

이자율 기간구조모형에 기반한 국고채 포트폴리오 최적화는 추가적인 위험조정수익을 창출하는가?

이상현*

김명직**

2016년 5월: Preliminary

논문요약

2011년 유럽 재정위기 이후 안전자산으로의 회귀 현상 등으로 인하여 우리나라 국고채 수익률 기간구조의 모습은 하향추세이다. 이처럼 채권 시장에 우호적인 환경에서는 기존의 전략만으로도 충분히 수익창출이 가능하지만 모형에 기반한 전략을 사용할 경우 이용 가능한 정보를 효과적으로 활용함으로써 분산효과에 따른 위험 축소와 추가적인 수익 상승을 기대할 수 있다. 이에 본 연구는 동적 Nelson-Siegel (DNS) 모형을 사용하여 채권의 기대수익률과 공분산을 도출하고 평균-분산 최적화 문제를 풀어 포트폴리오의 만기별 투자비중을 결정한 후 그 투자성과를 주요 벤치마크 전략(단일만기, 만기보유, 사다리, 아령)과 비교한다. 미국 재무성증권 수익률에 적용한 Calderia, Moura, and Santos (2016)의 방법론을 이용하여 우리나라 국고채를 대상으로 분석한 결과는 다음과 같다: 첫째, 6-요인 DNS모형을 이용한 평균-분산 최적화 접근법이 기존 전략에 비해 대폭 개선된 위험조정수익률을 나타냈다. 특히 추가적인 수익률 상승폭에 비해 위험 감소폭이 더욱 확대되어 샤프비율(Sharpe ratio)이 전통적인 전략에 비해 0.5 정도 높은 약 1.7을 나타냈다. 둘째, 모형기반의 전략은 이용 가능한 정보를 최대한 활용함으로써 위험의 감소뿐만 아니라 수익의 증가를 동시에 가져왔다. 셋째, 기존문헌에서 많이 인용되는 3-요인 DNS모형은 우리나라 국고채의 실현수익률을 예측할 경우 위험과 수익간 상충관계를 제대로 설명하지 못하였다. 본 연구에서는 6-요인 DNS모형을 대안모형으로 하여 성과를 분석한 결과 설명력이 증가하고 위험조정수익이 실제로 상승함을 실증적으로 확인할 수 있었다. 따라서 실증분석결과는 최적화를 통한 적극적 채권포트폴리오 관리가 추가적인 위험조정수익률을 창출하기 위해서는 적용대상 데이터에 적합한 이자율기간구조 예측모형을 선택하는 것이 매우 중요함을 시사한다.

핵심 단어: 채권포트폴리오 관리, 동적 Nelson-Siegel 모형, 평균-분산 최적화, 채권기대수익률, 공분행렬, 샤프비율

JEL 분류기호:

* 주저자: 국회예산정책처 경제분석관, (e-mail) shlee725@gmail.com

** 교신저자: 한양대학교 경제금융대학 교수, (e-mail) mjkim@hanyang.ac.kr

1. 서론

최근 로보어드바이징¹ (Robo-advising)이 새로운 금융서비스분야로 주목을 받으면서 모형기반 최적포트폴리오관리전략에 대한 관심이 더욱 높아지고 있다. 기존의 최적포트폴리오관리전략에 관한 연구는 주로 주식포트폴리오관리분야에 크게 편중되고 있으며 Markowitz (1952)의 평균-분산 최적화 이론이 주요 방법론으로 사용되고 있다. 이때 평균에 해당하는 기대수익률이 매우 중요한 역할을 하게 되는데 주식의 경우 Fama-French 의 3-요인모형 또는 이의 확장모형이 이를 측정하는데 매우 유용한 것으로 알려져 있으며 Wealthfront 와 같은 로보어드바이징 회사의 경우에도 자사의 웹사이트를 통해 자신들이 예외가 아님을 설명하고 있다. 반면 모형기반 최적포트폴리오관리 전략을 적극적 채권포트폴리오에 응용하는 경우는 Elton *et al.* (2003) 같이 원론적인 교과서에서도 언급은 되고 있지만 기대수익률과 위험을 예측하는 적정한 모형에 대한 실증분석은 상대적으로 미진한 실정이다.²

이러한 겉을 줄이기 위해 Caldeira *et al.* (2016)은 동적 Nelson-Siegel 모형(Diebold and Li (2006))과 이의 대안적 변형모형들을 사용하여 예측한 채권의 기대수익률과 공분산행렬을 사용하여 평균-분산 최적포트폴리오를 구성하고 이러한 전략이 기존의 전통적인 채권투자전략의 성과에 비하여 우월한 성과를 나타내는지 실증분석하였다. 즉, 최적화를 위해서는 채권의 기대수익률을 예측하는 기간구조모형이 필요한데 기존문헌에서는 Vasicek 1-요인모형을 특수한 경우로 포함하는 일반적인 가우시안 이자율기간구조모형을 비롯하여 단순 시계열모형인 DNS 모형, 그리고 이에 무차익거래 제약조건을 부과한 모형들을 고려하였다. Caldeira *et al.* (2016)은 여러 변형된 3-요인 DNS 모형의 투자성과가 기존의 전략에 비해 더 높았음을 보여주었다. 우리나라의 경우에도 정희준(2007)은 적극적인 채권전략의 도구로써 DNS 모형을 이용한 바 있다.

그러나 이자율기간구조모형의 경우 3-요인 Nelson-Siegel 모형만으로는 수익률 구조의 복잡한 형태를 유연하게 기술하기 어려운 경우도 자주 관측되어 이를 좀더 유연하게 확장할 필요성이 제기되었으며 이는 자연스럽게 3-요인 Nelson-Siegel 모형의 확장으로 이어졌다. 대표적으로 Svensson (1994)은 곡도 요인을 하나 더 추가한 4-요인 DNS 모형을 제안하였고 de Rezende and Ferreira (2008)와 Christensen *et al.* (2008)은 3-요인 DNS 모형에 기울기와 곡도 요인을 더 추가한 5-요인 DNS 모형을 제안하였다.

이러한 배경하에서 본 연구는 모형에 기반한 채권투자전략이 우리나라에서도 국고채 투자성과를 높일 수 있는지 검토하고자 한다. 기존의 채권포트폴리오관리에 대한 연구는 이자율 면역전략등 위험관리 측면에 중점을 둔 연구와 채권운용전략관련 연구로 구분할 수 있다. 이자율 면역전략 관련 대표적인 연구로 정재만(2002)은 채권면역전략의 면역성과를 분석하였다. 또한 채권운용전략과 관련한 대표적인 연구로 김동석, 김인준, 이상구(2001)는 다요인 Cox-Ingersoll-Ross 모형이 우리나라 국채시장의 이자율 기간구조를 잘 반영함을 실증적으로 보여준 바 있다. 기존의 연구와 다른 각도에서 본 연구는 현물수익률 예측에 널리 이용되며 실무적으로 다루기 용이한 DNS 모형에 근거하여 채권포트폴리오 투자전략의 위험대비 수익 창출 가능성과 유효성을

¹ 로보어드바이징은 투자성향분석, 최적자산배분(모형포트폴리오 운영), 그리고 성과조회 서비스를 제공한다. 해외 로보어드바이징 서비스의 경우 행태재무학(behavioral finance)을 빅데이터분석과 접목하여 투자자의 위험 선호도를 최대한 정확히 파악하고 최신포트폴리오이론에 근거하여 자산배분하며 이를 투자로 실행하기 위해 저비용의 ETF와 인덱스 투자에 집중함으로써 운용보수를 낮추고 또한 컴퓨터에 의존하기 때문에 주기적이 아니라 거의 실시간으로 포트폴리오 재조정한다는 장점이 있는 것으로 알려져 있다. 따라서 이 분야의 신데렐라인 Betterment(뉴욕 소재), Wealthfront(캘리포니아 소재), Nutmeg(런던 소재), MoneyFarm (이태리 밀란 소재) 등뿐만 아니라 전통적인 재무자문서비스를 제공하던 Vanguard, Schwab, 그리고 Fidelity 등과 같은 대형사도 자동화된 투자 플랫폼제공에 참여하고 있다.

² 평균-분산 최적채권포트폴리오에 대한 연구는 Korn and Koziol (2006)와 Thornton and Valente (2012) 참조.

검토하고자 하였다. 실증분석 결과 우리나라 국고채 수익률의 시계열 동학을 설명할 수 있는 대표적인 모형 중 하나인 3-요인 DNS 모형은 현물수익률(spot rate) 예측할 때 큰 문제를 발생시키지 않을 수 있으나 채권의 실현수익률(realized return)을 예측할 경우에는 포트폴리오 구축의 기본원리인 위험-수익간 상충관계를 제대로 설명하지 못하여 큰 오차를 발생시킬 수 있음을 발견하였다. 이에 대한 대안으로 본 연구는 6-요인 DNS 모형을 제안하여 이 모형을 사용하는 경우 자료에서 관측되는 위험과 수익간 관계를 잘 설명할 수 있으며 더 나아가 투자성과를 개선할 수 있음을 실증분석을 통해 규명하고자 하였다.

실증분석결과를 요약하면 다음과 같다: 첫째, 6-요인 DNS 모형에 기반한 평균-분산 최적화를 적용하여 구축한 국고채 최적포트폴리오는 기존의 전략(단일만기, 만기보유, 아령, 사다리)보다 위험대비 수익률인 샤프비율을 크게 개선하였다. 둘째, 3-요인 DNS 모형은 국고채 수익률의 위험과 수익간 상충관계를 설명하는데 한계가 있으며 포트폴리오의 성과는 기존의 벤치마크 전략보다 낮은 위험대비 수익을 나타냈다. 셋째, 6-요인 DNS 모형이 3-요인 모형보다 포트폴리오 투자성과를 높인 가장 중요한 요인은 현물수익률(spot rate)의 예측오차를 줄여 일반적으로 만기가 길어질 수록 증폭되는 채권수익률(return)의 예측오차를 줄였기 때문으로 나타났다. 넷째, 투자전략별 누적수익률의 추이를 보면 바벨전략과 6-요인 DNS 모형의 전략이 유사하지만 6-요인 DNS 모형이 바벨전략보다 변동성이 낮아 안정적인 수익확보를 실현하였고 샤프비율의 상승을 가져오는 것으로 나타났다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장은 Caldeira *et al.* (2016)의 연구 방법론을 본 연구 목적에 적합하게 간략히 설명하고 3 장에서는 대안적 채권포트폴리오 전략의 투자성과에 관한 실증분석 결과를 제시한다. 4 장에서는 실증분석에 대한 안정성(robustness) 검토 결과를 설명한다. 5 장에서는 연구결과를 요약하고 결론 및 시사점과 향후 개선방안을 기술한다.

2. 방법론

2.1 동적 Nelson-Siegel 모형(3-요인)

Nelson and Siegel (1987)의 횡단면 기간구조 모형을 동태적으로 확장한 Diebold and Li (2006)의 DNS 모형은 3 개 요인(수준, 기울기, 곡도)의 확률동학을 기술하는 상태방정식, 그리고 3 개의 요인과 실제 현물수익률(spot rate)간의 관계를 나타내는 관측방정식으로 구성된다. 이와 같은 형태의 동학은 상태공간모형(state-space model)을 이용하여 표현할 수 있고 칼만필터법(Kalman filter)³ 을 이용하여 추정할 수 있다. 먼저 관측방정식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{pmatrix} y_t(\tau_1) \\ y_t(\tau_2) \\ \vdots \\ y_t(\tau_N) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1 - e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} & \frac{1 - e^{-\lambda\tau_1}}{\lambda\tau_1} - e^{-\lambda\tau_1} \\ 1 & \frac{1 - e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} & \frac{1 - e^{-\lambda\tau_2}}{\lambda\tau_2} - e^{-\lambda\tau_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1 - e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} & \frac{1 - e^{-\lambda\tau_N}}{\lambda\tau_N} - e^{-\lambda\tau_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_t \\ S_t \\ C_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_t(\tau_1) \\ \varepsilon_t(\tau_2) \\ \vdots \\ \varepsilon_t(\tau_N) \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기에서 L_t, S_t, C_t 는 각각 시간가변(time-varying)하는 수준, 기울기, 곡도요인을 의미한다.

³ 칼만필터를 이용하여 상태공간모형으로 표현한 동적요인모형의 추정 방법에 대한 상세한 내용은 김명직·장국현(2002)을 참고하기 바란다.

이를 다시 요약한 형태로 나타내면 식(2)와 같다.

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}(\lambda)\mathbf{f}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N(0, \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon), \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

여기에서 \mathbf{y}_t 는 $N \times 1$ 수익률 벡터를 의미하고 $\mathbf{A}(\lambda)$ 은 $N \times 3$ 은 요인이 수익률에 주는 영향을 측정하는 역할을 행렬(요인부하행렬)을 의미한다. \mathbf{f}_t 는 $[L_t S_t C_t]'$ 로써 3×1 요인 벡터이고 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 는 $N \times 1$ 측정오차를 나타내는 확률오차항이다. $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon$ 는 비대각원소가 모두 0인 대각행렬이다. 즉 서로 다른 만기 사이에는 측정오차간 상관관계가 없다고 가정한다. 상태변수인 수준, 기울기, 곡도 요인은 1차 벡터자기회귀(Vector Autoregressive: VAR(1)) 모형을 따른다고 가정한다. 따라서 상태방정식은 식(3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{f}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\boldsymbol{\mu} + \mathbf{A}\mathbf{f}_{t-1} + \boldsymbol{\eta}_t, \quad \boldsymbol{\eta}_t \sim N(0, \boldsymbol{\Sigma}_\eta), \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

여기에서 $\boldsymbol{\mu}$ 는 3×1 평균 벡터이고 \mathbf{A} 는 계수행렬을 나타낸다. $\boldsymbol{\Sigma}_\eta$ 은 요인의 확률적인 잡음을 나타내며 관측방정식에서와 마찬가지로 대각행렬의 형태를 가지며 요인 잡음간에는 상관관계가 없다고 가정한다.

상태공간모형으로 표현한 DNS 모형은 요인에 대하여 선형이므로 일반적인 칼만필터를 이용하여 모수를 추정할 수 있다. 칼만필터를 이용하여 추정하면 상태방정식에 따른 예측, 관측방정식에 따른 예측오차의 보정의 형식을 반복적으로 수행하며 파라미터 추정치뿐만 아니라 미관측요인(latent factor) 추정치를 얻을 수 있다. 칼만필터를 초기화하기 위해서 보통 $\mathbf{f}_{1|0} = \boldsymbol{\mu}$ and $\mathbf{v}_{1|0} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_\eta$ 을 이용한다. 우선 상태방정식을 예측과정은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_{t|t-1} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\boldsymbol{\mu} + \mathbf{A}\mathbf{f}_{t-1|t-1}, \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_{t|t-1} = \mathbf{A}\mathbf{v}_{t-1|t-1}\mathbf{A}' + \boldsymbol{\Sigma}_\eta, \quad (5)$$

요인 예측값을 이용하여 실제 수익률과의 비교함으로써 다음과 같이 예측오차와 예측오차의 공분산행렬을 계산할 수 있다.

$$\mathbf{e}_{t|t-1} = \mathbf{y}_t - \mathbf{A}(\lambda)\mathbf{f}_{t|t-1}, \quad (6)$$

$$\mathbf{e}\mathbf{v}_{t|t-1} = \mathbf{A}(\lambda)\mathbf{v}_{t|t-1}\mathbf{A}'(\lambda) + \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon, \quad (7)$$

예측오차 공분산 행렬은 예측값의 불확실성을 반영하며 이러한 정보가 반영된 칼만이득(Kalman gain) $\mathbf{K}_t = \mathbf{v}_{t|t-1}\mathbf{A}(\lambda)'\mathbf{e}\mathbf{v}_{t|t-1}^{-1}$ 을 이용하여 식(8)과 (9)와 같이 예측값을 갱신하는 과정을 거친다.

$$\mathbf{f}_{t|t} = \mathbf{f}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t\mathbf{e}_{t|t-1}, \quad (8)$$

$$\mathbf{v}_{t|t} = \mathbf{v}_{t|t-1} - \mathbf{K}_t\mathbf{A}(\lambda)\mathbf{v}_{t|t-1}, \quad (9)$$

이와 같이 상태벡터를 예측·갱신하는 칼만 알고리즘을 통해 계산할 수 있는 조건부 예측오차와 이의 공분산행렬을 이용하여 다음과 같이 대수우도함수를 계산할 수 있다

$$\ell(\theta) = -\frac{NT}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |ev_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T e'_t (ev_t)^{-1} e_t, \quad (10)$$

여기에서 θ 는 추정할 모수를 나타낸다. 매 시점 계산한 대수우도함수를 모두 합한 후 수치최적화 과정을 이용하여 극대화하게 된다.

2.2 동적 Nelson-Siegel 모형(6-요인)

우리나라의 국고채 수익률 기간구조는 시계열이 시작되는 2000년 초반에 가장 높은 수준을 기록했고 그 이후로 지속적으로 하락하는 추세를 보이고 있다. 또한 대략적인 추세를 기준으로 볼 때 대내외 충격에 반응하여 국지적인 등락이 나타나고 있다. 특히 2008년 글로벌 금융위기 기간을 제외하면 만기가 길어질수록 변동성이 높아지는데 이는 장기 현물수익률 예측을 어렵게 하는 요인이기도 하다. 이와 같은 경우 3-요인 DNS 모형은 특히 중장기 현물 수익률 예측에서 낮은 성과를 가져올 수 있으므로 이를 대체할 수 있는 개선된 모형의 필요성이 제기된다. 이러한 문제의식에서 de Rezende (2011)는 6-요인 DNS 모형이 기존 3-요인 모형보다 중장기 예측성능을 크게 높였음을 보여주었다. 따라서 본 연구에서는 3-요인 DNS 모형 외에 중장기 현물수익률 예측에서 우수한 예측성능을 거둔 6-요인 DNS 모형을 추가적으로 고려한다. 6-요인 DNS 모형은 수준 요인 1개, 기울기 요인 2개, 곡도 요인 3개로 요인부하(factor loading) 행렬이 구성되며 i 번째 행인 $\Lambda(\lambda_1, \lambda_2, \tau_i)$ 를 식(11)과 같이 나타낸다.

$$\left[1 \quad \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_i}}{\lambda_1 \tau_i} \quad \frac{1 - e^{-\lambda_2 \tau_i}}{\lambda_2 \tau_i} \quad \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_i}}{\lambda_1 \tau_i} - e^{-\lambda_1 \tau_i} \quad \frac{1 - e^{-\lambda_2 \tau_i}}{\lambda_2 \tau_i} - e^{-\lambda_2 \tau_i} \quad \frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau_i}}{\lambda_1 \tau_i} - e^{-2\lambda_1 \tau_i} \right] \quad (11)$$

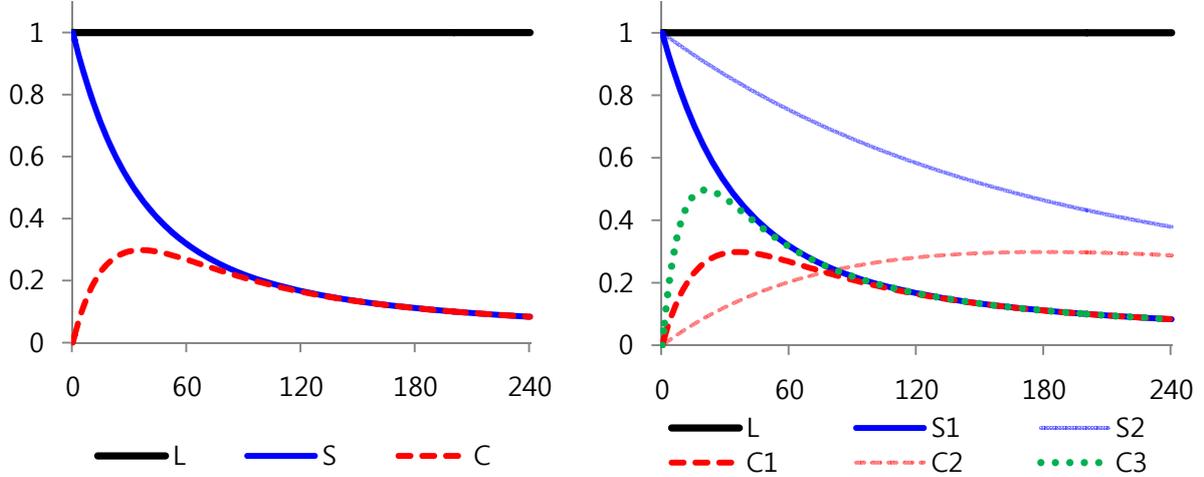
여기에서 τ_i 는 i 번째 만기를 나타내며 λ_1, λ_2 는 두 개의 요인부하 파라미터(time decaying parameters)이다. 요인부하 행렬 $\Lambda(\lambda_1, \lambda_2, \tau_i)$ 과 요인의 추가에 따른 상태방정식의 계수행렬과 공분산행렬의 차원을 확장하는 것을 제외하면 기본적인 골격은 3-요인 DNS 모형과 동일하다.

3-요인 및 6-요인 DNS 모형의 차이는 요인부하행렬의 차이에서 비롯된다. <그림 1>은 두 모형의 만기에 따른 요인부하(factor loading)의 변화를 나타낸다. 3-요인 DNS 모형 경우 수준요인은 모든 만기에 걸쳐 영향을 주지만 기울기 요인은 주로 단기에 영향을 주고 곡도 요인은 중기에 영향을 크게 주고 있다. 특히 장기금리의 경우 주로 수준요인에 의해 결정된다. 그러나 수익률 곡선이 우상향하는 단조증가 형태를 보이지 않을 경우 단순히 3-요인 만으로는 수익률 곡선의 다양한 모습을 설명할 때 어려움이 따를 수 있다. 이와 같은 단점을 보완하기 위해서는 상태변수인 기울기나 곡도 요인을 추가적으로 고려할 수 있다. 6-요인 DNS 모형은 단기와 중기뿐만 아니라 장기 금리도 추가적인 기울기와 곡도 요인에 의해 설명될 수 있도록 확장되었다. 따라서 λ_2 가 추가됨으로써 6-요인 DNS 모형의 설명력이 자료의 특성에 따라 단기와 중기는 물론 장기까지 확대될 가능성이 있다.

<그림 1> 만기 변화에 따른 DNS 모형의 요인설명력

3-요인 DNS 모형

6-요인 DNS 모형



주: L, S, C 는 각각 수준(level), 기울기(slope), 곡도(curvature)를 의미한다. X 축은 잔존만기(월)를 나타낸다. 예시목적으로 3 요인 모형의 경우 $\lambda = 0.05$ 이고 6 요인 모형의 경우에는 $\lambda_1 = 0.05, \lambda_2 = 0.01$ 이다.

2.3 채권의 기대수익률과 공분산

Markowitz (1952)의 평균-분산 최적화를 이용하여 최적 투자비중을 산출할 때 필요한 자료는 개별 채권의 기대수익률 (expected return)과 공분산 행렬(covariance matrix)이다. 그러나 이자율 기간구조모형은 현물 수익률(yields)를 모형화하기 때문에 채권의 기대수익률과 공분산 행렬은 별도로 도출하여야 한다. Caldeira *et al.* (2016)에 따르면 채권의 기대수익률 벡터와 조건부 공분산 행렬은 DNS 모형을 칼만필터법을 이용하여 추정할 때 생성되는 중간결과를 활용하여 나타낸다. 우선 식(1)과 (2)로부터 채권의 현물수익률(expected yields) $y_{t|t-1}$ 는 정규분포 $N(\mu_{y_{t|t-1}}, \Sigma_{y_{t|t-1}})$ 를 따르며 이의 평균과 분산은 각각 식(12), (13)과 같다.

$$\mu_{y_{t|t-1}} = A f_{t|t-1}, \quad (12)$$

$$\Sigma_{y_{t|t-1}} = A(\Sigma_{\eta} + A v_{t-1|t-1} A') A' + \Sigma_{\varepsilon} \quad (13)$$

여기에서 $f_{t|t-1} = E_{t-1}[f_t]$ 와 $v_{t-1|t-1} = Var_{t-1}[f_{t-1}]$ 은 각각 $(t-1)$ 시점 조건부 미관측 요인 추정치와 그 불확실성(uncertainty)인 분산추정치를 의미한다.

τ 기간 후 1 원을 받는 채권의 t 시점 가격은 $P_t^{(\tau)} = \exp\{-\tau \cdot y_t^{(\tau)}\}$ 이고 시간이 지남에 따라 잔존만기가 감소하는 관계를 이용하여 채권의 월별 로그수익률(log return)을 표현하면 식(14)와 같다.

$$r_t^{(\tau)} = \log\left(\frac{P_t^{(\tau-\frac{1}{12})}}{P_{t-1}^{(\tau)}}\right) = \log P_t^{(\tau-\frac{1}{12})} - \log P_{t-1}^{(\tau)} = -\left(\tau - \frac{1}{12}\right) \otimes y_t^{(\tau-\frac{1}{12})} + \tau \otimes y_{t-1}^{(\tau)} \quad (14)$$

여기에서 \otimes 은 Hadamard 곱(multiplication)으로 동일한 행과 열의 원소를(elementwise) 곱하는 연산자이다.

$\mathbf{y}_{t|t-1} \sim N(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{y}_{t|t-1}}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}_{t|t-1}})$ 이므로 채권의 기대로그수익률벡터(vector of expected log returns) $\mathbf{r}_{t|t-1}^{(\tau)}$ 의 분포는 $N(\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{r}_{t|t-1}}^{(\tau)}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{r}_{t|t-1}}^{(\tau)})$ 이며 이의 평균벡터와 공분산행렬은 각각 식(15), (16)과 같이 나타낼 수 있다⁴.

$$\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{r}_{t|t-1}}^{(\tau)} = E_{t-1} \left[-\left(\tau - \frac{1}{12}\right) \otimes \mathbf{y}_t^{(\tau - \frac{1}{12})} + \tau \otimes \mathbf{y}_{t-1}^{(\tau)} \right] = -\left(\tau - \frac{1}{12}\right) \otimes \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{y}_{t|t-1}}^{(\tau - \frac{1}{12})} + \tau \otimes \mathbf{y}_{t-1}^{(\tau)} \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{r}_{t|t-1}}^{(\tau)} = \left(\tau - \frac{1}{12}\right) \left(\tau - \frac{1}{12}\right)' \otimes \left[\boldsymbol{\Lambda}^{(\tau - \frac{1}{12})} (\boldsymbol{\Sigma}_\eta + \mathbf{A} \mathbf{v}_{t-1|t-1} \mathbf{A}')^{(\tau - \frac{1}{12})} \boldsymbol{\Lambda}^{(\tau - \frac{1}{12})'} + \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon^{(\tau - \frac{1}{12})} \right] \quad (16)$$

여기에서 상첨자 $(\tau - \frac{1}{12})$ 는 잔존만기가 τ 에서 $(\tau - \frac{1}{12})$ 로 $\frac{1}{12}$ 년(즉, 1 개월) 감소함을 의미한다. 따라서 $\boldsymbol{\Lambda}^{(\tau - \frac{1}{12})}$ 는 τ 에서 $\frac{1}{12}$ 년 감소한 잔존만기 벡터로부터 산출한 요인부하 행렬이며 $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon^{(\tau - \frac{1}{12})}$ 는 관측방정식의 확률오차항의 공분산행렬 중 잔존만기 $(\tau - \frac{1}{12})$ 에 해당하는 부분이다.⁵

2.4 평균-분산 포트폴리오 최적화

투자자는 개개인의 위험과 기대수익률에 대한 성향을 나타내는 기대효용을 극대화함으로써 만기별 투자비중을 결정한다. 식(17)은 투자자의 기대효용 극대화 문제를 최소화 문제로 형식으로 표현한 것이다. 따라서 투자자는 기대수익률을 고려하여 포트폴리오의 위험을 가장 작게 하는 만기별 투자비중(\mathbf{w}_t)을 결정한다. 이 때 투자비중의 합은 100%이고 공매도는 허용하지 않는 것으로 가정하므로 개별 만기물의 투자비중은 항상 0 보다 크거나 같다.

$$\min_{\mathbf{w}_t} \mathbf{w}_t' \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{r}_{t|t-1}} \mathbf{w}_t - \frac{1}{\delta} \mathbf{w}_t' \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{r}_{t|t-1}} \quad (17)$$

s.t.

$$\mathbf{w}_t' \mathbf{1} = 1, \mathbf{w}_t \geq 0$$

여기에서 $\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{r}_{t|t-1}}$ 와 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{r}_{t|t-1}}$ 는 각각 $t-1$ 시점에 예측한 t 시점의 기대수익률벡터와 공분산행렬을, 그리고 $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]'$ 을 나타낸다. δ 는 위험회피(risk aversion) 계수이다. δ 값이 크면 투자자는

⁴ 식(16)을 도출하기 위해서는 먼저 공분산행렬의 정의식 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{r}_{t|t-1}}^{(\tau)} = E_{t-1} \left[\left(\mathbf{r}_t^{(\tau)} - E_{t-1} \left[\mathbf{r}_t^{(\tau)} \right] \right) \left(\mathbf{r}_t^{(\tau)} - E_{t-1} \left[\mathbf{r}_t^{(\tau)} \right] \right)' \right]$ 을 정리하여 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{r}_{t|t-1}}^{(\tau)} = \left(\tau - \frac{1}{12}\right) \left(\tau - \frac{1}{12}\right)' \otimes E_{t-1} \left[\left(\mathbf{y}_t^{(\tau - \frac{1}{12})} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{y}_{t|t-1}}^{(\tau - \frac{1}{12})} \right) \left(\mathbf{y}_t^{(\tau - \frac{1}{12})} - \boldsymbol{\mu}_{\mathbf{y}_{t|t-1}}^{(\tau - \frac{1}{12})} \right)' \right]$ 으로 나타낸다. 식의 우변은 $t-1$ 기 조건부 예측오차의 공분산행렬 $\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{y}_{t|t-1}}^{(\tau - \frac{1}{12})}$ 을 포함하고 있으므로 식(13)을 이용하여 표현한다.

⁵ 관측방정식에서는 만기가 달라짐에 따라 그에 따른 요인부하행렬을 산출할 수 있지만 확률오차항의 공분산행렬은 실제관측치가 존재하는 주요만기(3,6,..., 240)로만 구성되어 있다. 즉 만기가 달라짐에 따라 자동적으로 해당 만기에 대응되는 공분산행렬을 산출할 수 없다. 따라서 이 경우 3차 스플라인 보간법(cubic spline interpolation)을 이용하여 $\frac{1}{12}$ 년 감소한 잔존만기에 해당하는 값을 산출하였다.

상대적으로 소극적(passive)이며 기대수익률의 극대화보다는 포트폴리오 위험의 축소에 더 큰 가치를 둔다. 반대로 δ 값이 작으면 투자자는 상대적으로 적극적인(active)이며 포트폴리오의 위험 축소보다는 기대수익률의 극대화를 추구한다. 극단적으로 δ 값이 무한대이면 투자자는 분산최소화(global minimum variance) 전략을 취하게 되며 기대수익률은 전혀 고려하지 않고 포트폴리오의 위험만 최소화한다.

채권포트폴리오의 듀레이션은 포트폴리오를 구성하는 종목들의 가중평균 만기를 의미하는데 이는 투자기간이나 위험허용도 또는 자산과 부채의 현금흐름 일치와 관련하여 중요한 의미를 가진다. 따라서 포트폴리오의 기대수익률과 위험외에도 목표듀레이션(target duration)을 추가적으로 고려하는 투자자는 제약조건으로써 포트폴리오의 듀레이션이 목표듀레이션과 일치하도록 식(17)의 최소화 문제에 식(18)과 같은 제약조건을 추가한다.

$$\mathbf{w}'_t \mathbf{d} = d^{Target} \quad (18)$$

여기에서 \mathbf{d} 는 만기별 듀레이션을 벡터로 나타낸 것이고 d^{Target} 은 목표듀레이션을 의미한다.

2.5 전통적인 채권전략

DNS 모형에 기반한 포트폴리오 최적화에 따른 성과를 비교하기 위하여 전통적인 채권전략 중 관련 문헌이나 교과서에 자주 소개된 단일만기(bullet), 만기보유(buy and hold), 아령(barbell), 사다리(ladder) 전략을 비교전략으로 선택하였다. 실제 채권시장에는 고도의 전문가 집단이 참여하므로 위에 열거한 전략을 그대로 사용하지 않고 독자적인 모형이나 경험을 활용하여 경제상황 변화에 대응한 전략(수익률 곡선의 기울기나 장단기 금리차이 등을 예측)을 적용하고 있다. 그러나 이와 같은 전략을 계량모형 안에서 일반화하는 것은 어렵기 때문에 시장을 대표하기 위한 목적이 아니라 투자성적을 비교(벤치마크)하는 목적으로 전통적인 전략을 기존 혹은 벤치마크 전략으로 정하였다⁶.

단일만기 전략은 특정 만기를 계속 유지하며 듀레이션을 일정하게 유지하는 전략이다. 예를 들어 5년 단일만기 전략은 매월 5년물 국고채를 매입하되 전월에 매입했던 국고채는 매도하는 형식이다. 만기보유 전략은 특정 만기의 채권을 매입 후 만기까지 보유하여 만기수익률(yield to maturity; YTM)을 획득하는 전략이다. 이 때 최소 매입 시점을 제외하고는 거래비용이 발생하지 않는 장점이 있다. 따라서 최초 매입시 만기수익률이 높은 종목을 선택하게 된다. 아령 전략은 포트폴리오의 구성 채권을 단기채와 장기채 두 가지에 집중하여 만기를 구성하는 전략이다. 중기채를 제외시키고 단기채와 장기채만으로 구성하면, 수익성이 낮지만 유동성이 높고 금리변동 위험이 낮은 단기채의 장점과 반대로 위험은 높지만 상대적으로 고금리인 장기채의 장점이 잘 조화되어 유동성과 수익성이 동시에 확보될 수 있는 이점이 있다. 본 연구에서는 아령 전략을 1년물과 20년물에 동일한 비중으로 투자하는 것으로 가정하였다. 사다리 전략은 모든 만기에 동일한 투자비중을 부여함으로써 금리변동 위험을 분산시켜 평준화하고 수익성도 일부 확보하는 전략이다. 이 전략은 동일한 투자비중을 유지하면 되므로 금리예측은 필요 없다는 장점이 있다.

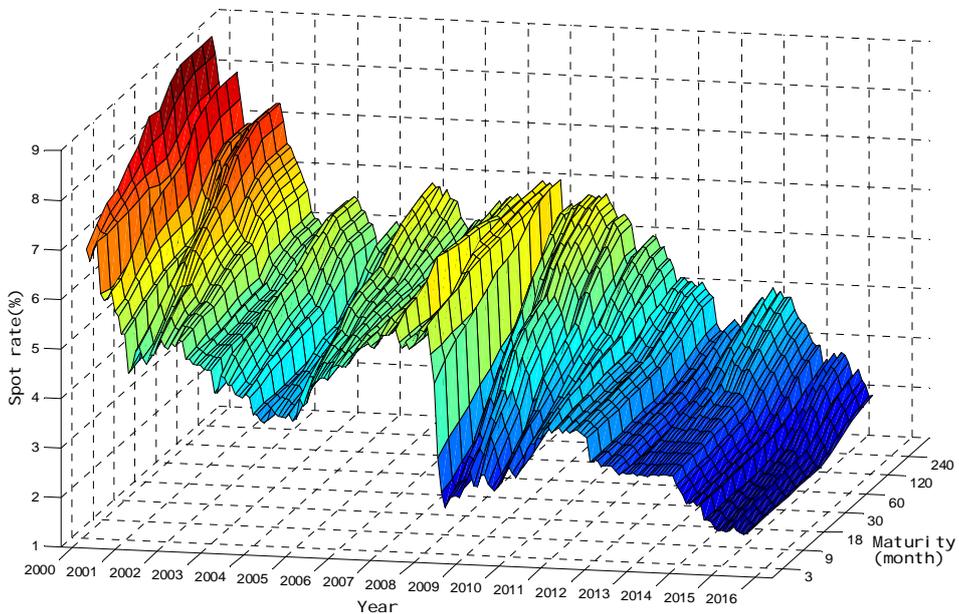
⁶ 이하에서는 문맥에 따라 전통적인 채권전략이란 용어뿐만 아니라 동일한 의미를 가지는 기존전략 또는 벤치마크 전략이란 용어를 혼용하기로 한다.

3. 실증분석

3.1 자료

분석 자료는 전체 표본기간이 2000년 9월부터 2016년 3월까지(총 187개월)인 국고채 현물수익률 기간구조이며 월말자료이다. 만기는 3, 6, 9, 12, 18, 24, 30, 36, 60, 84, 120, 180, 240월로 총 13개이다⁷. 모형의 파라미터를 추정하기 위한 내표본(in-sample) 기간은 2000년 9월부터 2010년 12월까지이고 성과를 비교하기 위한 외표본(out-of-sample)은 2011년 1월부터 2016년 3월까지이다. 국고채는 이표채(coupon bond)로 발행되지만 본 연구는 Korn and Koziol (2006), Caldeira *et al.* (2016)과 같이 투자대상을 할인채(zero coupon bond)로 가정하고 투자분석을 한다. 할인채를 사용함으로써 서로 다른 만기가 포트폴리오 분산효과에 미치는 영향을 직관적으로 분석할 수 있기 때문이다.

<그림 2> 국고채 현물수익률 기간구조



주: 표본기간은 2000년 9월부터 2016년 3월까지이며 X 축은 연도 Y 축은 월단위로 표시한 잔존만기를 나타낸다.

<그림 2>는 만기별 국고채 현물수익률과 무위험 이자율의 대응치인 콜금리를 나타낸다. 국고채 현물수익률의 기간구조는 시간이 지남에 따라 우하향 추세를 보이지만 국지적인 등락이 심한 모습을 보이고 있다. 국고채 현물 수익률은 모든 만기에 걸쳐 2000년 9월에 가장 높은 수준을 기록했고 이후 2000년 초반까지 하락하였다가 2008년 글로벌 금융위기 직전까지 상승하였다. 그러나 2008년 글로벌 금융위기에 대응한 확장적 통화정책의 결과로 단기금리가 급격히 낮아져 기간구조의 기울기가 가파르게 형성되었다. 이후 2000년 후반에는 금리 상승 추세도 일부 발견되지만 전반적으로 우하향 추세를 나타내고 있다. 또한 2013년 중반에는 벤 버냉키 미국 연방준비제도이사회(FRB) 의장의 출구전략 발언에서 촉발한 장기금리의 급등이

⁷ 자료의 출처는 KIS pricing의 KIS-NET이다.

관측되기도 한다⁸. 기간구조 횡단면의 모습은 매우 다양한 형태가 관측되는데 우상향하는 단조증가 형태뿐만 아니라 장단기 수익률의 차이가 작은 평평한 구간, 단기물에 비해 장기물이 높은 경사진 구간 등이 관측된다. 그러나 수익률 곡선의 모습을 통해 수익률의 전반적인 움직임을 알 수 있지만 만기별 수익률의 특성을 개별적으로 파악하는 것은 쉽지 않다. 그래서 만기별 현물수익률과 무위험이자율의 대응치로 사용하는 콜금리의 시계열적 특성을 파악하기 위하여 <그림 3>에는 이들의 개별적인 추이를 예시하였고 <표 1>에는 이들의 기초통계량을 보고하였다.

기초통계량을 보면 우선 만기가 증가할수록 평균값이 크고 변동성이 높게 나타나는 일반적인 관계가 나타났다. 표본기간 동안 최대값과 최소값은 각각 표본기간의 시작점과 종료시점에 해당하는 값이다. 이는 <그림 3>에서도 쉽게 확인된다. 모든 수익률의 왜도(skewness)가 양(+)으로 나타났는데 이는 표본기간 초기에 높은 수준의 수익률이 관측된 것에 기인한다. 첨도(kurtosis)는 3 보다 작으므로 수익률이 정규분포한다는 가설을 기각하지는 못하였다. 1 차 자기상관함수값이 0.95 이상이므로 이자율은 매우 지속적임을 알 수 있다. 또한 시차를 늘려도 시계열 상관관계가 쉽게 소멸되지 않았다. 단 시차가 1 인 경우 장기보다 단기에서 지속성이 높지만 시차가 12, 24, 36 으로 증가할 경우 단기보다 장기에서 지속성이 높았다. 이후 포트폴리오의 초과수익률을 계산할 때 사용되는 무위험 이자율의 대응치로써 콜금리를 선택하였는데 콜금리의 시계열적 특성은 수준과 변동성 등 전체적인 스케일이 작아진 점을 제외하면 국고채 3 개월물과 유사한 것으로 보인다.

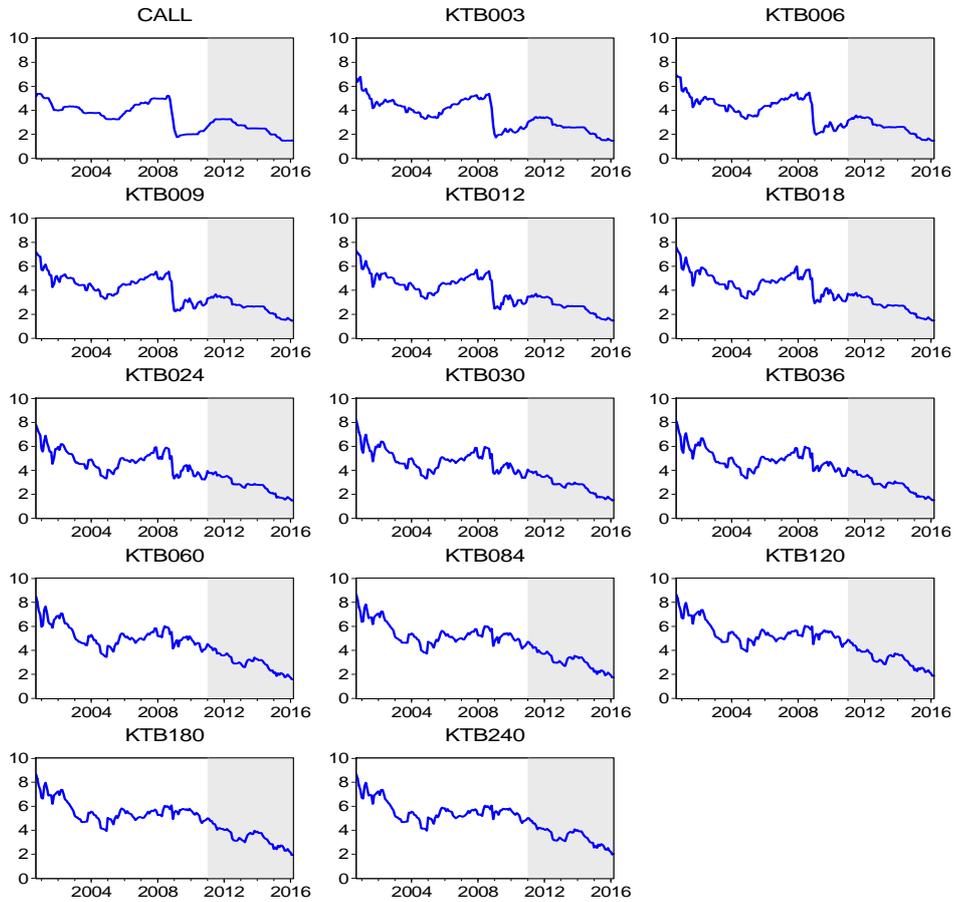
<표 1> 기초통계량

표의 내용은 콜금리와 만기별 국고채 현물수익률(%)의 기초통계량이다. 표본기간은 2000 년 9 월부터 2016 년 3 월까지이며 관측치 개수는 187 개이다.

종목	평균	표준 편차	최소	최대	왜도	첨도	자기상관함수(ACF)			
							$\hat{\rho}(1)$	$\hat{\rho}(12)$	$\hat{\rho}(24)$	$\hat{\rho}(36)$
CALL	3.38	1.10	1.48	5.39	0.00	1.88	0.98	0.48	0.12	0.03
KTB003	3.57	1.24	1.46	6.79	0.20	2.21	0.96	0.49	0.18	0.07
KTB006	3.67	1.25	1.46	6.96	0.18	2.27	0.96	0.51	0.22	0.10
KTB009	3.77	1.27	1.47	7.19	0.17	2.35	0.95	0.53	0.26	0.13
KTB012	3.84	1.27	1.47	7.29	0.17	2.44	0.95	0.55	0.29	0.14
KTB018	3.99	1.30	1.48	7.59	0.12	2.54	0.95	0.57	0.33	0.15
KTB024	4.09	1.32	1.48	7.78	0.07	2.60	0.94	0.58	0.34	0.15
KTB030	4.16	1.34	1.49	8.16	0.06	2.72	0.94	0.59	0.35	0.15
KTB036	4.23	1.35	1.50	8.12	0.02	2.72	0.94	0.60	0.35	0.14
KTB060	4.47	1.40	1.58	8.49	0.05	2.78	0.95	0.60	0.33	0.14
KTB084	4.65	1.41	1.73	8.66	0.05	2.80	0.95	0.61	0.33	0.15
KTB120	4.79	1.39	1.88	8.66	0.07	2.83	0.95	0.60	0.32	0.15
KTB180	4.88	1.35	1.94	8.66	0.02	2.85	0.95	0.59	0.30	0.13
KTB240	4.93	1.33	1.99	8.66	0.02	2.87	0.95	0.58	0.29	0.14

⁸ 벤 버냉키 미국 연방준비제도(FRB) 의장 2013년 5월 22일 양적완화(QE) 축소를 시사하였고 같은 해 6월 19일 장래에 양적완화 규모를 축소, 중단하겠다는 계획을 발표하였다. 이로 인하여 전세계 금융시장이 요동을 쳤고 미국은 물론 우리나라를 포함한 신흥국의 장기 국채금리가 급등한 바 있다.

<그림 3> 콜금리와 만기별 국고채 현물수익률



주: CALL 은 무위험 이자율의 대응치인 콜금리이고 KTB 는 국고채, KTB 뒤의 숫자는 만기(월)를 나타내며 회색음영은 외표본기간(2011년 1월부터 2016년 3월까지) 표시한다. Y 축의 단위는 %이다.

3.2. 모수 추정

내표본 기간인 2000년 9월부터 2010년 12월까지의 자료를 대상으로 DNS 모형의 모수를 최우추정법(maximum likelihood estimation)을 이용하여 추정하였다. <표 2>는 DNS 모형의 모수 추정 결과를 정리한 것이다. 내표본 적합도의 대표적인 판단 기준인 대수우도함수값($\log L$)을 보면 6-요인 모형의 내표본 적합도가 3-요인 모형보다 더 높은 것으로 나타났다. 따라서 우리나라 국고채 수익률 곡선의 동학을 설명할 경우 6-요인 모형이 3-요인 모형보다 더 적합한 것으로 판단되며 이는 모수의 개수가 증가한 것에 대해 벌칙(penalty)을 부여하는 AIC (Akaike information criteria)와 BIC (Bayesian information criteria)같은 정보기준에서도 확인 가능하다.

3-요인 모형의 경우 수준요인과 기울기요인의 자기회귀계수($a_{ii}, i = 1, \dots, 6$)는 지속적인(persistent) 특징을 나타내지만 곡도 요인의 경우 상대적으로 덜 지속적이다. 6-요인 모형의 경우에도 추정결과는 비슷하지만 곡도 요인의 지속성이 3-요인 모형의 경우보다 상대적으로 높다. 비조건부 평균 모수($\mu_i, i = 1, \dots, 6$) 추정치는 두 모형 모두 수준요인과 기울기요인의 특징을 잘 반영하는 것으로 보인다. 요인부하 모수(λ) 추정치는 모두 통계적으로 매우 유의하며 3-요인 모형의 요인부하 모수 추정치는 6-요인 모형의 요인부하 모수(λ_1, λ_2) 두 값 사이에 위치한다.

<표 2> DNS 모형 추정 결과

이 표는 내표본기간(2000년 9월부터 2010년 12월까지)의 국고채 현물수익률을 대상으로 3-요인 및 6-요인 DNS 모형의 모수를 추정한 결과를 정리한 것이다.

모수	3-요인 DNS 모형		6-요인 DNS 모형	
	추정치	표준오차	추정치	표준오차
a_{11}	0.9771	0.0244	0.9930	0.0090
a_{22}	0.9438	0.0267	0.9848	0.0126
a_{33}	0.7115	0.0652	0.9796	0.0140
a_{44}			0.9482	0.0293
a_{55}			0.9826	0.0161
a_{66}			0.8860	0.0475
μ_1	0.0630	0.0096	0.0581	0.0181
μ_2	-0.0199	0.0060	-0.0203	0.0111
μ_3	-0.0019	0.0024	0.0039	0.0069
μ_4			-0.0078	0.0172
μ_5			0.0159	0.0256
μ_6			0.0046	0.0051
$\sigma_{\varepsilon,3}^2$	2.43×10^{-6}	4.44×10^{-7}	1.05×10^{-6}	2.78×10^{-7}
$\sigma_{\varepsilon,6}^2$	4.40×10^{-7}	1.01×10^{-7}	9.06×10^{-8}	4.06×10^{-8}
$\sigma_{\varepsilon,9}^2$	3.08×10^{-8}	2.29×10^{-8}	5.47×10^{-8}	2.67×10^{-8}
$\sigma_{\varepsilon,12}^2$	2.14×10^{-7}	6.79×10^{-8}	1.36×10^{-7}	8.89×10^{-8}
$\sigma_{\varepsilon,18}^2$	3.43×10^{-7}	1.67×10^{-7}	2.51×10^{-7}	3.13×10^{-7}
$\sigma_{\varepsilon,24}^2$	1.21×10^{-7}	7.97×10^{-8}	1.44×10^{-7}	1.71×10^{-7}
$\sigma_{\varepsilon,30}^2$	2.98×10^{-7}	1.33×10^{-7}	1.27×10^{-7}	3.10×10^{-7}
$\sigma_{\varepsilon,36}^2$	6.80×10^{-7}	2.64×10^{-7}	2.65×10^{-7}	5.59×10^{-7}
$\sigma_{\varepsilon,60}^2$	1.49×10^{-6}	3.24×10^{-7}	5.75×10^{-7}	1.82×10^{-7}
$\sigma_{\varepsilon,84}^2$	1.04×10^{-6}	1.86×10^{-7}	3.04×10^{-7}	1.91×10^{-7}
$\sigma_{\varepsilon,120}^2$	7.63×10^{-7}	1.38×10^{-7}	2.45×10^{-7}	1.14×10^{-7}
$\sigma_{\varepsilon,180}^2$	3.84×10^{-17}	1.27×10^{-12}	4.42×10^{-8}	3.50×10^{-8}
$\sigma_{\varepsilon,240}^2$	5.07×10^{-7}	9.57×10^{-8}	1.02×10^{-8}	1.16×10^{-8}
$\sigma_{\eta,1}^2$	8.96×10^{-6}	1.27×10^{-6}	6.50×10^{-6}	1.59×10^{-6}
$\sigma_{\eta,2}^2$	1.75×10^{-5}	2.45×10^{-6}	6.55×10^{-6}	1.78×10^{-6}
$\sigma_{\eta,3}^2$	5.48×10^{-5}	8.37×10^{-6}	3.96×10^{-6}	1.19×10^{-6}
$\sigma_{\eta,4}^2$			1.23×10^{-4}	3.97×10^{-5}
$\sigma_{\eta,5}^2$			4.50×10^{-5}	9.82×10^{-6}
$\sigma_{\eta,6}^2$			4.30×10^{-5}	1.30×10^{-5}
λ_1	0.7115	0.0340	0.8380	0.0399
λ_2			0.1097	0.0076
$\log L$	10276.9		10641.7	
k	23		33	
AIC	-20507.8		-21217.4	
BIC	-20383.9		-21039.7	

2 개의 정보기준(information criteria)의 산식은 다음과 같다.

$$AIC = -2\log L + 2k, \quad BIC = -2\log L + k \log(NT), \quad N = 13(\text{만기}), \quad T = 124(\text{월})$$

특히 6-요인 모형에서 요인부하 모수를 2 개로 설정하는 것의 의미를 살펴볼 필요가 있다. λ 가 크면 주로 기울기요인과 곡도요인은 주로 만기가 짧은 구간에 큰 영향을 주고 반대로 λ 가 작으면 상대적으로 긴 만기에 영향을 준다. 따라서 6-요인 모형의 λ_1 과 λ_2 의 추정치는 각각 0.8380,

0.1097 인데 이는 단기와 장기에 큰 영향을 준다는 것을 의미하며 이 두 값의 조합됨으로써 중기에도 영향을 크게 주게 된다. 이에 반해 3-요인 모형의 λ 는 0.7115로 추정되었고 이는 장단기 설명력을 높이기 위해 λ_1 와 λ_2 사이의 절충된 값을 나타내는 것으로 이해할 수 있다. 따라서 3-요인 모형의 경우 만기가 긴 구간에서의 설명력이 상대적으로 낮을 수 있음을 시사한다.

3.3 포트폴리오 분석

본 연구는 월별 수익률을 이용하여 포트폴리오의 투자성과를 비교한다. 따라서 먼저 식(14)를 이용하여 국고채의 만기별 실현 수익률(realized bond returns)을 계산할 필요가 있다. 이 때 관측치가 존재하는 13 개의 만기의 실현 수익률을 계산하기 위해서는 1 개월부터 240 개월까지의 총 240 개의 만기에 대한 현물수익률이 존재하여야 한다. 그 이유는 채권을 매입한 후 한 달이 경과하면 만기가 1 개월 만큼 줄어들기 때문이다. 그러나 13 개 만기의 현물수익률만 관측되므로 이들 만기 사이에 위치하는 현물수익률은 별도로 산출하여야 한다. 그래서 관측치가 존재하지 않는 만기에 해당하는 현물수익률은 3 차 스플라인(cubic spline) 보간법을 적용하여 산출한다.

월별 현물수익률로부터 4 종류의 벤치마크 전략의 실현수익률을 앞에서 서술한 만기 구성 방법을 이용하여 산출한다. 또한 포트폴리오의 수익률에서 무위험이자율(본 연구에서는 콜금리를 사용)을 차감한 초과수익률의 평균을 초과수익률의 표준편차로 나누어 위험조정수익률(risk-adjusted return)인 샤프비율(Sharpe ratio)를 계산한다.

<표 3>은 외표본기간인 2011년 1월부터 2016년 3월까지의 총 63 개월 동안 실행된 벤치마크 전략의 투자성과를 정리한 것이다. 이 결과는 일반적으로 예상되는 기대수익률과 위험의 관계를 잘 나타낸다. 우선 단일만기 전략과 만기보유 전략의 경우 만기가 짧을수록 수익률과 변동성(위험)이 작고 반대로 만기가 길수록 수익률이 높고 변동성도 높다. 투자수익률을 극대화하려는 투자자는 20년 단일만기 전략을 선택함으로써 연평균 13~14%의 수익을 얻을 수 있지만 이에 대한 비용(cost)은 높은 변동성이다. 반대로 높은 변동성을 회피하려는 투자자는 1년 만기에만 투자함으로써 연평균 3% 정도의 상대적으로 안정적인 수익을 얻을 수 있다. 이는 1년 만기물의 경우 변동성이 매우 낮기 때문이다.

벤치마크 전략 중 위험대비 초과수익 측면에서 최선의 전략은 3년 단일만기 전략이며 샤프비율이 1.35로 가장 높다. 아령과 사다리전략은 상대적으로 중위험·중수익을 추구하는 특성을 잘 나타내고 있다. 아령전략은 수익률이 사다리전략에 비해 높지만 변동성이 높다. 그래서 사다리전략의 샤프비율이 아령전략보다 높다. 사다리전략은 모든 만기에 동일한 비중을 투자함으로써 위험분산효과를 크게 나타냈다. 이에 반해 아령전략은 1년과 20년 만기에 동일한 비중으로 투자함으로써 20년 만기의 편입에 따른 수익률과 변동성의 동반 상승을 나타냈다.

<표 4>는 DNS 모형에 기반한 포트폴리오 전략(이하에서는 간단하게 DNS 전략이라고 칭한다)의 투자성과를 나타낸다. 우선 3-요인 DNS 전략은 벤치마크 전략보다 개선된 결과를 가져오지 못했다. 그 이유는 3-요인 모형이 벤치마크 전략이나 자료에 나타나는 일반적인 위험과 수익의 상충관계를 제대로 설명하지 못하기 때문이다. 이는 위험회피성향이 높아질수록 수익률 평균이 높아지고 변동성에는 큰 변화가 없는 것에서 알 수 있다. 무엇보다도 위험회피성향이 높아질수록 평균듀레이션이 길어지고 있는데 이는 듀레이션이 길수록 위험이 높아진다는 일반적인 예상에서 크게 벗어나는 결과이다. 이와 같은 결과는 우리나라 국고채 포트폴리오를 구성할 때 3-요인 DNS 모형을 사용하는 것이 다소 문제가 될 수 있는 것으로 해석된다. 3-요인 DNS 모형은 위험과 수익의 관계를 제대로 설명하지 못함으로써 기대수익률과 공분산 예측에 오차가 크게 발생하였고 이는 전반적인 수익률의 저하와 샤프비율의 감소로 나타났다.

<표 3> 벤치마크 전략의 투자성과

이 표는 외표본기간(2011년 1월부터 2016년 3월까지)을 대상으로 벤치마크 전략에 따른 투자성과를 정리한 것이다. 단일만기 전략과 만기보유전략은 주요만기인 1,3,5,10,20년을 대상으로 실행하였다. 아령전략은 1년물과 20년물에 동일한 비중을 두는 전략이며 사다리전략은 13개의 모든 만기에 동일한 비중을 두는 전략이다.

	만기(년)	수익률 평균(%)	초과수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
아령(Barbell)						
	1	2.99	0.49	0.37	1.33	1
단일만기 (Bullet)	3	4.35	1.85	1.37	1.35	3
	5	5.88	3.38	2.66	1.27	5
	10	9.06	6.56	5.40	1.22	10
	20	14.70	12.21	11.34	1.08	20
사다리(Ladder)						
	1	2.77	0.27	0.24	1.12	0.56
만기보유 (Buy and Hold)	3	3.63	1.13	0.88	1.29	1.70
	5	4.37	1.87	1.58	1.19	2.65
	10	7.53	5.03	4.14	1.21	7.42
	20	13.04	10.55	9.95	1.06	17.42

주: 굵은 숫자는 수익률, 초과수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 만기와 듀레이션은 연단위이다.

<표 4> DNS 모형을 이용한 전략의 투자성과

이 표는 외표본기간(2011년 1월부터 2016년 3월까지)의 국고채 현물수익률을 대상으로 3-요인과 6-요인 DNS 모형의 모수를 추정된 후 기대수익률과 공분산을 도출하여 구축한 포트폴리오의 투자성과를 정리한 것이다.

	위험회피 계수(δ)	수익률 평균(%)	초과수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
3-요인 DNS	0.001	2.79	0.29	0.30	0.95	0.36
	0.01	2.80	0.30	0.30	1.00	0.36
	0.1	2.79	0.29	0.31	0.96	0.37
	0.5	2.85	0.35	0.29	1.22	0.38
	1	2.87	0.37	0.31	1.19	0.52
	∞	3.86	1.36	1.00	1.37	2.22
6-요인 DNS	0.001	8.16	5.66	3.23	1.75	5.50
	0.01	8.22	5.72	3.27	1.75	5.51
	0.1	7.52	5.03	2.89	1.74	4.92
	0.5	6.22	3.72	2.28	1.63	3.66
	1	5.15	2.65	1.91	1.39	2.91
	∞	3.49	1.00	0.72	1.39	1.69

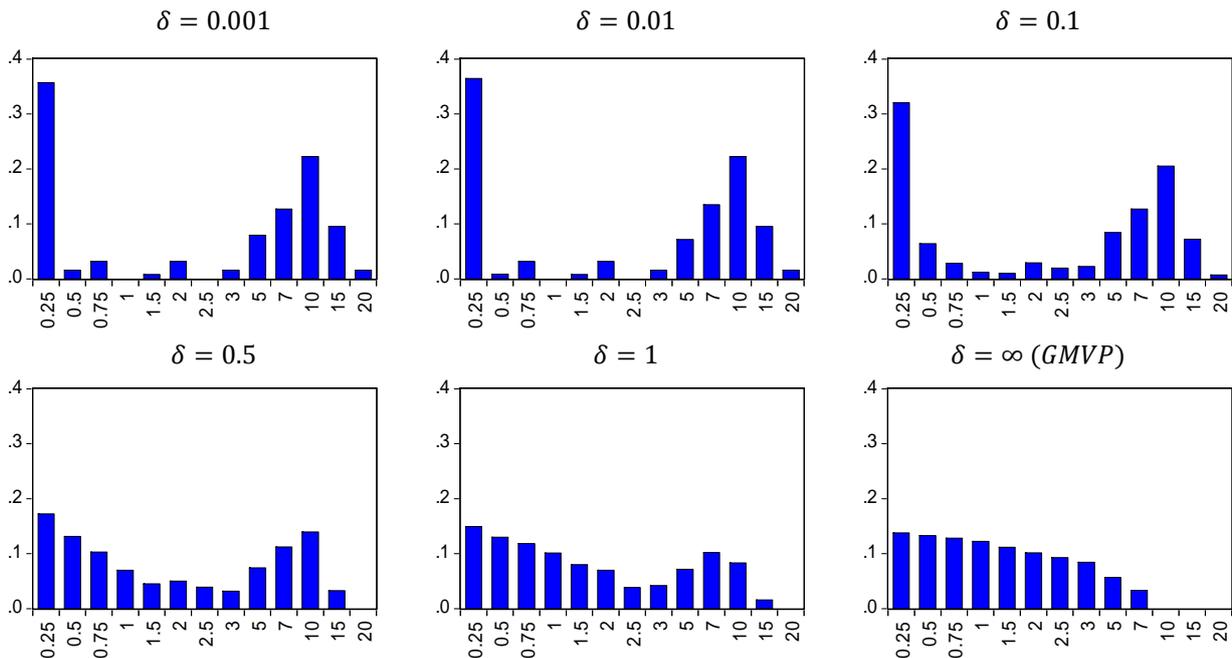
주: 굵은 숫자는 수익률, 초과수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. δ 는 위험회피계수를 나타낸다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 듀레이션은 연단위로 나타냈다.

이와 달리 6-요인 DNS 모형은 국고채 자료에 나타나는 위험과 수익의 상충관계를 일관성있게 설명하고 있다. 6-요인 DNS 전략의 투자성과를 보면 위험회피 성향이 높아질수록 수익률과 초과수익률이 낮아지고 이에 따라 변동성 또한 작아지고 있다. 그리고 위험회피성향이 높아질수록 평균듀레이션이 짧아지고 있어서 예상에 부합하는 결과를 보여주고 있다. 특히 6-요인 DNS 전략의 위험조정수익률인 샤프비율이 벤치마크 전략보다 높게 나타났다. 이와 같은 결과는

6-요인 모형을 사용함으로써 기대수익률과 공분산행렬의 예측성과를 높일 수 있다는 것을 의미한다. 결과적으로 이자율 기간구조 모형의 예측값을 이용하여 기존의 전략보다 위험대비 수익측면에서 개선된 결과를 얻을 수 있다. 따라서 3-요인 모형과 6-요인 모형간 가장 큰 차이점은 국고채 수익률에 나타나는 위험과 수익의 관계를 설명하는 것에 달려있음을 알 수 있다.

6-요인 DNS 모형에 기반한 전략은 위험대비 수익의 상충관계를 잘 설명하는 것으로 나타났다. 따라서 만기별 평균 비중을 살펴봄으로써 만기구성이 어떻게 이루어지는가를 알 수 있다. <그림 4>는 위험회피성향에 따른 만기별 평균비중을 나타낸다. 위험기피도가 작은 경우($\delta = 0.001$)에는 3개월물과 5,7,10,15년물의 투자비중이 높게 나타났다. 이는 위험이 매우 작은 3개월물의 비중을 높임으로써 위험감소 효과를 높이고 중장기물 비중을 높임으로써 기대수익률 극대화 효과를 높이는 것으로 이해된다. 그러나 위험회피성향이 높은 경우($\delta = 1$)에는 주로 단기물의 비중을 높이지만 일정 부분 기대수익률을 고려하는 측면이 있으므로 장기물에도 일부 비중을 두고 있다. 그러나 20년물 비중은 거의 0에 가까운데 이는 20년물의 변동성이 크기 때문에 위험축소 측면에서 바람직하지 않기 때문인 것으로 풀이된다. 특이한 점은 3개월물만 보유하는 것보다 단기에서 중기로 만기가 길어지면서 비중을 점차 줄이는 전략을 사용한다는 것인데 이는 분산효과에 따른 위험축소로 이해된다. 이는 3개월물만 보유하는 것도 위험관리 측면에서는 바람직하지 않을 수 있다는 것으로 해석된다.

<그림 4> 위험회피성향에 따른 만기별 평균 비중(6-요인 DNS 모형)



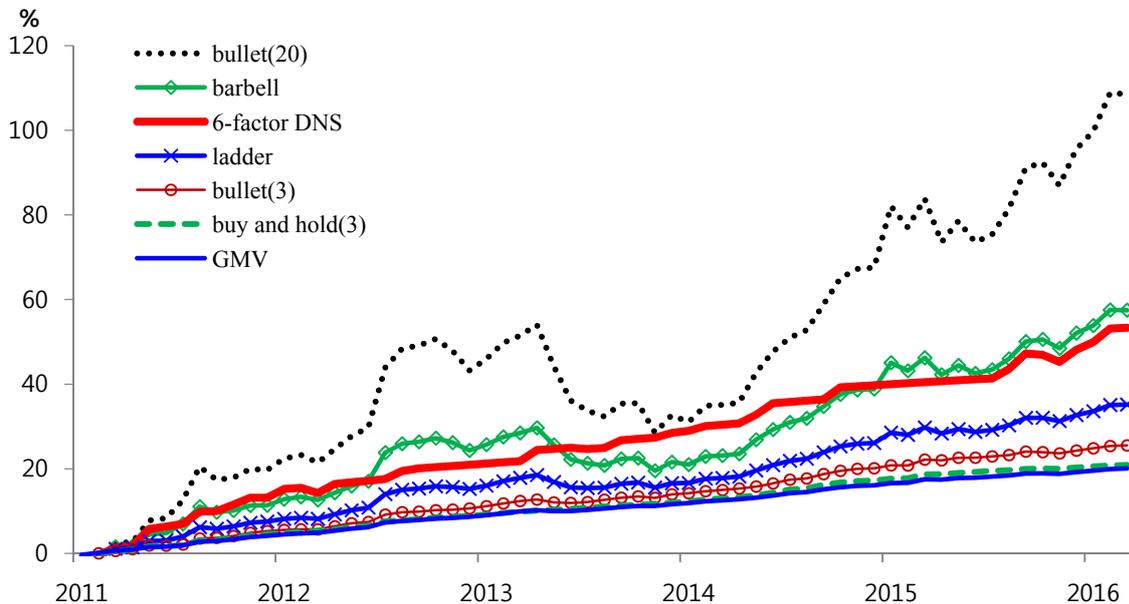
주: δ 는 위험회피성향(risk aversion) 계수이고 X 축은 연단위로 표시한 만기를 의미함. GMVP는 global minimum variance portfolio로 분산최소화전략을 의미한다.

기대수익률은 고려하지 않고 포트폴리오의 위험만 최소화하는 분산최소화(global minimum variance) 전략($\delta = \infty$)은 단기에서 중기까지 단조감소하는 형태로 투자비중을 구성하고 있다. 이와 같은 형태로 투자비중의 구성이 나타나는 것은 공분산행렬의 정보를 이용함으로써 위험분산효과를 높이는 것이기 때문인 것으로 해석된다. 그러나 주의할 점은 위험회피성향이 높을 수록 특정 시점의 만기별 비중이 여러 만기에 걸쳐 나타나지만 위험회피성향이 낮을 수록 즉 투자전략이 적극적인 기대수익률 추구로 기울수록 일부 만기에 집중되는 현상이 나타난다는

접이다. 이는 공분산행렬에 따른 분산효과의 영향이 작아지고 기대수익률 극대화 효과가 높아지기 때문이다. 위험회피성향이 높을수록 평균만기가 짧아지는 현상은 만기가 짧을수록 위험이 축소되기 때문이며 이러한 관계는 국고채 자료나 벤치마크 전략에서도 확인한 바 있다.

<그림 5>는 벤치마크 전략과 DNS 모형에 기반한 포트폴리오 전략 중 샤프비율이 높은 전략의 누적수익률을 도시한 것이다. 20년 단일만기 전략은 샤프비율은 높지 않지만 수익률이 가장 높기 때문에 비교 용도로 함께 도시하였다. 수익률 측면에서 최선의 전략인 20년 단일만기 전략은 5년 3개월간의 누적수익률이 100% 이상을 기록하고 있다. 그러나 2013년 중반부터 2014년 초반까지 큰 폭의 하락을 나타내면서 높은 변동성을 보여준다. 나머지 전략들은 각각의 분류기준 하에서 샤프비율이 가장 높은 것을 의미한다. 6-요인 DNS 모형에 기반한 포트폴리오 전략은 아령전략과 매우 유사하여 최종 누적수익률의 차이가 크지 않지만 변동성이 매우 작다는 것을 알 수 있다. 특히 20년 단일만기 전략과 아령전략의 누적수익률이 하락했던 구간(2013년 후반부터 2014년 초반까지)에서 6-요인 DNS 모형에 기반한 포트폴리오 전략은 위험에 크게 노출되지 않으면서 안정적인 누적수익률을 창출하고 있다. 따라서 아령전략과 6-요인 DNS 모형에 기반한 포트폴리오 전략은 수익률 면에서 유사하지만 <표 3>과 <표 4>의 결과처럼 위험조정수익률인 샤프비율에서 차이를 나타낸다. 사다리전략은 아령전략보다 상대적으로 안정적이지만 누적수익률이 작게 나타났다. 또한 기대수익률은 고려하지 않고 위험최소화만 추구하는 분산최소화 전략은 가장 낮은 누적수익률을 기록하였지만 3년물 만기보유 전략과 유사한 결과를 가져왔다. 따라서 3년물 만기보유전략은 위험을 최소화하는데 초점을 둔 것으로 해석할 수 있다. 결과적으로 누적수익률의 추이를 통해 알 수 있는 것은 6-요인 DNS 모형에 기반한 포트폴리오는 기대수익률과 위험간의 상충관계를 고려하여 샤프비율을 극대화하였고 이는 상대적으로 높은 수익률을 안정적인 위험관리를 통해 달성하는 것으로 해석된다.

<그림 5> 주요 전략의 누적수익률 추이



주: Y 축은 백분율로 나타낸 누적수익률을 의미한다. 괄호안의 숫자는 연단위로 표시한 만기를 의미한다. GMV는 분산최소화(Global Minimum Variance) 전략을 의미한다.

채권 포트폴리오의 듀레이션(duration)은 포트폴리오의 구성(composition)에 대한 정보를 반영하므로 투자자의 투자성향과 밀접한 관련이 있다. 이는 듀레이션이 길어질수록 포트폴리오의

변동성이 높아지기 때문이다. 따라서 특정한 듀레이션을 목표로 하는 투자자는 채권 포트폴리오의 듀레이션을 일정하게 유지하기 위해서 평균-분산 최적화 실행시 목표 듀레이션 제약조건을 도입하게 된다. <표 5>는 6-요인 DNS 모형의 전략에 목표듀레이션 제약조건을 추가한 경우의 결과를 정리한 것이다. 목표듀레이션으로 주요만기인 3,5,10,20 년을 선택하였다⁹. 목표 듀레이션이 20 년이면 20 년 만기물의 투자비중을 100%로 계속 유지해야 하므로 20 년 단일만기전략과 동일한 결과를 가져오고 위험회피성향에 따른 차이가 발생하지 않는다.

<표 5> DNS 모형을 이용한 전략의 투자성과(목표듀레이션 추가)

이 표는 외표본기간(2011년 1월부터 2016년 3월까지)의 국고채 현물수익률을 대상으로 6-요인 DNS 모형의 모수를 추정된 후 기대수익률과 공분산을 도출하고 목표듀레이션 제약조건(3,5,10,20 년)을 추가하여 구축한 포트폴리오의 투자성적을 정리한 것이다.

목표 듀레이션	위험회피 계수(δ)	수익률 평균(%)	초과수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
3년	0.001	4.92	2.43	1.50	1.62	3
	0.01	4.92	2.43	1.50	1.62	3
	0.1	4.92	2.42	1.49	1.62	3
	0.5	4.90	2.40	1.50	1.60	3
	1	4.72	2.23	1.48	1.50	3
	∞	4.60	2.11	1.47	1.43	3
5년	0.001	6.31	3.81	2.65	1.43	5
	0.01	6.30	3.81	2.65	1.44	5
	0.1	6.30	3.80	2.65	1.43	5
	0.5	6.30	3.80	2.65	1.43	5
	1	6.26	3.76	2.64	1.43	5
	∞	6.13	3.63	2.61	1.39	5
10년	0.001	9.36	6.86	5.42	1.27	10
	0.01	9.35	6.86	5.42	1.27	10
	0.1	9.35	6.86	5.42	1.27	10
	0.5	9.38	6.88	5.40	1.27	10
	1	9.38	6.88	5.44	1.27	10
	∞	9.31	6.81	5.45	1.25	10
20년	0.001	14.70	12.21	11.34	1.08	20
	0.01	14.70	12.21	11.34	1.08	20
	0.1	14.70	12.21	11.34	1.08	20
	0.5	14.70	12.21	11.34	1.08	20
	1	14.70	12.21	11.34	1.08	20
	∞	14.70	12.21	11.34	1.08	20

주: δ 는 위험회피계수를 나타낸다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 듀레이션은 연단위로 나타냈다.

목표듀레이션 도입에 따른 효과는 듀레이션이 길어질수록 전반적으로 수익률과 변동성이 높아진다는 것이다. 단, 위험조정수익률인 샤프비율을 보면 만기가 길어질수록 작아지는데 이는 만기를 길게 유지함에 따른 변동성 증가 효과가 초과수익률의 증가 효과보다 크기 때문인 것으로 해석된다. 그러나 목표듀레이션이 3년인 경우의 샤프비율이 높게 나타났는데 이는 위험 감소폭이 상대적으로 더 크기 때문인 것으로 보인다. 또한 목표듀레이션이 정해지면 그 안에서는

⁹ 목표 듀레이션으로 20년을 고려하는 것은 최장 만기가 20년이기 때문에 실효성이 없지만 이 결과가 <표 3>의 20년 단일만기 전략과 동일하다는 것을 보여주기 위한 예시 목적으로 추가하였다.

위험회피성향이 작을수록 즉 적극적인 기대수익률 상승을 추구할수록 점진적으로 샤프비율이 높아지고 있다. 이러한 특징은 목표드레이션의 값이 작을수록 더욱 커지는 것으로 나타났다. 이와 같은 결과가 나온 이유는 무위험대비초과수익률의 증가속도가 변동성의 증가속도보다 크게 나타나기 때문이다. 목표드레이션을 설정하는 것은 일종의 소극적 전략인 벤치마크 지수 추종(bond indexing) 전략과 유사하다. 따라서 거시적인 측면에서 투자목표를 소극적으로 설정하더라도 미시적인 측면에서 만기별 투자비중을 구성할 때 적극적인 부분을 보완한다면 위험조정수익 측면에서 개선된 결과를 가져올 수 있음을 시사하는 것으로 해석된다.

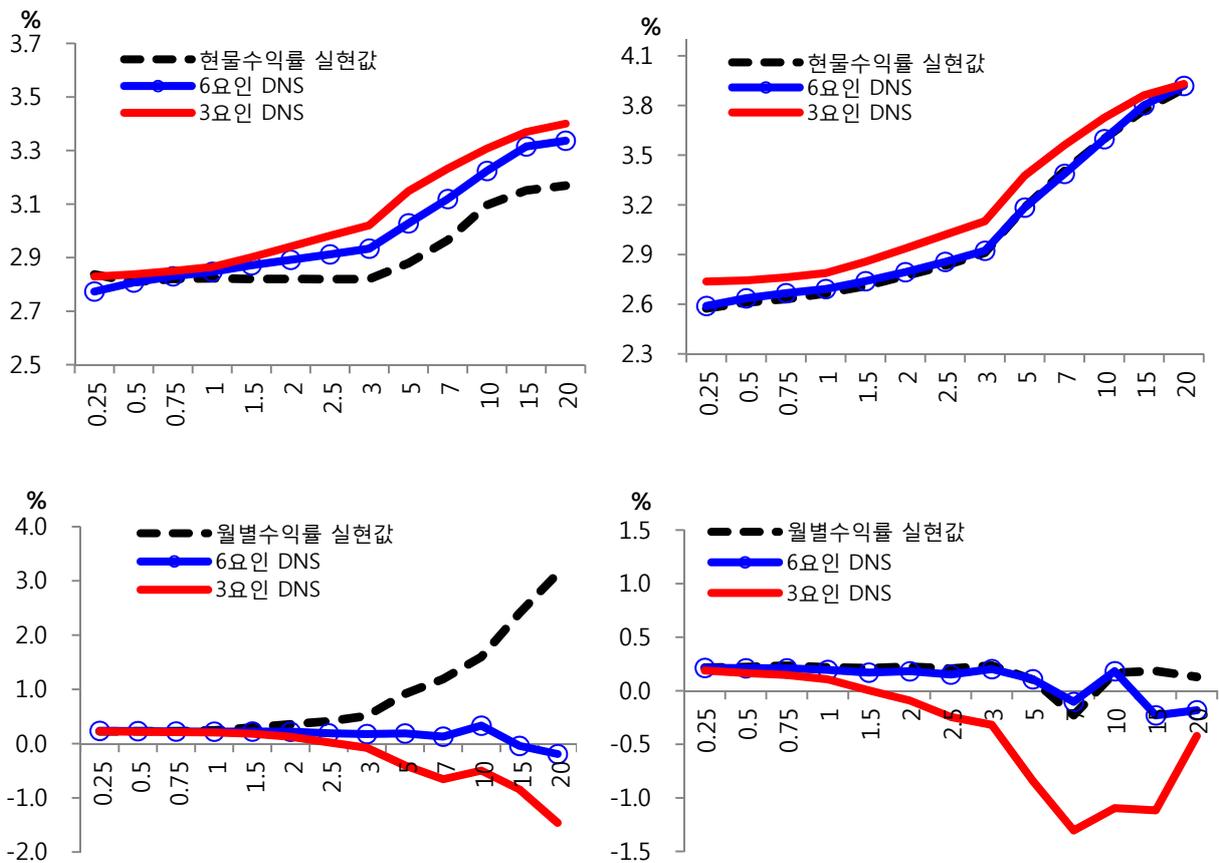
3.4 DNS 모형의 예측력 비교

3-요인 DNS 모형은 우리나라 국고채 수익률의 기간구조를 설명하는 연구에서 널리 인용되고 있다. 그러나 앞에서 살펴보았듯이 현물수익률(spot rate)이 아닌 채권의 수익률(return)을 예측하는 상황에서는 한계가 있었다. 무엇보다도 채권의 수익률과 변동성 사이의 상충관계를 제대로 설명하지 못하였다. 이로 인하여 포트폴리오의 투자성과는 벤치마크전략의 투자성과보다도 오히려 낮았다. 수익률과 변동성 뿐만 아니라 특히 위험조정수익 측면에서도 벤치마크 전략보다 개선된 결과를 가져오지 못하였다. 이와 같은 결과가 발생한 이유를 분석하는 것은 향후 모형선택과 관련하여 중요한 사항이다. 따라서 현물수익률과 채권의 실현수익률 예측 측면에서 3-요인 DNS 모형과 6-요인 DNS 모형의 예측성과를 특정 시점의 횡단면을 통해 살펴본다¹⁰.

<그림 5>는 2012년 8월과 2014년 3월의 자료를 대상으로 3-요인과 6-요인 DNS 모형이 예측한 현물수익률과 채권의 실현수익률 예측값을 비교한 것이다. 예측의 난이도는 2012년 8월의 경우 상대적으로 높고 2014년 3월의 경우 상대적으로 낮다. 왼쪽 그림(2012년 8월)을 보면 두 모형 모두 장기로 갈수록 실제 현물수익률보다 다소 높은 예측값을 산출하였고 그 결과 실제 채권수익률보다 낮은 수익률을 예측하였다. 특히 현물수익률 예측값과 실제값의 차이는 채권수익률로 변환되면서 더욱 증폭되었다. 그러나 실제 채권수익률은 잔존만기가 길어짐에 따라 상승하였지만 모형의 수익률 예측값은 오히려 만기가 길어질수록 음(-)으로 나타나 방향성 면에서도 큰 오류가 발생했다. 이와 같이 예측이 어려운 상황에서도 두 모형을 비교하면 6-요인 모형이 3-요인 모형보다는 다소 안정적인 결과를 가져온 것으로 판단된다. 그러나 단기의 경우 만기가 짧기 때문에 현물수익률 예측에 다소 차이가 있더라도 수익률로 변환되면 거의 차이가 없다. 이는 현물수익률 예측보다 채권수익률 예측이 그 중에서도 채권의 장기수익률 예측은 매우 어려운 작업이라는 것을 말해준다. 예측의 난이도가 상대적으로 낮은 오른쪽 그림(2014년 3월)을 보면 우선 6-요인 모형의 현물수익률 예측값은 실제 현물수익률을 거의 완벽히 예측하였다. 이에 반해 3-요인 모형의 경우 20년 만기를 제외하고는 실제 현물수익률과 예측값 사이에 일정한 격차가 존재한다. 이러한 결과는 채권의 수익률 측면에서 볼 때 더욱 극명한 차이로 나타나는데 3-요인 모형의 채권 수익률 예측값과 실제값 사이에는 큰 격차가 존재한다. 또한 6-요인 모형의 수익률 예측값은 실현수익률과 거의 차이가 없지만 만기가 긴 15, 20년 구간에서 일부 오차가 발생했다. 따라서 현물수익률 예측에서는 거의 예측오차가 없음에도 불구하고 현물수익률에서의 작은 오차는 장기 채권수익률 예측에서 그 폭이 더욱 크게 나타남을 확인할 수 있다.

¹⁰ 본 연구의 주된 목적이 현물 수익률에 대한 예측성과를 비교하는 것은 아니므로 분석방법을 손실함수(loss function)나 Diebold-Mariano 검정과 같은 통계적인 접근대신 직관적인 그림을 통한 비교에 한정한다. 또한 예시로 선정한 두 시점의 횡단면은 예측 난이도가 높은 시점과 낮은 시점을 대표한다. 물론 전반적인 예측성과는 6-요인 DNS 모형이 3-요인 DNS모형보다 높았다.

<그림 5> 현물수익률과 월별실현수익률에 대한 DNS 모형의 예측값 비교
2012년 8월 2014년 3월



주: X 축은 연단위로 표시한 잔존만기를 나타내며 Y 축은 백분율로 표시한 연율화된 현물수익률(상단)과 월별 채권수익률(하단)을 나타낸다.

3-요인 DNS 모형의 가장 큰 문제점은 예측성능이 낮다는 것보다 일반적으로 관측되는 위험과 수익간 상충관계를 제대로 설명하지 못한다는 점이다. 평균-분산 최적화에 기반한 포트폴리오의 구성의 핵심은 위험과 수익간 상충관계이다. 그런데 이와 같은 가장 기본적인 자료의 특성을 설명하지 못할 경우 포트폴리오 구축의 도구로써 모형을 신뢰할 수 없다. *Caldeira et al. (2016)*의 연구에서는 3-요인 DNS 모형이 미국 국채 포트폴리오의 성과를 설명하는데 적합하였다. 그러나 우리나라 국고채 포트폴리오의 실현수익률을 분석함에 있어 3-요인 DNS 모형은 한계가 있는 것으로 보인다. 연구목적에 따라 이자율 기간구조 모형의 선택에 신중할 필요가 있음을 시사한다. 즉 우리나라 거시경제변수와 국고채 현물수익률간의 상호 연관관계를 파악하는 등의 목적이 아니라 국고채 채권포트폴리오의 구축을 목적으로 할 경우에는 3-요인 DNS 모형이 적절한 선택이 아닐 수 있다는 점을 시사한다.

4. 안정성 검토(robustness check)

3 장의 실증분석 결과는 투자목표의 달성과 관련되므로 투자자 입장에서 볼 때 그 모형기반의 투자성능이 안정적으로 산출되는 것인지 검토하는 것은 중요한 문제이다. 상황변화에 따라

투자성과가 쉽게 달라질 경우 위험대비초과수익의 극대화를 목표로 하는 모형에 기반한 채권포트폴리오의 성과를 신뢰할 수 없기 때문이다. 따라서 분석결과의 안정성을 검토하기 위하여 본 연구에서는 두 가지 조건을 변화시켜 보았다¹¹. 첫 번째는 6-요인 DNS 모형의 모수를 매월 재추정하는 것이고 두 번째는 채권 포트폴리오의 구성만기를 주요 만기인 1,3,5,10,20 년으로 한정하는 것이다.

<표 6>은 6-요인 DNS 모형의 모수를 매월 재추정하였을 경우의 투자성과를 정리한 것이다. 매월 새로운 자료가 관측됨에 따라 모수를 재추정하면 최신의 정보를 반영할 수 있다는 장점이 있다. 매월 재추정한 경우의 투자성과는 3 장의 결과 즉 내표본 기간을 대상으로 한번 추정한 경우와 크게 다르지 않은 것을 확인할 수 있다. 위험회피계수의 크기에 따라 다소 차이가 있지만 대체로 유사하다. 표본자료를 통해 추정하는 위험과 수익의 관계는 일정하지 않으므로 새로운 관측치가 추가되면서 조금씩 조정되는 모습이 나타나고 있다. 특이한 점은 위험회피계수의 크기에 따라 한번 추정한 경우와 매월 재추정하는 경우에 위험조정수익률에서 다소 차이를 보인다는 점이다. 위험회피계수가 높은 구간에서는 매월 재추정하는 경우의 샤프비율이 한번 추정한 경우보다 약간 높았다. 그러나 위험회피계수가 낮은 구간에서는 반대로 나타났다. 이는 최근에 들어서면서 채권 포트폴리오의 위험 즉 변동성을 작게 유지하는 전략이 위험대비수익 측면에서 상대적으로 효율적일 수 있음을 시사한다.

<표 6> 포트폴리오 투자성과(매월 재추정)

이 표는 외표본기간(2011년 1월부터 2016년 3월까지)의 국고채 현물수익률을 대상으로 6-요인 DNS 모형의 모수를 매월 재추정한 후 기대수익률과 공분산을 도출하여 구축한 포트폴리오의 투자성과를 정리한 것이다.

	위험회피 계수(δ)	수익률 평균(%)	초과수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
6-요인 DNS	0.001	7.89	5.39	3.32	1.62	5.64
	0.01	7.90	5.40	3.32	1.62	5.65
	0.1	7.89	5.40	3.32	1.62	5.65
	0.5	7.49	5.00	2.93	1.71	5.10
	1	6.51	4.02	2.42	1.66	3.91
	∞	5.41	2.92	1.97	1.48	3.09

주: 굵은 숫자는 수익률, 초과수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. δ 는 위험회피계수를 나타낸다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 듀레이션은 연단위로 나타냈다.

<표 7>은 투자 채권의 만기를 주요만기인 1,3,5,10,20 년으로 한정했을 때 6-요인 DNS 모형의 투자성과를 정리한 것이다. 관측치가 존재하는 13 개의 모든 만기를 대상으로 투자할 경우 포트폴리오 유지비용이 오르고 관리의 복잡성이 증가하므로 주요만기를 대상으로 한 분석은 실무적으로도 의미를 가진다. 분석결과를 보면 5 개의 주요 만기만을 대상으로 한 투자성과가 13 개 만기를 대상으로 한 경우보다 다소 저하된 것으로 나타났다. 이는 예상된 결과이다. 왜냐하면 투자 대상의 선택 폭이 줄어들었으므로 일종의 제약조건으로 추가된 것과 유사한 결과이기 때문이다. 특히 위험회피계수가 낮은 경우 샤프비율이 13 개 전체만기를 대상으로 한

¹¹ 안정성 검토를 위해 거래비용(transaction cost)를 고려할 필요성도 있다. 이는 현실적인 포트폴리오 수익률을 계산할 수 있도록 할 뿐만 아니라 투자비용의 급격한 변화도 제한할 수 있기 때문이다. 그러나 본 연구는 월별수익률을 기준으로 하므로 벤치마크 전략 중 만기보유전략을 제외하면 매월 매도와 매수가 발생하므로 이론적인 거래비용이 같다. 그래서 본 연구에서는 별도의 거래비용을 고려하지 않는다. 그러나 향후 연구에서는 평균-분산 최적화 과정에서 기간간 제약조건(intertemporal constraint)의 형태로 일종의 조정비용을 도입할 필요가 있을 것으로 보인다.

결과보다 0.25 정도 감소하였다. 그렇지만 벤치마크 전략보다 높은 위험조정수익을 실현하는 것은 이 경우에도 유효하였다. 이는 역으로 투자포트폴리오의 투자성과를 극대화하기 위해서는 투자대상 만기를 다양화할 필요가 있는 것으로 해석된다.

<표 7> 포트폴리오 투자성과(1,3,5,10,20 만기)

이 표는 외표본기간(2011년 1월부터 2016년 3월까지)의 국고채 현물수익률 중 주요만기(1,3,5,10,20년)를 대상으로 6-요인 DNS 모형의 모수를 추정한 후 기대수익률과 공분산을 도출하여 구축한 포트폴리오의 투자성과를 정리한 것이다.

	위험회피 계수(δ)	수익률 평균(%)	초과수익률 평균(%)	표준 편차(%)	샤프 비율	평균 듀레이션(년)
	0.001	6.90	4.41	2.95	1.50	4.73
	0.01	6.90	4.41	2.95	1.50	4.73
6-요인	0.1	7.04	4.54	2.88	1.58	4.66
DNS	0.5	6.39	3.89	2.67	1.46	4.27
	1	5.67	3.18	2.11	1.51	3.45
	∞	4.84	2.34	1.71	1.37	3.05

주: 굵은 숫자는 수익률, 초과수익률, 샤프비율의 경우 가장 높은 전략을 의미한다. δ 는 위험회피계수를 나타낸다. 수익률과 표준편차는 연율화한 값을 사용하였고 듀레이션은 연단위로 나타냈다.

5. 결론

본 연구는 전통적인 채권 전략만으로도 수익창출이 용이한 최근의 금리하향 추세에서 모형 기반의 포트폴리오 최적화 접근법이 위험대비 수익 측면에서 보다 개선된 결과를 가져오는지 분석하였다. 이러한 접근이 중요한 이유는 모형 기반의 접근법이 전통적인 전략보다 큰 폭의 위험 대비 수익을 가져올 경우 실제 채권전략을 구성할 때 이러한 결과를 반영하여 보다 높은 성과를 창출할 것으로 기대되기 때문이며 이는 결과적으로 채권시장 참가자들에게 높은 효용을 가져다 줄 것이기 때문이다.

실증분석결과 우리나라 국고채의 시계열 동학을 설명할 수 있는 대표적인 모형 중 하나인 3-요인 DNS 모형은 채권의 실현수익률(realized return)을 예측할 경우 위험-수익간 상충관계를 설명하지 못하여 큰 오차를 발생시킬 수 있음을 발견하였다. 이에 대한 대안으로 본 연구는 6-요인 DNS 모형을 제안하여 이 모형을 사용하는 경우 자료에서 관측되는 위험과 수익간 관계를 잘 설명할 수 있으며 더 나아가 투자성과를 개선할 수 있음을 실증분석을 통해 규명하고자 하였다.

실증분석결과를 요약하면 다음과 같다: 첫째, 6-요인 DNS 모형에 기반한 평균-분산 최적화를 적용하여 구축한 국고채 최적포트폴리오는 기존의 전략(단일만기, 만기보유, 아령, 사다리)보다 위험대비 수익률인 샤프비율을 크게 개선하였다. 둘째, 3-요인 DNS 모형은 국고채 수익률의 위험과 수익간 상충관계를 설명하는데 한계가 있으며 포트폴리오의 성과는 기존의 벤치마크 전략보다 낮은 위험대비 수익을 나타냈다. 셋째, 6-요인 DNS 모형이 3-요인 모형보다 포트폴리오 투자성과를 높인 가장 중요한 요인은 현물수익률(spot rate)의 예측오차를 줄여 일반적으로 만기가 길어질 수록 증폭되는 채권수익률(return)의 예측오차를 줄였기 때문으로 나타났다. 넷째, 투자전략별 누적수익률의 추이를 보면 바벨전략과 6-요인 DNS 모형의 전략이 유사하지만 6-요인 DNS 모형이 바벨전략보다 변동성이 낮아 안정적인 수익확보를 실현하였고 샤프비율의 상승을 가져오는 것으로 나타났다.

따라서 우리나라 국고채 시장에서 이론적인 수익률 기간구조 모형의 예측에 기반한 포트폴리오 최적화를 투자전략에 활용할 필요가 있을 것으로 보이며 실무적인 관점에서도 채권투자자의 안정적인 수익확보에 기여할 것으로 기대된다.

그러나 본 연구도 채권시장의 현실을 반영하는 측면에서 볼 때 향후 추가적인 연구를 통해 개선할 부분이 있다. 무엇보다 적극적 채권전략을 실행할 경우 거래비용과 포트폴리오 관리의 어려움이 가중되는 등의 일종의 조정비용이 발생한다. 따라서 후속 연구에서는 조정비용에 대한 제약(intertemporal adjustment cost constraint)을 평균-분산 최적화 과정에서 고려할 필요가 있을 것으로 보인다. 또한 만기별로 유동성이 다르면 투자비중결정에도 영향을 미치므로 이에 대하여 실제 자료에 바탕을 둔 유동성에 대한 제약을 고려할 필요가 있을 것으로 보인다.

참고문헌

- 김명직, 장국현(2002), *금융시계열분석*, 제2판, 경문사.
- 김동석, 김인준, 이상구(2001), "최우추정법을 이용한 이자율 기간구조 측정 및 채권운용전략-다요인 Cox-Ingersoll-Ross 모형을 중심으로," *선물연구* 제9권2호, 1-20.
- 정재만(2002), "수익률곡선의 비평행이동과 채권면역전략의 성과," *증권, 금융저널* 제1권1호, 37-62.
- 정희준(2008), "적극적 채권운용전략을 위한 수익률곡선분석," *채물관리연구* 제25권2호, 1-31.
- Caldeira, J. F., G. V. Moura, and A. A. P. Santos (2016), "Bond Portfolio Management Using the Dynamic Factor Model," *Journal of Empirical Finance* 37, 128-158.
- Christensen, J. H., F. X. Diebold, and G. D. Rudebusch (2008), "An Arbitrage-Free Generalized Nelson-Siegel Term Structure Model," *Econometrics Journal* 12, 33-64.
- de Rezende, R. B. (2011), "Giving Flexibility To the Nelson-Siegel Class of Term Structure Models," *Brazilian Review of Finance* 9-1, 27-49.
- de Rezende, R. B. and M. S. Ferreira (2008), "Modeling and Forecasting the Brazilian Term Structure of Interest Rates by an Extended Nelson-Siegel Class of Models: A Quantile Autoregression Approach," *In: Latin American Meeting of Econometric Society*.
- Diebold, F. and C. Li (2006), "Forecasting the term structure of government bond yields," *Journal of Econometrics* 130, 337-364.
- Diebold, F. X., G. D. Rudebusch, and S. B. Aruoba (2006), "The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach," *Journal of Econometrics* 131, 309-338.
- Elton, E. J., M. J. Gruber, S. J. Brown, and W. N. Goetzmann (2003), "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis," 6th edition. Wiley, New York.
- Korn, O. and C. Koziol (2006), "Bond Portfolio Optimization," *The Journal of Fixed Income* 15, 48-60.
- Markowitz, H. (1952), "Portfolio Selection," *Journal of Finance* 7-1, 77-91.
- Nelson, C. R., A.F. Siegel (1987), "Parsimonious Modeling of Yield Curves," *Journal of business*, 473-489.
- Svensson, L. (1994), "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994," NBER Working Paper Series 4871.
- Thornton, D. L. and G. Valente (2012), "Out-of-Sample Predictions of Bond Excess Returns and Forward Rates: An Asset Allocation Perspective," *Review of Financial Studies* 25-10, 3141-3168.