서 잘 알려진 시장이상현상(market anomaly)들의 존재는 이러한 현상을 일으키는 요인들을 활용함으로써 유의한 알파를 통해 포트폴리오 운용성과를 제고할 가능성을 함의한다. 그 동안 국내외 많은 연구자들은 주식수익률의 횡단면 분석을 통해 소위 시장이례 현상(market anomalies)라는 기존의 자산가격결정모형으로 설명되지 않는 초과수익률의 지속현상을 발견해 왔다. Fama and French(1992)는 주식 수익률과 기업규모와 장부가/시가 비율이 일정한 상관관계를 가지고 있음을 보였다. Jegadeesh and Titman(1993)은 미국시장을 대상으로 모멘텀 투자가 초과수익을 줄 수 있음을 밝혔다. Sloan(1996)은 발생액(accruals)과 관련, 이익 가운데 비현금적인 부분이 클수록 초과수익이 낮아지는 현상을 발견하였다. Ang, Hodrick, Xing and Zhang(2006)은 비체계적인 위험(idiosyncratic volatility)이 높은 주식의 성과가 비체계적인 위험이 낮은 주식의 성과에 미치지 못함을 보였다. Fama and French(2006)는 기업의 이익성(profitability)이 주식수익률에 영향을 미친다는 결과를 제시하였다. Cooper, Gulen, and Schill(2008), Pontiff and Woodgate(2008)은 각각 기업의 자산성장률과 신주발행이 해당 기업의 주식수익률에 영향을 미친다는 결과를 보여주었다. 이와 같은 주식시장의 이상현상(anomalies)들의 존재는 금융시장의 효율성과 자산가격결정모형의 타당성이라는 복합귀무가설을 기각시킨다. 이론적으로 효율적 벤치마크는 위험-보상 관계로 자산가격의 움직임을 설명하는 핵심이다. Roll(1978), Dybvig and Ross(1985) 등은 효율적인 벤치마크 인덱스를 찾지 못한 상태에서 위험자산의 가격이나 포트폴리오의 성과를 논하는 것에 대해 비판하고 있다. 이처럼 효율적인 벤치마크를 발견하기 위한 노력은 학문적으로 매우 중요한 작업이다. 한편, 실무적인 측면에서 효율적인 벤치마크 인덱스는 패시브 운용 전략의 장점을 살리고 단점을 보완함으로써 패시브 펀드시장을 활성화 시킬 수 있는 기회를 제공할 수 있다. 패시브 운용의 장점은 벤치마크 인덱스를 기계적으로 추적하면 되므로 액티브 자산운용 대비 상대적으로 운용비용이 낮다는 점이다. 때문에 벤치마크 인덱스의 효율성만 확보된다면 투자자의 효용을 극대화할 수 있게 된다.

이에 본 연구는 이들 이상현상에 대한 연구결과들을 바탕으로 보다 효율적인 벤치마크 인덱스를 제시하고 그 성과를 분석함으로써 효율적인 벤치마크에 대한 학술적 시사점 및 실무적 활용성을 제공하고자 한다. 이를 위해, 국내 유가증권시장 전 종목을 대상으로 시장주가지수보다 높은 효율성을 제공할 수 있는 대안 인덱스를 찾는 방법을 제시하고, 이러한 방법에 따른 대표적인 대안 인덱스들의 성과를 측정하여 비교하였다. 그리고 Fama-French 3요인 분석을 통해, 각 대안 인덱스의 성과를 분석하였다. 본 연구의 분석결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 전체 유가증권시장 종목에 대해서, 편입비중을 결정하는 방법에 따라 포트폴리오 성과가 다르게 나타나는 것을 확인하였다. 그런데, 이러한 성과차이는 Fama-French의 3요인으로 모두 설명되었다. 둘째, 각 시장이상현상(market anomaly) 별로, 각 이상현상 요인과 관련된 종목들로 요인 포트폴리오를 구성해 성과를 살펴보았다. 그 결과, 대부분 요인 포트폴리오의 성과가 유가증권시장 전체종목을 대상으로 하는 포트폴리오 보다 전반적으로 우수하게 나타났다. 그리고 일부 요인 포트폴리오는 Fama-French의 3요인으로 설명되지 않는 초과수익이 발생하는 것으로 나타났다. 셋째, 공매도(short sale) 제약이 있을 때, 최소 분산, 최대 분산화 등 최적화를 통한 적극적인 비중조정 방식은 상당히 높은 효율성을 보여주었다. 특히, 이들

포트폴리오가 전체 유가증권 종목 가운데 30~50개 정도의 소수 종목으로 높은 효율성을 달성했다는 점은 현실적 활용성이 있음을 의미한다.

본 연구에서 분석하는 대안 인덱스의 경제학적 함의를 깊이 있게 분석하기 위해서는 보다 엄밀한 이론적 분석이 필요하다. 이러한 이론적 연구에 앞서, 본 연구는 실용적인 측면에서 실증분석을 통해 패시브 자산운용의 효율성을 제고하기 위한 대안 인덱스의 가능성을 보여주고, 해당 대안 인덱스가 노출되어 있는 위험특성 및 주식수익률의 횡단면적, 시계열적 특성을 제시하고자 하였다. 때문에 본 연구결과는 최근 각광받고 있는 상장지수펀드(ETF) 등 새로운 금융상품을 개발하고 운용하는 실무자들에게 유용할 것으로 기대된다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 이어지는 2장에서는 이상현상과 대안포트폴리오 구성비중결정에 관한 기존 연구들을 살펴본다. 그 다음 3장에서는 본 연구에서 고려하는 이상현상 요인과 최적비중결정방법을 이용한 대안인덱스 구성방법에 대해 설명한다. 4장에서는 본 연구의 대안 인덱스 성과분석을 위해 사용한 자료를 설명하고, 대안 인덱스 성과분석 결과 및 결과에 대한 시사점을 논의한다. 5장은 연구결과를 요약하고 정리한다.

2. 기존연구

포트폴리오의 성과는 편입종목과 편입된 종목의 비중의 영향을 받는다. 먼저 편입종목의 선택과 관련해서 기존 주식시장에서 관측된 이상현상(anomalies)에 관한 연구들을 참고할 수 있다. Banz(1981)는 기업규모에 따른 주식수익률의 차이가 기존의 시장베타로 설명되지 않는다는 것을 발견했다. 이는 대규모 기업과 소규모 기업 주식으로 차익거래 포트폴리오 구축이 가능함을 의미함과 동시에 시장인덱스 이상의 초과수익 달성이 가능함을 뜻한다. Rosenberg, Reid, and Lanstein(1985)는 장부가/시가 비율이 높은 기업과 낮은 기업의 수익률 차이가 시장베타로 설명되지 않음을 발견했는데 이는 장부가/시가 비율을 기준으로 차익거래 포트폴리오 구축이 가능하고, 초과수익을 달성할 수 있음을 의미한다. 이들 결과를 바탕으로, Fama and French(1992)는 아예 전통적인 CAPM 모형에 기업규모요인과 장부가/시가 비율을 설명변수로 추가한 Fama-French 3요인 모형을 제시하여 주가수익률의 횡단면적 설명력이 제고됨을 주장했다. 그런데 Jegadeesh and Titman(1993)이 모멘텀 기준으로 구성된 십분위 포트폴리오 수익률이 Fama-French 3요인 모형으로 설명되지 않음을 보이면서 다양한 초과수익을 일으키는 또 다른 요인들을 탐색하는 연구들이 나타난다. Sloan(1996)은 발생액이 상대적으로 높은 기업들은 그렇지 않은 기업보다 미래의 이익발표 시점에서 과도하게 낮은 주가수익률이 나타나는 것을 발견하였다. 그는 이익을 구성하는 발생액과 현금흐름 중 발생액의 지속성이 현금흐름의 지속성보다 떨어지나 투자자들이 이를 충분히 인지하지 못하여 발생액 이상현상이 나타난다고 설명하였다. 또한 Pontiff and Woodgate(2008)은 1970년 이후 순주식발행이 주식의 기대수익률과 음의 상관성을 보여주면서, 순주식발행이 기업규모나 장부가/시가 비율 혹은 모멘텀에 비해 주식의 횡단면적 기대수익률 차이를 더 잘 설명한다고 주장했다. Cooper, Gulen, and Schill(2007)은 인수나 유상증자, 부채발행 등의 방법을 통해 자산의 증가가 이루어진 기업들의 수익률은 상대적으로 낮은 반면, 기업분할, 자사주매입, 부채상환 등을 통해 자산의 축소가 이루어진 기업들의 수익률은 상대적으로 높다는 사실을 제시하였다. Haugen and Baker(1996)은 다양한 이익의 측도를 이용하여 이익과 미래의 기대수익률 간에는 양의

상관성이 나타난다는 사실을 보여주었다.

다음으로 편입종목의 비중결정에 관한 연구들을 보면, Fernholz (1999)는 분산화라는 관점에서 접근한 비중결정방식의 투자전략이 시가총액 비중방식의 투자전략보다 높음을 증명하였고, 두 투자전략의 수익률의 차이가 개별 주식의 가중평균한 분산과 포트폴리오의 분산의 차이의 함수임을 보여주었다. Choueifaty and Coignard (2008)은 최적화를 이용하는 비중결정 방식을 제안하였는데 이의 개념은 어떠한 면에서는 Fernholz (1999)에서 내린 결론과 유사하다. 그들은 각 개별종목의 변동성의 평균을 포트폴리오의 변동성을 나누어 분산화 비율 (diversification ratio)를 수식적으로 정의하였는데, 이러한 분산화 비율을 최대화한다는 것은 주식의 기대초과수익이 각자의 변동성에 비례한다는 가정하의 포트폴리오 샤프 비율 최적화와 동일해지는 결론을 얻을 수 있다. 이와 유사한 비중결정 방법으로 Martellini (2008)는 주식의 기대초과수익이 하방 semi-변동성과 비례한다는 가정이 성립한다면 샤프 비율 최적화가 최적의 비중결정 방식이라는 점을 주장하였다.

3. 대안 인덱스(Alternative Index) 구성 방법

앞서 살펴본 기존연구를 바탕으로 생각해봤을 때 대안 인덱스를 구축하는 방법은 크게 두 가지로 구분할 수 있다. 첫째는 요인적 접근방법(factor approach)이다. 이는 기존 시장이상현상(market anomalies) 연구에서 발견된 기업 특성요인에 노출시킴으로써 시장위험대비 초과 성과를 창출하여 효율성 제고를 추구하는 방법이다. 둘째는 위험감소 접근방법(risk reduction approach)이다. 이는 포트폴리오 구성자산의 투자비중을 최적함으로써 위험의 크기를 줄여 효율성을 제고하는 방법이다. 본 연구에서는 이 두 방법을 모두 동시에 적용한 대안 인덱스를 찾아보기로 한다. 즉, 초과수익률을 창출하기 위해 시장이상요인에 노출된 종목들을 선택한 후, 분산효과를 극대화할 수 있도록 투자비중을 최적화한다. 본 연구에서 고려할 수 있는 대표적인 시장이상현상과 비중최적화 방법은 다음과 같다.

3.1 시장이상현상(Market Anomalies)

선행연구들에서 제시되었던 시장이상현상 가운데 대표적인 것들은 다음과 같다.

1) 가치주 효과 (Book to Market Ratio)

Fama and French (1992)에 의해 보고된 효과로 장부상 주가를 시가로 나눈 비율을 기준으로 포트폴리오를 분류한 후 헤지 포트폴리오를 구성했을 때 초과수익률이 나타난다는 것이다.

2) 모멘텀 효과 (momentum effect)

Jegadeesh and Titman(1993)에 의해서 잘 알려지게 된 전략으로 과거 수익률 상위 포트폴리오를 매수, 과거 수익률 하위 포트폴리오를 매도함으로써 헤지 포트폴리오를 구성했을 때 유의한 양의 수익률이 관찰된다는 것이다.

3) 신주발행효과(new issues)

Pontiff and Woodgate(2008)에 의해 보고된 효과로 과거 일정 기간 동안 총발행주식수의 변화를 기준으로 포트폴리오 분류한 후 헤지 포트폴리오를 구성했을 때 초과수익률이 나타난다는 것이다.

4) 발생액 이상 효과(accounting accruals)

Sloan(1996)에 의해 보고된 효과로 미국시장에서 기업규모 대비 발생액의 크기가 낮았던 기업들의 주식이 상대적으로 높았던 기업들의 주식보다 유의하게 높은 미래 수익률을 얻는 현상이다. 평균 총자산(total average asset) 한 단위당 유동부채와 감가상각비를 제외한 비현금성 유동자산의 변화의 크기를 기준으로 분류한 포트폴리오들로 헤지 포트폴리오를 구성한다. 한국에 대한 연구로는 고봉찬, 김진우(2007)이 발생액 이상현상이 한국에 유의하게 존재하나 위험요인으로 보기는 어렵다고 주장하였다.

5) 총자산증가율효과(total asset growth)

Cooper, Gulen, and Schill (2008)에 의해 보고된 효과로 총자산의 전년대비(year-on-year) 비 퍼센티지 변화율을 기준으로 분류한 포트폴리오들로 헤지 포트폴리오를 구성했을 때 초과수익률이 나타난다는 것이다. 즉, 자산이 증가한 기업들의 수익률은 상대적으로 낮고, 자산이 줄어든 기업들의 수익률은 상대적으로 높다는 결과를 제시하였다.

6) 순영업자산(net operating asset)

Hirshleifer et al. (2004)는 순영업자산을 기준으로 헤지포트폴리오를 구성할 경우 유의한 초과수익률을 얻을 수 있음을 밝혔다. 순영업자산이란 기업 대차대조표의 영업자산(operating assets)과 영업부채(operating liabilities)의 차이이다. 한편 특정해의 순영업자산은 그 이전의 발생액(accruals)과 투자액의 누적금액과 같아야 한다는 측면에서 순영업자산 이상현상은 발생액 이상현상과 관련된다.

7) 비유동성 효과(illiquidity)

Amihud and Mendelson (1986), Amihud(2002)에 의해 보고된 효과로 거래금액 1원당 가격변화율을 기준으로 분류한 포트폴리오를 이용하여 헤지 포트폴리오를 구성했을 때 초과수익률이 나타난다는 것이다. 이 비율이 높을수록 유동성이 낮음을 의미한다.

8) 수익성효과(profitability premium)

Fama and French(2006)는 아래의 전통적인 가치평가식을 이용해 이상현상을 일으키는 재무적 요인들이 기업가치를 결정하는 예상현금흐름과 관련된다는 점을 지적하였다.

$$\begin{aligned}
M_t &= \sum_{\tau=1}^{\infty} E(D_{t+\tau}) / (1+r)^\tau \\
&= \sum_{\tau=1}^{\infty} E(Y_{t+\tau} - dB_{t+\tau}) / (1+r)^\tau
\end{aligned}$$

이 식에서 M_t 는 시장가치, D_t 는 배당금, r 은 주식의 기대수익률, Y_t 는 기업의 이익, B_t 는 장부가치를 의미한다. 이 식에 의하면 기업의 가치는 결국 기업이익과 장부가치 변화의 차이에 의해서 결정되는데, 장부가/시가 비율과 투자의 크기가 일정한 경우 수익성이 높은 기업의 기대수익률이 높다는 실증분석결과를 제시했다.

9) 이익수익률(earning yield)

Haugen and Baker(1996)이 보여준 결과로 이익과 미래기대수익률 간에는 양의 상관관계가 존재한다고 보고하고 있다. EY는 earning/price를 의미하는데 이는 price/earning, 즉 PER의 역수에 해당하는 것으로 가격 한 단위당 이익의 크기를 측정하는 지표이다. 때문에 주식과 채권의 수익률을 비교할 때 주로 사용된다.

10) 저변동성 효과(low volatility anomaly)

변동성이 낮은 주식(예컨대 blue chip 주식)들로 구성된 포트폴리오가 변동성이 큰 주식들로 구성된 포트폴리오보다 높은 수익률을 보이고 있는 현상으로 CAPM이 주는 위험과 기대수익의 관계에 대한 함의와 상충된다.

11) 비체계적 위험 효과(Idiosyncratic Volatility)

And, Hodrick, Xing, and Zhang(2006)에 의해 보고된 효과로 Fama-French(1993)에서 제시된 3요인 회귀분석결과 관찰되는 잔차의 표준편차에 따라 분류한 포트폴리오를 이용하여 해지 포트폴리오를 구성했을 때 초과수익률이 나타난다는 것으로 비체계적 위험이 높은 회사들이 시장대비 낮은 수익률을 보인다는 것을 의미한다.

3.2. 비중최적화 방법

최적포트폴리오를 구성하기 위해 선행연구들에서 제시되었던 인덱스 구성방법들 가운데 대표적인 것들과 주요한 특성은 다음과 같다.

1) 동일비중 방법

동일비중 투자전략의 경우 포트폴리오를 이루는 종목들의 비중을 모두 동일해지도록 각 종목 투자비중은 $1/N$ 이 된다. 이 전략은 포트폴리오의 성과가 포트폴리오를 구성하는 종목들의

개수에 상당히 민감하다는 특징을 지니고 있다. 즉, 종목 수가 100개인 경우에는 종목당 차지하는 비중이 1%인 반면 1000개인 경우에는 각 종목의 비중은 0.1%로 크기가 1/10로 줄어들게 되며 이 경우 포트폴리오 차원의 수익률은 상당히 다른 모습을 보일 수 있다. 예를 들어 KOSPI 지수와 KOSPI 200 두 지수는 시가총액 비중방식이기 때문에 시가총액이 큰 종목들의 비중은 큰 차이가 없어 상당히 유사한 수익률-위험 관계를 보이지만, 동일비중 전략을 사용할 경우 전혀 다른 수익률-위험 관계를 보일 수 있다. 이는 구성종목이 훨씬 많은 KOSPI 지수의 경우 동일비중투자는 소형주에 필연적으로 더 많이 투자하게 되어 KOSPI 200 지수를 동일비중으로 투자했을 때 보다 훨씬 변동성이 커지는 현상을 보일 수 있다.

2) 최소 분산 지수(Minimum Variance Index) 방법

기대수익의 정확한 예측은 불가능하며 실제 수익과 기대 수익의 차이가 상당히 클 가능성이 많기 때문에 Chopra and Ziemba (1993)은 모든 주식이 동일한 기대수익을 갖는다는 가정을 사용하여 최적화한 포트폴리오를 제안하였다. 이 가정 하에서 샤프비율을 최대화하는 최적화의 결과로 나오는 최적 포트폴리오는 최소 분산(minimum Variance) 포트폴리오가 된다. Haugen and Baker (1991)과 Clarke et al. (2006)은 최소분산 포트폴리오가 경험적으로 기존 시가총액비중 포트폴리오에 비하여 낮은 변동성과 더 우월한 수익률을 보인다는 것을 보였다. 최소분산 포트폴리오는 일반적인 환경 하에서는 최적의 투자전략이 아닐 가능성이 높다. 하지만, 시가총액비중 포트폴리오가 효율적 투자선 위에 있지 않다면 평균-분산 최적화 하에서 최적이라는 조건이 없더라도 시장 포트폴리오보다 더 우월한 성과를 보여줄 수 가능성이 존재한다고 할 수 있을 것이다. 공분산 행렬은 Clarke et al. (2006)가 제시한 방법론에 따라 포트폴리오를 구성하는 시점에 각 종목의 60개월 월간 수익률을 이용하여 계산한다. 최소분산 방법에서 나오는 포트폴리오의 종목비중은 다음과 같은 최적화 문제의 해로 산출된다.

$$\begin{aligned} & \min_x (x' \hat{\Sigma} x) \\ & \text{subject to } \sum_{i=1}^N x_i = 1, l \leq x_i \leq u, \forall i \end{aligned}$$

이때, x : 포트폴리오의 종목 비중벡터, $\hat{\Sigma}$: 예측된 공분산 행렬

내재적 제약조건으로 종목 비중 하한선인 $l=0$ 으로 설정하여 공매도를 허용하지 않고 상한선은 5%로 설정하여 한 종목에 투자비중이 지나치게 집중되지 않도록 한다. 최근의 금융시장에서는 이러한 포트폴리오 구성 방법을 사용하여 많은 상품을 출시하고 있으며 대표적으로 MSCI의 Minimum Volatility Index, DAXplus Minimum Variance Index 등이 본 방법을 차용한 상품이다.

3) 최대 분산화 지수(Maximum Diversification Index) 방법

모든 종목이 동일한 기대 수익을 갖는다는 비현실적인 가정으로 인해 앞에서 살펴본 최소분산 포트폴리오는 현실적으로는 사전적 샤프 비율을 최대화시키지는 못한다. 이러한 제약을 개선시키기 위해 투자자는 미래 종목의 수익에 대한 어떠한 정보라도 이용할 필요가 있다.

Choueifaty and Coignard (2008)은 기대수익, $E(R_i) - R_f$ 와 수익률의 변동성, σ_i 간의 관계를 다음과 같이 선형으로 가정하였다.

$$E(R_i) - R_f = \gamma \sigma_i, \quad \forall i, \gamma > 0$$

이러한 가정 하에서는 주어진 제약조건하의 샤프 비율 최적화 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \max_x \left(\frac{x' \hat{\sigma}}{\sqrt{x' \hat{\Sigma} x}} \right) \\ & \text{subject to } \sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad l \leq x_i \leq u, \quad \forall i \\ & \text{이때 } \hat{\sigma} : \text{수익률의 변동성 예측 벡터} \end{aligned}$$

4) 위험 효율 지수(Risk Efficient Index)

Amenc et al. (2011)은 주식들의 기대 수익률이 하방 semi-변동성과 선형 관계가 있다는 가정으로 포트폴리오 투자전략을 제안하였다. 하방 semi-변동성은 수익률이 0보다 작을 때만 고려하여 표준편차를 계산한 것으로, 투자자들은 이익보다는 손실에 더욱 민감하므로 전체 변동성이 아닌 하방 위험에 초점을 두고 위험 프리미엄을 산정해야 한다는 주장을 배경으로 한다. 이러한 전략이 어떻게 구성되는 지를 보려면 먼저 i 번째 주식의 하방 semi-변동성을 정의해야한다.

$$\begin{aligned} \delta_i &= \text{Downside semi-volatility} \\ &= \sqrt{E[\min(R_{i,t}, 0)^2]} \end{aligned}$$

이때, $R_{i,t}$: i 번째 종목의 t 기간 수익률

이러한 가정 하에서 전형적인 평균-위험 최적화 문제는 다시 포트폴리오의 샤프 비율을 최대화하는 다음의 형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} & \min_x \left(\frac{x' \hat{\delta}}{\sqrt{x' \hat{\Sigma} x}} \right) \\ & \text{subject to } \sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad l \leq x_i \leq u, \quad \forall i \\ & \text{이때 } \hat{\delta} : \text{예측된 하방 semi-변동성} \end{aligned}$$

Amenc et al. (2011)는 종목의 하방 semi-변동성을 예측하기 위하여 2단계의 경험적 방법을 제안하였다. 첫 번째 단계로 과거의 수익률을 이용하여 semi-변동성을 계산하고 이 값을 사용하여 종목들을 그룹으로 나눈다. 여기에서는 10그룹을 사용하며 각 그룹 안에 있는 종목들은 동일한 하방 semi-변동성을 갖는다는 가정아래, 그룹에 속하는 종목들의 값의 중간 값을

예측된 하방 semi-변동성으로 선택한다. 그들은 종목당 하한 비중을 강한 가정으로 제한하였는데 $l = 1/(\lambda N)$ 으로 제한하였고 상한 비중은 $u = \lambda/N$ 으로 제한하였다. Amenc et al. (2011)는 1000개 종목을 기준으로 보았을 때 $\lambda = 2$ 로 놓아 최저 비중이 0.05 %, 최대 비중이 0.2% 가 되도록 사용하였다. 200개 종목이 대상일 경우에는 최대 비중이 1% 가 된다. 이러한 제약조건들은 위험 효율화 투자전략이 동일비중 투자전략과 유사해지도록 단순화 시켜준다. λ 가 1에 가까울수록 이러한 비중 제한은 $1/N$ 으로 회귀함으로써 동일비중과 동일한 효과를 지닌다. Amenc et al. (2011)에서는 리밸런싱 시의 최적화 문제에 있어서 회전율에 대한 제약조건이 있었으나 여기에서는 순수한 최적화 결과만을 보기 위하여 회전을 제한조건은 두지 않는 것을 기본으로 한다. 참고로 이러한 방법은 EDHEC사의 Risk Efficient Index의 근간이 된다.

4. 자료 및 실증분석 결과

4.1 자료

본 연구는 실증분석을 위해 1994년 7월부터 한국 유가시장 상장주식 가운데 금융업종 및 관리종목, 자본잠식 종목을 제외한 종목들의 주가자료를 활용했다. 무위험자산 수익률로 365일 동안채 수익률을 이용했다. 공분산 추정기간은 5년으로 하였다. <Table 1>에는 2000년부터 2014년까지 한국거래소(KRX)가 공표하는 KOSPI 지수의 연도별 누적수익률과 함께 본 연구에서 활용하는 금융업 및 관리, 자본잠식종목을 제외한 종목들로 구성된 ‘KOSPI 금융업제외’ 포트폴리오의 연도별 누적수익률 성과를 정리했다. 한편, 실무적으로 KOSPI 지수편입종목은 매년 6월 옵션만기일에 정기적으로 변경되는데 이 때의 종목변경사항은 6월 말에나 알 수 있다. 이 외에도 수시변경으로 제외된 종목의 경우 제외된 달의 전월 말일부터 제외된 날짜까지의 수익률만 반영되고, 중간에 편입된 종목의 경우 6월에 포트폴리오를 새로 구성할 때까지 수익률은 반영되지 않는다. 때문에 이를 트래킹하는 포트폴리오와 KRX가 발표하는 KOSPI 지수의 성과는 약간의 차이를 보이게 된다. 이처럼 실제 실무에서 KOSPI 지수를 트래킹하는 포트폴리오를 ‘KOSPI 추적’이라 해서 <Table 1>에 그 성과를 함께 정리했다. ‘KOSPI 추적’ 포트폴리오의 성과는 매월 관찰된 KOSPI 구성종목들에 대해 각 종목들의 월수익률을 시가비중으로 가중평균하여 누적하여 계산했다. 세 포트폴리오의 연 수익률 평균을 비교해보면 KRX가 공표하는 KOSPI는 8.81%, ‘KOSPI 추적’ 포트폴리오는 9.06%, ‘KOSPI 금융업 제외’ 포트폴리오는 9.73%로 큰 차이는 없지만 단순 수치만 비교했을 때 ‘KOSPI 금융업 제외’ 포트폴리오의 성과가 가장 높은 것으로 나타났다. 이는 관리 및 자본잠식 종목의 영향이 배제된 영향도 있겠지만 우리나라에서 금융업의 수익률이 평균적으로 좋지 않았기 때문일 수도 있다.

<Table 1> KOSPI 지수, KOSPI지수 추적 포트폴리오의 수익률 비교

각 연도별 한국거래소(KRX)가 발표하는 KOSPI지수, 이를 추적하는 ‘KOSPI 추적’ 포트폴리오, 그리고 금융업을 제외한 ‘KOSPI 금융업 제외’ 포트폴리오의 월수익률 누적치이다. ‘KOSPI 추적’ 포트폴리오를 별도로 구성하는 이유는 실제로 KOSPI 지수편입종목은 매년 6월 선물만기일에 정기적으로 변경되는데 이 때의 종목변경사항은 6월 말에 관찰할 수 있기 때문이다. 따라서 KRX가 발표하는 지수의 성과와 이를 추적하는 포트폴리오의 성과는 약간의 차이를 보이게 된다. 이후 관찰된 KOSPI 구성종목들로 매월 개별종목들의 월 수익률을 시가비중으로 가중평균 해 KOSPI 추적

포트폴리오의 월수익률을 계산하고 이를 누적한 연도별 수익률을 구하였다. KOSPI에서 제외된 종목은 제외된 달의 전월 말일부터 제외된 날짜까지의 수익률만 반영하고, 중간에 편입된 종목들은 다음 년 6월 포트폴리오를 새로 구성할 때까지 반영되지 않는다. 단위는 %이다.

년도	KOSPI	KOSPI 추적	KOSPI 금융업제외
2000	-50.92	-50.44	-48.20
2001	37.47	33.93	27.06
2002	-9.54	-8.78	-4.73
2003	29.19	30.18	34.32
2004	10.51	10.24	11.41
2005	53.96	56.79	49.84
2006	3.99	4.32	5.35
2007	32.25	31.86	36.18
2008	-40.73	-40.14	-38.17
2009	49.65	50.26	49.38
2010	21.88	21.52	25.04
2011	-10.98	-10.94	-8.06
2012	9.38	9.36	10.63
2013	0.72	2.04	0.95
2014	-4.76	-4.27	-4.98
평균	8.81	9.06	9.73

<Table 2>는 <Table 1>에서 살펴본 세 포트폴리오 및 본 연구의 분석대상인 금융업, 관리 및 자본잠식 종목을 제외한 종목들을 대상으로 비중결정 방식에 따른 포트폴리오들의 성과측정지표를 보여준다. 비중결정 방식으로는 동일비중방식, 최소분산방식, 최대분산방식, 위험효율화방식을 적용했다.

<Table 2> KOSPI 전 종목 포트폴리오 성과통계

한국거래소(KRX)가 발표하는 KOSPI지수, 이를 추정하는 KOSPI 추적 포트폴리오, 그리고 금융업을 제외한 KOSPI 추적 포트폴리오의 2000년부터 2014년까지의 수익률의 성과통계이다. 동일비중, 최소 분산, 최대 분산화, 위험 효율화 비중 방식의 포트폴리오의 성과도 포함되었다. 연수익률은 연도별 누적수익률의 평균이며, 초과수익률은 KRX 발표 KOSPI지수에 대한 해당 최적비중방법 포트폴리오의 초과수익률이다. 샤프비율 계산 시 무위험이자율로는 통안증권 365일물의 이자율을 이용하였다. 샤프비율과 정보비율, 시장베타를 제외한 값들의 단위는 %이다.

	연수익률	변동성	샤프비율	초과수익률	트레킹에러	정보비율	시장베타
KOSPI	8.81	30.11	0.15				
KOSPI 추적	9.06	30.05	0.16				0.99
KOSPI 금융업제외	9.73	28.67	0.19	0.93	3.78	0.25	0.97
KOSPI 동일비중	17.31	36.98	0.36	8.51	15.01	0.57	0.86
KOSPI 최소분산	16.03	26.66	0.45	7.23	14.24	0.51	0.58
KOSPI 최대분산화	13.31	33.66	0.27	4.5	17.24	0.26	0.72
KOSPI 위험효율화	17.54	37.6	0.36	8.74	18.91	0.46	0.75

<Table 2>의 결과를 살펴보면 동일비중방식과 위험효율화방식 포트폴리오의 연수익률, 변동성, 초과수익률 등 성과지표가 가장 높고 유사하다. 이는 Amenc et al.(2011)의 종목비중 제한효과의 결과로 추측된다. 한편, <Table 2>에서 초과수익률이란 KOSPI 원지수 대비 초과수익률을 의미하는데 상대적으로 최대분산방식 포트폴리오의 성과가 저조하게 나타났다. 트레이킹 에러는 당연히 시가총액 비중방식인 ‘KOSPI 금융업제외’ 포트폴리오의 경우 가장 낮고 여타 비중결정방식의 경우 상당히 높게 나타났다. 샤프비율은 KOSPI 최소분산방식 포트폴리오의 경우에 가장 높게 관측되었으며 위험효율화 방식과 동일비중방식 포트폴리오의 샤프비율은 유사하게 나타났다.

이러한 비중결정방식에 따라 포트폴리오 성과차이가 발생하는 원인을 살펴보고자 각 포트폴리오 별로 포트폴리오 성과를 종속변수로 하고 Fama-French의 3요인을 독립변수로 하는 회귀 분석을 실시하였다. <Table 3>의 결과를 살펴보면 모든 투자비중 결정방식에 대해서 alpha가 유의하지 않은 것으로 나타났다. 반면 시장위험, 기업규모, 장부가/시가 요인은 모두 유의한 것으로 나타났다. 이는 전체 종목을 편입대상으로 각 종목의 비중을 달리하는 포트폴리오를 구축한다는 것은 해당 포트폴리오의 시장위험요인, 기업규모요인, 장부가/시가비율 요인에 대한 상대적인 민감도를 결정하는 것이 된다. 따라서 각 비중방식 별 포트폴리오의 성과차이는 시장베타에 대한 노출을 줄이는 대신 기업규모요인이나 장부가/시가 비율요인에 대한 노출을 증가시킨 결과로 해석할 수 있다.

<Table 3> 최적비중방법 차이에 따른 포트폴리오 성과분석

KOSPI 전 종목을 대상으로 시가비중, 동일비중, 최소 분산(minimum variance)비중, 최대 분산화(maximum diversification)비중, 위험 효율화(risk efficient)비중 방법별 포트폴리오 초과성과를 Fama-French의 3요인 회귀모형을 이용해서 분석한 결과이다. 전체 KOSPI 종목에 대해서는 모든 최적비중방법을 적용하더라도 유의한 초과성과가 관측되지 않음을 확인할 수 있다. **표시는 1%의 유의수준으로 유의한 것을 의미한다.

	Alpha	MKT	SMB	HML	R2
KOSPI 동일 비중	0.001 (1.13)	1.003** (63.91)	0.791** (35.67)	0.413** (16.87)	0.96
KOSPI 최소 분산	0.002 (1.11)	0.678** (21.67)	0.519* (11.74)	0.353** (7.24)	0.75
KOSPI 최대 분산화	0.001 (0.28)	0.853** (24.77)	0.776** (15.95)	0.246** (4.58)	0.80
KOSPI 위험 효율화	0.003 (1.01)	0.89** (24.62)	0.829** (16.22)	0.317** (5.62)	0.80

<Table 2>에서 샤프비율이 가장 높았던 최소분산비중방식에 따른 포트폴리오의 성과에 대한 <Table 3>의 회귀분석 결과를 살펴보면 이 결과가 주는 함의가 좀 더 명확하게 이해된다. 가장 높은 샤프비율이 관측되었던 최소분산비중방식 포트폴리오의 특징은 시장위험요인에 대한 베타 및 기업규모요인에 대한 베타가 다른 포트폴리오 보다 추정되었다. 이는 이 포트폴리오가 시장위험에 대한 민감도를 줄임으로써 시가총액 비중이 큰 대형주의 위험에 따른 비효율성

을 낮추고 있음을 의미한다. 기업규모요인에 대한 베타가 낮다는 것 역시 마찬가지로 기업규모에 대한 민감도를 낮춤으로써 대형주에 대한 민감도를 제한하여 분산효과를 통한 포트폴리오의 효율성을 제고하고 있음을 의미한다. 이러한 대형주가 포트폴리오의 비효율성에 미치는 영향을 확인하기 위해 본 연구에서 고려하는 비중결정방식 별로 특정 종목의 편입비중을 1%, 10% 이하로 제한하는 조건이 추가되었을 때의 성과를 측정하여 비교해 보았다. <Table 4>에 그 결과를 제시했는데 특정종목 비중을 1% 이하로 제한했을 때 모든 비중결정방식에 상관없이 성과가 가장 좋다는 것을 볼 수 있다.

<Table 4> KOSPI 전 종목 대상 개별종목 최대편입비중 제한 시 포트폴리오 성과비교

2000년부터 2014년까지의 KOSPI와 최적비중방법별 포트폴리오의 연평균 수익률의 차이를 비교하고 있다. 단, 이 표가 보여주는 결과는 최적비중방법을 적용하되 각 포트폴리오를 구성하되 개별 종목이 포트폴리오 내에서 차지할 수 있는 최대편입비중을 1%이하, 또는 10%이하로 제한했을 때 비중결정 방식별 포트폴리오의 성과를 비교하고 있다. 이 분석은 최적화비중에 따른 성과차이를 이해하는데, 그리고 동일비중 포트폴리오의 장점을 살리면서 트레이킹 에러를 줄일 수 있는 방법을 찾는 데 유용한 정보를 제공한다. 동일비중을 적용할 경우 포트폴리오내 모든 종목의 비중이 1% 이하이므로 10% 제약은 영향을 미치지 않고 동일한 성과를 보인다. 반면 최소분산비중, 최대분산화비중, 최대사프비율비중에 대해서는 개별 종목의 최대편입 가능비중을 10%로 증가시킬 때 최적 포트폴리오의 수익률이 감소하는 것으로 나타난다.

	1% 비중제한	10% 비중제한
KOSPI 동일 비중	7.61	7.61
KOSPI 최소 분산	8.68	8.18
KOSPI 최대 분산화	6.34	4.87
KOSPI 위험 효율화	9.13	9.06

4.2. 국내시장에서 유의한 이상현상요인 검정

시장이상현상(market anomalies)을 일으키는 요인에 노출시킴으로써 시장위험대비 초과성과를 창출할 수 있는 포트폴리오를 구성하기 위해 먼저 국내 시장에서의 이상현상의 유의성을 검정해 보았다. 이를 위해 개별 종목들을 앞선 3장에서 살펴본 이상현상 요인 크기에 따라 정렬한 후 5분위로 구분하였다. 이 5분위 포트폴리오 가운데 가장 최상위 종목과 최하위 종목을 이용해 헤지 포트폴리오(hedged portfolio), 또는 무비용 포트폴리오(zero cost portfolio)를 구축할 수 있다. 각 이상현상의 요인을 측정한 방법은 다음과 같다. 장부가/시가비율(Book to Markt)은 $t-1$ 회계연도 말의 장부가를 $t-1$ 년도 회계연도 말일의 시가총액으로 나눈 값을 기준으로 사용했다. 모멘텀(Momentum)은 $j-12$ 월말에서 $j-1$ 월말까지의 동일가중치 누적수익률을 기준으로 사용했다. 순주식발행(New Stock Issue)은 $t-2$ 회계연도 말부터 $t-1$ 회계연도 말까지의 주식분할 조정된 자연로그 주식수의 차이를 기준으로 사용했다. 발생액(Accruals)은 $t-2$ 회계연도 말부터 $t-1$ 회계연도 말까지의 주식분할 조정된 주식 단위당 운전자본의 변화분을 $t-1$ 년도 말의 주식분할 조정된 주식 단위당 장부가로 나눈 값을 기준으로 사용했다. 총자산증가율(Total Asset Growth)은 $t-2$ 회계연도 말부터 $t-1$ 회계연도까지의 주식분할 조정된 주식 단위당 자산의 자연로그 값의 변화분을 기준으로 사용했다. 이익수익률(Earnings to Yield)은 PER의 역수의 개념으로 $t-1$ 년의 당기순이익을 $t-1$ 회계연도

말일의 시가총액으로 나눈 값을 기준으로 사용했다. 모멘텀 요인을 제외하고 다른 이상현상들을 기준으로 하는 포트폴리오는 매년 6월 말에 재구성했으며, 모멘텀 요인 기준 포트폴리오는 매월 말에 재구성한다. 모멘텀 포트폴리오를 제외하고 연1회 포트폴리오가 구성되기 때문에 포트폴리오 구성에 사용되는 이상현상 요인들은 포트폴리오 구성시점으로부터 6개월 내지 30개월 이전의 값에 기초하게 된다. t 년 6월 말의 포트폴리오 구성에 이용되는 장부가, 이익 등의 변수들은 $t-1$ 회계연도의 변수들이다. 그리고 순주식발행, 발행액, 총자산증가율 등은 $t-2$ 회계연도부터 $t-1$ 회계연도까지의 변수들의 변화와 관계된다. 때문에 이상현상요인 기준 헤지 포트폴리오가 유의한 수익률을 만들어 낸다면 그 수익률은 일정기간 지속될 가능성이 높다. <Table 5>는 각 이상현상 요인의 유의성을 국내 시장에서 검정한 결과이다. 먼저 각 행에서 'Lowest'는 요인 기준 최하위 포트폴리오의 성과이며 'Highest'가 요인 기준 최상위 포트폴리오의 성과이다. 각 요인별 헤지 포트폴리오 성과를 <Panel A>에 정리했다. <Panel B>에는 헤지포트폴리오의 성과가 0이라는 귀무가설에 대한 t -value 값을 정리했다. <Table 5>의 결과에 따르면 한국 주식시장에서 통계적으로 유의한 초과수익이 발생하는 이상현상 요인들은 장부가/시가, 신주발행, 발행액, 총자산증가율, 비유동성, 이익수익률, 저변동성, 비체계적 위험이다.¹⁾

<Table 5> Performance of Anomaly Factor Strategy

<Panel A> Hedge Portfolio Return						
Anomaly Factor	Portfolio Return					
	Lowest	2	3	4	Highest	High-Low
*장부가/시가	0.44%	1.00%	1.10%	1.68%	2.01%	1.57%
모멘텀	0.74%	1.17%	1.47%	1.57%	1.28%	0.54%
*신주발행	0.93%	1.03%	0.52%	0.17%	-0.35%	-1.28%
*발행액	1.18%	0.98%	0.97%	0.79%	0.39%	-0.78%
*총자산증가	1.51%	1.19%	1.26%	1.18%	0.65%	-0.86%
순영업자산	1.01%	1.46%	1.30%	1.46%	0.99%	-0.02%
*비유동성	0.49%	0.69%	1.11%	1.71%	2.24%	1.75%
수익성	1.38%	1.24%	1.26%	1.14%	1.16%	-0.22%
*이익수익률	0.72%	1.21%	1.09%	1.53%	1.63%	0.91%
*저변동성	1.56%	1.65%	1.48%	1.59%	0.39%	-1.18%
베타	1.27%	1.52%	1.46%	1.50%	0.91%	-0.36%
*비체계적 위험	1.56%	1.69%	1.36%	1.52%	0.54%	-1.02%

<Panel B> t-value						
Anomaly Factor	t -value					
	Lowest	2	3	4	Highest	High-Low
*장부가/시가	0.727	1.650	1.857	2.747	2.991	4.323
모멘텀	0.966	1.907	2.495	2.687	2.117	0.993
*신주발행	1.476	1.620	0.773	0.234	-0.484	-3.184
*발행액	1.917	1.514	1.526	1.174	0.592	-3.142
*총자산증가	2.568	2.044	2.127	1.931	1.072	-4.220
순영업자산	1.610	2.371	2.184	2.391	1.660	-0.100
*비유동성	0.782	1.078	1.712	2.804	3.818	4.416
수익성	2.148	2.036	2.170	1.986	1.971	-0.786
*이익수익률	1.180	2.004	1.907	2.653	2.582	3.198
*저변동성	3.802	3.213	2.607	2.458	0.575	-2.759

1) 기업규모와 장부가/시가비율의 영향력을 배제했을 때의 헤지포트폴리오의 유의성 검정도 실시하였으나 결과는 동일하게 나타났다.

베타	2.834	3.024	2.632	2.524	1.316	-0.902
*비체계적 위험	3.595	3.273	2.413	2.379	0.824	-2.593

4.3. 대안 인덱스에 대한 성과분석

이상현상 요인들을 실무적으로 이용하기 위해서는 현실적으로는 많은 제약이 따른다. 현실적으로 가장 큰 제약은 공매도가 어렵다는 것이다. 모든 인덱스 투자기법은 매수전용 포지션만을 사용한다는 제약조건이 존재한다. 이를 위해서는 기존의 이상현상 요인 기준 5분위 포트폴리오 중에서 매수 포지션만을 취해 유의한 초과수익률을 보일 수 있는지를 살펴보아야 한다. 이를 검증하기 위하여 다음과 같은 방법으로 테스트를 수행하였다.

먼저 <Table 5>의 각 요인별로 5분위 포트폴리오 가운데 양의 수익률을 발생시킬 수 있는, 즉 매수포지션에서 양의 수익률을 가져오는 상위 또는 하위 두 개 포트폴리오의 종목들로 투자가능집합을 구성하였다.¹⁾ 이해를 돕기 위해 한국 주식시장에서 유의한 이상현상 요인으로 판단된 장부가/시가비율(book to market) 요인과 비체계적위험(idiosyncratic risk)요인을 예로 설명한다면, <Table 5>에서 장부가/시가비율이 높은 포트폴리오를 매수했을 때 양의 수익이 발생된다. 이 경우 장부가/시가비율 값에 따라 정렬한 5분위 포트폴리오 가운데 높은 요인 값들을 가지는 4번과 5번(Highest) 포트폴리오의 구성종목들로 투자가능 요인종목들이 구성된다. 반대로 비체계적위험 요인의 경우는 요인 값이 낮은 포트폴리오를 매수할 때 양의 수익이 발생된다. 이 경우에는 요인 값이 낮은 1번(Lowest)과 2번 포트폴리오의 구성종목들로 요인종목들을 구성한다. 각 요인별 요인효율투자집합 구성종목들로 우선적으로 시가총액 가중 방법, 동일비중방법의 비중결정 방법에 따라 구축한 포트폴리오 성과에 대한 통계를 <Table 6>에 정리했다.

<Table 6> 요인종목 포트폴리오들의 성과통계

각각의 이상요인(anomaly factor)을 기준으로 성과가 우수한 상위 두 개 포트폴리오 구성종목들만으로 요인효율 투자집합(factor efficient investment set)를 구성한 후 시가비중과 동일비중의 포트폴리오 성과를, 2000년부터 2014년까지의 수익률이며 거의 모든 경우의 샤프비율이 KOSPI 시가비중보다는 큼을 알 수 있다. 샤프비율은 무위험 이자율로 통안증권 365일물 이자율을 이용해서 계산하였다. 샤프비율과 정보비율, 시장베타를 제외한 값들의 단위는 %이다.

		총수익률	변동성	샤프비율	초과수익률	트레이닝에러	정보비율	시장베타
KOSPI	시가비중	9.73	28.67	0.19	0.93	3.78	0.25	0.97
	동일비중	17.31	36.98	0.36	8.51	15.01	0.57	0.86
장부가/시가	시가비중	21.96	35.88	0.5	13.15	11.23	1.17	0.90
	동일비중	27.70	43.68	0.55	18.89	21.93	0.86	0.82
신주발행	시가비중	14.05	38.19	0.26	5.25	15.67	0.33	1.05
	동일비중	14.65	42.31	0.25	5.84	18.66	0.31	0.91
발생액	시가비중	12.96	42.6	0.2	4.16	15.63	0.27	0.95
	동일비중	14.20	41.02	0.24	5.4	19.77	0.27	0.83
총자산증가	시가비중	11.27	32.49	0.21	2.46	8.87	0.28	0.91

1) 상위 두 분위 포트폴리오 구성종목으로 투자집합을 구성하는 이유는 투자가능집합을 일정 크기 이상으로 유지하기 위한 목적이다.

	동일비중	19.32	35	0.44	10.51	10.82	0.97	0.82
비유동성	시가비중	19.72	32.97	0.48	10.92	16.99	0.64	0.70
	동일비중	26.43	42.71	0.53	17.63	24.85	0.71	0.71
이익수익률	시가비중	23.06	41.36	0.46	14.25	15.16	0.94	0.97
	동일비중	22.17	35.07	0.52	13.36	13.73	0.97	0.81
저변동성	시가비중	9.97	26.11	0.21	1.17	6.21	0.19	0.77
	동일비중	21.86	32.96	0.54	13.05	13.07	1.00	0.74
비체계적위험	시가비중	10.81	27.08	0.24	2.01	5.12	0.39	0.92
	동일비중	22.17	32.94	0.55	13.36	11.08	1.21	0.77

<Table 6>를 살펴보면 종목구성에 따라 총수익률, 변동성, 샤프비율 등이 달라지고 있다는 것을 확인할 수 있다. 이는 특정 요인에 대해 요인효율투자집합으로 종목을 한정하여 포트폴리오를 구성하였을 때 수익률이 전반적으로 제고됨을 시사한다. 이번에는 이러한 요인효율투자집합의 성과의 특성을 파악하기 위해 각 요인효율 포트폴리오의 성과를 종속변수로하고 시장위험, 기업규모, 기업가치 세 요인을 독립변수로 하는 회귀분석을 통해 위험요인으로 설명되지 않는 초과수익의 유의성을 검정해 보았다. <Table 7>은 각 요인포트폴리오 알파의 유의성 검정결과이다.

<Table 7> 요인포트폴리오 성과에 대한 Fama-French 3요인 회귀분석

각각의 이상요인(anomaly factor)을 기준으로 성과가 우수한 상위 두 개 포트폴리오 구성종목들만으로 요인효율투자집합(factor efficient investment set)를 구성한 후, 시가비중, 동일비중별 포트폴리오 초과성과를 Fama-French의 3요인 회귀모형을 이용해서 분석한 결과이다. 장부가/시가 요인(시가비중방범 제외)과 비유동성, 이익수익률 및 비체계적 위험요인 기준 성과우수 종목들로 구성된 요인효율투자집합은 시가비중 및 동일비중의 모든 비중결정 방법에 대해 유의한 초과성과를 제공하는 투자집합인 것으로 나타났다.

		비중결정방식	
		시가비중	동일비중
장부가/시가	alpha	0.002	0.005**
	(t-stat)	(0.88)	(4.62)
신주발행	alpha	0.006**	-0.001
	(t-stat)	(2.11)	(-0.43)
발생액	alpha	-0.003	-0.003
	(t-stat)	(-0.79)	(-1.38)
총자산증가	alpha	0.002	0.002
	(t-stat)	(0.57)	(1.39)
비유동성	alpha	0.002*	0.007**
	(t-stat)	(1.60)	(5.23)
이익수익률	alpha	0.007**	0.004**
	(t-stat)	(2.49)	(2.07)
저변동성	alpha	0.001	0.004**
	(t-stat)	(0.59)	(3.00)
비체계적 위험	alpha	0.004**	0.005**
	(t-stat)	(3.56)	(3.27)

<Table 7>는 단순히 각 요인별 요인효율투자집합 구성종목들로 시가비중 및 동일비중으로 포트폴리오를 구성하여 수익률 및 변동성, 샤프비율을 비교한 <Table 6>와는 다른 함의를 제공한다. 요인포트폴리오 가운데 시장위험, 기업규모, 기업가치 위험에 대한 보상으로 설명할 수 없는 유의한 초과성과가 관측되는 경우도 있으나 그렇지 못한 경우도 있다. 장부가/시가 비율, 비유동성, 이익수익률, 비체계적위험 요인은 시가비중방식이나 동일비중방식 모두 유의한

초과수익률을 보여주고 있으나 나머지 이상요인들의 경우는 유의성을 판단하기 어렵다. 따라서 유의한 초과수익률이 관측되지 않는 요인들에 대한 매수 전용 포지션으로는 시장위험, 기업규모, 기업가치 위험에 대한 보상 이외 유의한 초과수익을 창출하기 어렵고, 이들 요인을 기준으로 종목을 선택한 대안 인덱스의 활용가능성은 제한된다. 이에, 이하의 분석에서는 매수 전용 포지션으로 초과수익 창출 가능성이 높은 장부가/시가, 비유동성, 이익수익률, 비체계적 위험 요인에 대해서 비중결정방식에 따른 성과를 분석하기로 한다. 제일 먼저, 장부가/시가, 비유동성, 이익수익률, 비체계적 위험 요인에 대한 비중결정방식에 따른 포트폴리오 성과 계산결과를 <Table 8>에 정리하였다.

<Table 8> 요인종목 비중결정 방식에 따른 성과

유의한 초과수익을 보이는 이상요인(anomaly factor)을 기준으로 성과가 우수한 상위 두 개 포트폴리오 구성종목들만으로 요인효율투자집합(factor efficient investment set)을 구성한 후, 최소 분산, 최대 분산화, 위험 효율화 방식의 비중결정방식을 사용하여 포트폴리오를 구성한 뒤 2000년부터 2014년까지의 성과를 기록하였다. 비교를 위하여 시가비중, 동일비중별 포트폴리오의 성과 역시 포함하였으며 모든 방법이 높은 샤프비율을 보여주고 있음을 확인할 수 있다. 샤프비율은 무위험 이자율로 통안증권 365일물 이자율을 이용해서 계산하였다. 샤프비율과 정보비율, 시장베타를 제외한 값들의 단위는 %이다.

		총수익률	변동성	샤프비율	초과수익률	트레킹에러	정보비율	시장베타
장부가/시가	시가비중	21.96	35.88	0.5	13.15	11.23	1.17	0.90
	동일비중	27.70	43.68	0.55	18.89	21.93	0.86	0.82
	최소분산	25.84	36.67	0.6	17.03	18.9	0.90	0.60
	최대분산화	26.12	39.3	0.57	17.31	20.07	0.86	0.68
	위험효율화	29.21	43.45	0.59	20.41	24.6	0.83	0.68
비유동성	시가비중	19.72	32.97	0.48	10.92	16.99	0.64	0.70
	동일비중	26.43	42.71	0.53	17.63	24.85	0.71	0.71
	최소분산	22.23	34.16	0.54	13.42	18.13	0.74	0.59
	최대분산화	28.41	43.1	0.57	19.6	24.75	0.79	0.69
	위험효율화	30.92	44.39	0.61	22.11	24.89	0.89	0.66
이익수익률	시가비중	23.06	41.36	0.46	14.25	15.16	0.94	0.97
	동일비중	22.17	35.07	0.52	13.36	13.73	0.97	0.81
	최소분산	23.14	33.67	0.57	14.34	16.49	0.87	0.61
	최대분산화	22.10	35.73	0.51	13.3	16.4	0.81	0.70
	위험효율화	24.22	37.85	0.54	15.41	18.4	0.84	0.70
비체계적 위험	시가비중	10.81	27.08	0.24	2.01	5.12	0.39	0.92
	동일비중	22.17	32.94	0.55	13.36	11.08	1.21	0.77
	최소분산	19.78	28.43	0.55	10.97	19.94	0.55	0.53
	최대분산화	19.80	29.52	0.53	10.99	18.59	0.59	0.56
	위험효율화	21.45	31.41	0.56	12.65	19.61	0.65	0.56

<Table 8>의 최소분산, 최대분산화, 위험효율화 세 가지 최적비중결정 방식의 성과를 살펴보면, 총수익률 측면에서는 전반적으로 시가비중과 동일비중의 사이에서 동일비중방식 포트폴리오 수익률에 좀 더 가까운 모습을 보여주고 있다. 변동성 측면에서는 대개의 경우 시가비중방식의 변동성이 포트폴리오보다는 크고 동일비중 포트폴리오보다는 작거나 거의 비슷한 수준을 보여주고 있다. 따라서 샤프비율은 시가비중보다는 당연히 크며, 동일비중보다도 약간 크거나 같은 수준을 보인다. 이 결과는 앞서 KOSPI 전종목을 대상으로 비중결정방식에 따른 차이를 분석한 <Table 6>의 결과와 비교해 보았을 때 상당히 놀라운 결과이다. <Table 6>에서 KOSPI 전종목을 대상으로하는 시가비중 포트폴리오 연평균 수익률은 9.73%, 변동성은 약

28.67%로 샤프비율이 0.19 정도였다. 그런데 장부가/시가 비율, 비유동성, 이익수익률, 비체계적위험의 요인을 이용하여 투자유니버스를 구성하고 이를 최적비중방법을 사용하여 포트폴리오를 구성한 <Table 8>의 결과를 보면, 모든 경우에 샤프비율이 0.5~0.6 정도로 KOSPI 전종목을 대상으로 한 경우 대비 세배 가까이 효율성이 제고되었음을 보여준다. 물론 KOSPI 전종목을 동일비중으로 구축한 포트폴리오의 샤프비율 역시 이와 유사하나 현실적으로 KOSPI 전종목들을 동일비중으로 투자한다는 것은 불가능하다. 즉, KOSPI 전종목을 대상으로한 동일비중투자의 비현실성을 감안했을 때, 장부가/시가 비율, 비유동성, 이익수익률, 비체계적위험의 요인을 대상으로 최소분산, 최대분산화지수, 위험효율화 등의 최적비중결정 방식에 의한 포트폴리오의 성과가 얼마나 우월한 지 판단할 수 있다. 참고로 이러한 최적화 방식을 통한 포트폴리오 구성 시 실제 0을 초과하는 비중을 갖는 종목의 개수는 30~50개 정도로 나타난다.

이처럼 요인효율투자집합을 투자유니버스로 하여 최적비중방법을 적용하였을 때는 그것 자체가 훌륭한 투자전략이 될 수 있다. 하지만, 실무적 차원에서는 투자전략의 평가가 KOSPI 전체에 투자하는 시가비중방식으로 이루어지기 때문에, 여전히 KOSPI 전체에 투자하는 시가비중방식을 무시할 수 없는 경우들이 다반사이다. 이러한 실무적 제약을 반영하기 위하여 트레킹에러와 시장베타를 살펴보았다. 그런데 아쉽게도 <Table 8>의 트레킹에러를 보면 20% 내외로 이는 KOSPI와 연수익률이 20%이상 다를 확률이 34%정도 되는 것으로 판단할 수 있다. 시장베타 또한 0.6~0.7정도를 보여주고 있어 시장의 움직임과는 상당히 다르게 움직일 수 있을 가능성을 보여주고 있다. 이는 각각의 대안 인덱스 투자전략이 하나의 훌륭한 투자전략이지만 KOSPI와는 아주 다르게 움직일 확률이 많기 때문에, 대부분의 비중을 KOSPI 투자하면서 작은 부분을 대안적으로 대안 인덱스 투자전략을 사용함으로써 알파를 창출해 낼 수 있는 전략으로 가치가 있을 수 있음을 뜻한다.

마지막으로 이러한 비중결정방식의 차이에 따른 성과차이가 통계적으로 유의한 알파를 창출하는지 알아보기 위하여 시장위험, 기업규모, 기업가치 위험요인을 독립변수로 하여 회귀분석을 실시하였다. <Table 9>는 회귀분석을 통해 추정된 알파값과 추정된 알파가 0이라는 귀무가설에 대한 t -value 값을 보여주고 있다. 시장요인, 기업규모 요인, 기업가치 요인에 대한 계수 추정치는 제외하여 요인종목과 비중결정방식에 따른 알파 값과 유의성 비교가 용이하도록 표를 정리하였다. 결과를 살펴보면 알파의 크기는 비중결정방식에 관계없이 비슷하며 통계적으로도 모두 유의하다는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과는 본 연구가 제안한 초과수익률을 창출하기 위해 시장이상요인에 노출된 종목들을 선택한 후, 분산효과를 극대화할 수 있도록 투자 비중을 최적화하는 방식이 유효한 알파전략임을 증명하고 있다.

<Table 9> Fama-French 3요인에 대한 요인포트폴리오 초과수익률 검정

유익한 초과수익을 보이는 이상요인(anomaly factor)을 기준으로 성과가 우수한 상위 두 개 포트폴리오 구성종목들만으로 요인효율투자집합(factor efficient investment set)를 구성한 후, 최소 분산, 최대 분산화, 위험 효율화 방식의 비중결정방식을 사용하여 포트폴리오를 구성한 뒤 2000년부터 2014년까지의 성과를 Fama-French의 3요인 회귀모형을 이용해서 분석한 결과이다. 모든 비중결정방식에서 유의한 알파를 보이며 알파의 크기 역시 비슷함을 알 수 있다.

	비중결정방식				
	시가비중	동일비중	최소 분산	최대 분산화	위험 효율화

장부가/시가	alpha (t-stat)	0.002 (0.88)	0.005 (4.62)	0.006 (2.59)	0.006 (2.64)	0.008 (2.94)
비유동성	alpha (t-stat)	0.002 (1.60)	0.007 (5.23)	0.004 (1.50)	0.009 (2.91)	0.01 (3.31)
이익수익률	alpha (t-stat)	0.007 (2.49)	0.004 (2.07)	0.004 (1.76)	0.004 (1.73)	0.006 (2.31)
비체계적위험	alpha (t-stat)	0.004 (3.56)	0.005 (3.27)	0.005 (2.02)	0.005 (2.21)	0.006 (2.55)

5. 결론

본 연구는 외국에서 존재하는 것으로 밝혀진 재무제표 요인들과 관련된 이상현상들이 한국에서도 유의한지 살펴보고, 유의하다면 그러한 종목들만으로 최적포트폴리오를 구성한다고 가정했을 때 성과가 과연 어떤 형태를 나타내는지 살펴보았다. 이 과정에서 다양한 대안 인덱스들의 특성들을 비교하고 그러한 특성들이 관찰된 원인을 이해함으로써 보다 효율적인 대안 인덱스를 도입하는데 활용할 수 있는 함의를 제공하고자 했다.

우선 이전 연구들에서 유의한 이상현상 요인으로 판단 된 여러 요인들을 분석하여 한국 주식 시장에서 유의한 요인들을 찾아내었다. 특히, 상위 분위 포트폴리오(이를 요인효율투자집합이라고 명명하였다)를 매수하는 포트폴리오를 시가비중 및 동일비중방식으로 구성하였을 때, Fama-French의 3요인 분석을 통하여 알파가 나오는지 판단하였으며, 장부가/시가비율(book to market), 비유동성, 이익수익률, 비체계적위험(idiosyncratic risk)요인이 유의한 알파를 보여주고 있었다. 또한, 이러한 요인효율투자집합의 투자유니버스를 사용하여 최소 분산, 최대 분산화, 위험 효율화의 최적비중방법을 적용하여 포트폴리오를 구성하였을 때는 CAPM에서 가장 효율적이라고 일컬어지는 시가비중방식의 KOSPI보다 수익률은 높으면서 변동성은 거의 같은, 위험대비수익률 지표인 샤프비율이 거의 2~3배가 증가함을 알 수 있었다. 이러한 포트폴리오의 수익률 또한 Fama-French의 3요인 분석에서도 유의한 알파를 보여주고 있었다. 이러한 결과는 시장의 수익률 결정요인이 무엇이나에 대한 의문을 제시함과 더불어 실무적으로는 연구의 결과로 생성되는 포트폴리오가 시장 포트폴리오의 대안적인 투자전략이 될 수 있으며 이는 패시브 인덱스 투자시장에서 효율적인 투자 상품으로서도 가치가 있을 수 있다는 점에서 유의미하다 할 것이다.

현재, 이러한 연구들에 기초하여 해외의 증권시장에서는 이미 각기 하나의 투자방식으로 인식되어 스마트 베타 인덱스라는 상품으로 여럿 출시되어 있는 상황이다. 최근에 와서는 이러한 여러 가지 인덱스를 결합하여 더욱 더 효율적인 인덱스 투자방법을 찾기 위하여 연구가 활발히 진행되고 있다. 하지만 국내에서는 이러한 투자방법은 찾아보기 힘든 상황이며, 그나마 최근에야 이러한 현상들을 이용한 상품이 몇 개 있으나 이마저도 이전에 발견된 초기단계의 수익률 이상현상에 집중되어 있는 상황이다. 본 연구는 이상현상 요인과 최적비중방식을 결합했다는 측면에서 조금 더 새로운 접근방법이라 하겠고, 더 높은 위험대비 성과를 추구할 수 있다고 하겠다. 이러한 연구는 국내 주식시장의 일련의 새로운 상품에 대한 후속연구를 가능하게 할 것으로 기대한다.

본 연구의 한계로 지적할 수 있는 첫 번째 사항은 대안 인덱스의 높은 효율성이 무엇에 기인하는지에 대한 질문이다. 이러한 질문은 새로운 스마트 베타 투자방식에 대하여 투자자들이 가장 우려하는 점, 즉 우월한 과거의 성과가 앞으로도 유지될 수 있는지에 대한 여부에 대한 질문으로 이어질 수 있다고 하겠다. 이는 후속연구에서 강건성 분석과 더불어 스마트 베타 전략의 성과를 다각도로 살펴보는 분석이 필요하다는 것을 뜻한다. 경제상황에 따른 성과 분석, 시장상황에 따른 성과 분석 등을 통하여 상황에 따라 스마트 베타 투자전략이 차이를 보이는지 분석하여 여러 투자전략들이 과연 어떠한 리스크 요인에 반응하고 어디에 기인하는 성과를 창출하는지 파악할 수 있어야 한다. 이러한 분석은 스마트 베타 전략들의 결합과 급변하는 금융시장의 환경에 투자자들이 효과적으로 대응할 수 있는 기반을 마련해 줄 것이다. 아울러, 이러한 연구는 국내 주식시장의 리스크 요인을 확인할 수 있는 자료가 될 수 있다.

<Reference>

- 고봉찬, 김진우, "발생액 이상현상에 대한 위험평가," 증권학회지 2.36(2007): 425-461
- 윤보현, 최영민. "한국 주식시장에서의 대안 인덱스투자전략 연구." 선물연구 22.2 (2014): 285-308.
- Ang, Andrew, et al. "The cross-section of volatility and expected returns." The Journal of Finance 61.1 (2006): 259-299.
- Amenc, Noël, et al. "Asset allocation and portfolio construction." Handbook of Finance (2011).
- Amihud, Yakov. "Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects." Journal of financial markets 5.1 (2002): 31-56.
- Amihud, Yakov, and Haim Mendelson. "Asset pricing and the bid-ask spread." Journal of financial Economics 17.2 (1986): 223-249.
- Banz, Rolf W. "The relationship between return and market value of common stocks." Journal of financial economics 9.1 (1981): 3-18.
- Chopra, Vijay Kumar, and William T. Ziemba. "The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice." (1993): 6-11.
- Choueifaty, Yves, and Yves Coignard. "Toward maximum diversification." Journal of Portfolio Management 35.1 (2008): 40.
- Chow, Tzee-man, et al. "A survey of alternative equity index strategies." Financial Analysts Journal 67.5 (2011): 37-57.
- Clarke, Roger G., Harindra De Silva, and Steven Thorley. "Minimum-variance portfolios in the US equity market." The Journal of Portfolio Management 33.1 (2006): 10-24.
- Cooper, Michael J., Huseyin Gulen, and Michael J. Schill. "Asset growth and the cross-section of stock returns." The Journal of Finance 63.4 (2008): 1609-1651.
- Dybvig, Philip H., and Stephen A. Ross. "Differential information and performance measurement using a security market line." The Journal of finance 40.2 (1985):

383-399.

Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The value premium and the CAPM." *The Journal of Finance* 61.5 (2006): 2163-2185.

Fama, Eugene F., and Kenneth R. French. "The cross-section of expected stock returns." *The Journal of Finance* 47.2 (1992): 427-465.

Fernholz, Robert. "On the diversity of equity markets." *Journal of Mathematical Economics* 31.3 (1999): 393-417.

Grinold, Richard C. "Are Benchmark Portfolios Efficient?." *The Journal of Portfolio Management* 19.1 (1992): 34-40.

Haugen, Robert A., and Nardin L. Baker. "Commonality in the determinants of expected stock returns." *Journal of Financial Economics* 41.3 (1996): 401-439.

Jegadeesh, Narasimhan, and Sheridan Titman. "Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency." *The Journal of Finance* 48.1 (1993): 65-91.

Martellini, Lionel. "Toward the design of better equity benchmarks: Rehabilitating the tangency portfolio from Modern Portfolio Theory." *The Journal of Portfolio Management* 34.4 (2008): 34-41.

Pontiff, Jeffrey, and Artemiza Woodgate. "Share Issuance and Cross-sectional Returns." *The Journal of Finance* 63.2 (2008): 921-945.

Roll, Richard. "Ambiguity when performance is measured by the securities market line." *The Journal of finance* 33.4 (1978): 1051-1069.

Rosenberg, Barr, Kenneth Reid, and Ronald Lanstein. "Persuasive evidence of market inefficiency." *The Journal of Portfolio Management* 11.3 (1985): 9-16.

Sloan, R. "Do Stock Prices Fully Reflect Information in Accruals and Cash Flows about Future Earnings?(Digest Summary)." *Accounting review* 71.3 (1996): 289-315.