

Black-Litterman 모델을 이용한 국민연금기금의 전략적 자산배분
Strategic Asset Allocation of National Pension Fund Using
Black-Litterman Model

원종욱 · 백혜연

1. 서론

국민연금기금은 5년 단위 중기전략을 세우기 위해 목표수익률과 위험한도를 설정하고 그에 따른 자산군별 목표비중을 결정하고 있다. 이때 기금목표수익률은 실질경제성장률, 소비자물가상승률에 추가적인 조정치를 반영하고 있으며, 위험한도는 Shortfall Risk를 15% 이내로 규정하고 있다. 현재 자산배분을 위해서는 Markowitz의 평균-분산 최적화 모형(Mean-Variance Optimization Model, 이하 MVO)을 사용하고 있으나 모형의 한계로 인해 다양한 문제점이 부각되고 있는 실정이다.

지금은 현행 국민연금 중기자산배분 관련 문제점을 개선하기 위한 논의가 필요한 시점으로 본 논문의 연구목적은 우선 자산배분모형에 새로운 모형(Black-Litterman 모형)을 적용해 볼 것을 제안하기 위한 것이다. 현재 기금운용 관련해서는 기금운용위원회의 역할과 기금운용본부의 역할이 명확히 구분되지 않은 체계이기에 정량적 분석결과와 정성적 판단의 구분 역시 명확하지 않아 자산배분의 목표 설정이 어려운 구조이다. 또한 자산배분 모형 역시 일반적인 MVO모형을 사용하고 있으나 모델 자체의 한계와 일정 비중을 특정 자산군에 부여하기 위한 정책조건으로 인하여 합리적인 전략을 설정하지 못하고 있는 실정이다. 따라서 본고에서는 새로운 모형으로서 Black-Litterman 모형을 제시하여 합리적이고 장기적인 관점으로 현재의 문제점을 개선할 수 있는 중기자산배분체계를 제안하고자 한다.

Markowitz의 평균-분산 최적화(MVO) 모형의 한계를 극복하기 위해 Black-Litterman 모형은 시장중립적 포트폴리오에서 시장균형수익률을 도출하여 기대수익률로 활용하고 있다. 또한 블랙-리터만 모형은 시장중립적 수익률과 자산배분이라는 기준선에 투자자의 주관적 견해(Views)를 추가적으로 적용하여 최종적인 균형기대수익률과 자산배분을 도출하고 있어 MVO 모형과는 달리 모든 자산군에 자산이 안정으로 배분되는 포트폴리오를 도출하게 된다. 본 논문에서는 블랙-리터만 모형을 이용하여 국민연금이 투자 가능한 자산군을 이용하여 현재 국민연금기금의 자산배분안과 비교분석하고자 하였다.

국민연금이 투자 가능한 자산군을 6개 자산군(국내주식, 국내채권, 선진국주식, 선진국채권, 선진국부동산, 인프라)으로 세분화하여 Black-Litterman 모형을 이용한 자산배분안을 도출하고자 하였는데 이때 연구의 편의를 위해 투자 가능지역을 미국, 유럽, 일본으로 한정하였다. 또한 Infra의 경우는 전 세계를 투자 대상으로 하였다. 그리고 본 연구에서는 KOSPI, KRX채권, FTSE-Russell과 PIMCO의 지수를 선택하여 사용했으나, 연구자의 투자 가능지역, 투자대상 및 지수 선택에 의해 결과는 달라질 수 있음에 유의해야 하겠다.

Black-Litterman 모형에서는 자산군에 대한 투자자의 주관적 전망을 반영하여 자산배분안을 도출하고 현재 국민연금 자산배분안과 비교분석할 수 있다. 이때 투자자는 평균 수익률, 시장균형기대수익률, 기타 다른 정량적 또는 정성적 판단에 의해 새로운 수익률에 대한 전망을 할 수 있다는 점을 Black-Litterman 모형에 반영한 것이다. 본 연구에서는 국내주식, 해외주식, 해외채권, 해외부동산의 수익률을 전망하고, 그 시장전망을 Black-Litterman 모형에 반영하여 자산배분안을 도출하였다.

2. 국민연금의 중기자산배분

가. 국민연금의 중기자산배분정책

국민연금은 5년 단위 중기전략 차원에서 5년 후의 목표수익률과 위험한도를 설정하고 이를 달성하기 위한 자산군별 목표비중을 결정하고 있다. 기금목표수익률은 실질경제성장률+소비자물가상승률±조정치¹⁾를 사용하고 위험한도는 Shortfall Risk²⁾ 15% 이내로 규정하고 있다. 자산배분을 위해 Markowitz의 평균-분산최적화모형(Mean-Variance Optimization:MVO)을 사용하고 있으며 평균-분산최적화 모형에 사용되는 기초자료는 개별 자산군의 기대수익률, 변동성 및 상관계수가 사용된다. 개별 자산군의 기대수익률은 중기 경제전망을 고려하여 배당할인모형 등 자산군별 기대수익률 산출체계를 통해 산출하고 있다. 변동성과 상관계수는 각 자산군의 벤치마크에 기초한 시장의 시계열데이터로부터 산출하며 변동성과 상관계수계산에 사용되는 자산군별 벤치마크지수는 다음과 같다.

1) 조정치는 목표수익률이 위험한도를 만족시키도록 하기 위한 것으로 조정치의 수준은 기금운용위원회가 정한다.

2) 전략적자산배분(안)은 향후 5년 동안 누적 운용수익률이 같은 기간의 누적 소비자물가상승률 이하로 떨어질 가능성(Shortfall Risk)을 15%이하로 정하고 있다.

<표 1> 국민연금의 자산군별 벤치마크지수

자산군	벤치마크(BM)
국내주식	국내종합주가지수(KOSPI)
국내채권	NPS Customized Index
해외주식	MSCI All Countries World Index (ex-Korea Unhedged to KRW)
해외채권	Barclays Capital Global Aggregate Index (ex-Korea, Hedged to KRW)
대체투자	세부자산군별 대리변수 사용
	- 국내PE: (국내주식 BM + 2.5%) × 60% + (국내채권 BM + 1.5%) × 40%
	- 해외PE: 해외주식 BM + 3.0%
	- 국내부동산: CPI(국민연금연구원) + 5%
	- 국내인프라: CPI(국민연금연구원) + 4%
	- 해외부동산: CPI(IMF) + 5%
	- 해외인프라: CPI(IMF) + 5%
- 헤지펀드: 미국단기금리(T-bill 90일물) + 4.5%	

자료 : 『국민연금기금운용지침』 보건복지부 2015. 6. 9.

나. 국민연금의 자산배분현황

지난 10년간의 자산배분 추이를 살펴 보면 국내채권비중이 25%p 감소하고 국내주식 비중이 7.4%p 그리고 해외주식 비중이 12.4%p 증가하였다. 해외채권 비중이 7.3%에서 4.2%로 감소하고 대체투자가 0.5%에서 9.4%로 증가하였다. 2005년 국내투자 비중 91.4%에서 2015년에는 73.6%로 17.8%p 감소하였다.

<표 2> 국민연금의 자산군별 비중 및 수익률

(단위 : %)

구분	2005		2010		2015	
	비중	수익률	비중	수익률	비중 (5월 말 기준)	수익률 (2014년 말 기준)
국내주식	12.1	61.69	17.0	24.32	19.5	-5.43
국내채권	79.3	0.45	66.9	7.68	54.1	6.79
해외주식	0.4	9.16	6.2	12.12	12.8	8.94
해외채권	7.3	-5.72	4.1	7.15	4.2	9.23
대체투자	0.5	8.79	5.8	7.70	9.4	12.51
전체	100.0	5.39	100.0	10.57	100.0	5.25

2005년에서 2010년 동안 해외투자 비중이 3.3%p 증가하였고, 2010년에서 2015년 기간에는 10.2%p 증가하여 해외투자 비중은 최근에 증가세가 더 크다. 지난 10년간 안전자

산비중이 86.6%에서 58.3%로 28.3%p가 감소하였다. 안전자산의 비중 감소세는 초반 5년에는 15.6%p 감소한 반면 후반 5년에는 12.7%p만 감소하여 위험자산으로의 자산배분이 더디게 진행됨을 보여주고 있다.

다. 국민연금 중기자산배분의 문제점

1) 자산배분 최종 목표의 부재

지난 10년간 지속적으로 안전자산이 감소하고 위험자산이 증가하고 있으나, 몇 년까지 위험자산비중을 몇 %까지 달성하겠다는 목표가 없다는 것이 문제점으로 지적된다. 이와 같은 목표 설정에는 국내와 해외 자산의 비중도 포함되며 연도별 이행 계획이 명확하게 합의되었거나 설정된 것이 없다.

2) Markowitz의 MVO 모형 사용에 따른 오류

Markowitz MVO 모형의 문제점은 많이 알려져 있다. 기대수익률과 위험수준(표준편차)에 따라 자산배분이 크게 달라지며 특정 자산에 비중이 쏠리는 코너해(Corner Solution)의 문제를 갖고 있다.

3) 정책조건 설정에 따른 문제점

현재 채권비중을 급격히 줄이지 못하는 한계 그리고 국내자산비중이 급격히 낮아지는 문제점 등을 보완하기 위해 특정 자산군에 대해 일정 비중을 부여하는 정책조건을 자산배분 모형에 반영하고 있다. 그러나 정책조건이 곧 자산배분이 되어 MVO 모형에 의한 전략적 결과라기 보다는 정성적인 결정에 의해 자산배분이 결정되는 체계를 갖고 있다.

Markowitz MVO 모형의 한계와 국내자산비중을 일정 비율로 유지하고 급격히 자산배분을 변경할 수 없는 환경 요인을 정책조건이라는 수단을 통해 실현하고 있다. 현재의 국민연금 중기자산배분은 장기적인 지향점이 없고 현재 상황에서 점진적으로 투자역량에 맞추어서 자산비중을 조정하고 있다는 문제점을 갖고 있다.

이에 반해 Black-Litterman 모형은 궁극적인 전략적 자산비중의 기준선을 제시할 수 있다는 점에서 비교우위가 있다. 본 연구는 국민연금의 중기자산배분의 체계를 보다 합리

적이고 장기적인 관점으로 개선하기 위해 Black-Litterman 모형을 이용한 중기자산배분 체계를 제안해 보았다.

3. Black Litterman Model의 개요

Black-Litterman 모델은 1992년 Fischer Black과 Robert Litterman이 1992년 Financial Analysts Journal 에 발표한 “Global portfolio optimization”에서 유래한다. Markowitz의 평균분산최적화모델(Mean Variance Optimization Model)의 한계를 극복하기 위해 Black-Litterman 모델은 시장균형수익률을 기대수익률로 활용하고 있다. 시장균형수익률은 시장중립적포트폴리오(Market neutral portfolio)에서 도출하여 Markowitz의 일반적 평균분산최적화모델(이하 MVO) 과 달리 자산배분의 기준수준을 제시한다는 것이 큰 차이가 될 수 있다. 시장중립적 수익률과 자산배분이라는 기준선에 투자자의 주관적 견해(View)를 추가적으로 적용하여 최종적인 균형수익률과 자산배분을 도출하게 된다. 따라서 MVO모델과는 달리 모든 자산군에 자산이 배분되는 안정적인 포트폴리오를 도출하게 된다.

Black-Litterman 모델은 베이지언(Bayesian)개념을 사용하고 있는데 MVO모델과는 달리 기대수익률을 확정된 수치가 아닌 확률변수로 취급하고 있다. 따라서 CAPM(Capital Asset Pricing Model)수익률의 확률분포를 베이지언의 사전분포(prior distribution)로 사용하고 있다. 이와 같은 사전분포에 투자자의 개별 자산군의 수익률에 대한 의견을 추가하여 최종으로 기대수익률의 분포가 만들어 진다.

가. 투자자의 주관적 전망이 없는 경우

특정 기간동안 임의의 n 개 자산에 투자를 하는 경우, 이들 자산들의 무위험수익률을 초과하는 초과수익률을 각각 r_1, r_2, \dots, r_n 이라고 하면

초과수익률은 다음과 같은 정규분포를 따르는 것으로 가정한다.

$$r = N(\mu, \Sigma) \quad (1)$$

(μ : 기대수익률, Σ : 개별자산 초과수익률의 분산공분산행렬)

Black-Litterman 모형에서는 기대수익률(μ)을 추정하는 것은 불확실성을 따르므로 기대수익률(μ) 또한 다음과 같은 사전분포(prior distribution)를 가정하고 있다.

$$\mu = N(\Pi, \Sigma_{\Pi}) \quad (2)$$

0 에 가까운 상수 τ 에 대하여 $\Sigma_{\Pi} = \tau\Sigma$ 의 관계가 성립하는 것을 가정하는 경우

$$p(\mu) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |\tau\Sigma|}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mu - \Pi)'(\tau\Sigma)^{-1}(\mu - \Pi)\right] \quad (3)$$

이고, 위의 식 (1)은 다음과 같이 정리된다.

$$r = N(\Pi, (1 + \tau)\Sigma) \quad (4)$$

즉, 기대수익률의 불확실성에 의해 분산이 증가하는 결과로 이어진다는 것을 정의하고 있다. 기대수익률과 자산비중과의 관계는 일반적인 평균-분산모형에서 사용하는 효용함수를 통해 도출된다.

$$U = w' \Pi - \left(\frac{\delta_M}{2}\right) w' \Sigma w \quad (5)$$

(U : 투자자의 효용함수, w : 개별자산군의 투자비중벡터,

Π : 개별자산군의 균형초과수익률의 벡터,

δ_M^3): 위험회피계수(risk aversion parameter))

위 식 (5)를 자산비중(w)으로 1차미분하여 최적조건을 구하면 균형초과수익률과 자산비중의 관계가 도출된다.

$$\frac{dU}{dw} = \Pi - \delta_M \Sigma w = 0, \quad \Pi = \delta_M \Sigma w \quad (6)$$

식 (5)의 w 는 시장중립포트폴리오의 자산비중을 의미하며

3) 위험회피계수 $\delta_M = \frac{\text{기대초과수익률}}{\sigma_M^2}$ 로 정의되는데 도출과정은 『The Black-Litterman Model in Detail』, Jay Walters(2014)를 참조

$$w = (\delta_M \Sigma)^{-1} \Pi \quad (7)$$

로 표현할 수 있다. 따라서 최적포트폴리오의 자산비중 \hat{w} 은 위 식(4)와 식(6)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{w} = (\delta_M(1+\tau)\Sigma)^{-1} \Pi = \left(\frac{1}{1+\tau}\right)(\delta_M \Sigma)^{-1} \Pi = \left(\frac{1}{1+\tau}\right)w \quad (8)$$

따라서 투자자의 견해가 없는 경우 최적자산배분은 CAPM포트폴리오의 자산배분과 거의 동일하게 되며 τ (불확실성에 대한 주관적 계수)의 크기에 따라 달라지게 된다. Black-Litterman 모델에서는 τ 를 공분산행렬에 투입되는 표본수의 역수를 일반적으로 사용하고 있다. 따라서 월별수익률에 대한 3년간 자료를 사용하는 경우 τ 는 1/36이 된다.

나. 투자자의 주관적 전망이 있는 경우

Black-Litterman 모델의 장점은 투자자의 개별 자산군의 수익률에 대해 자신만의 전망을 반영할 수 있다는 것이다. 다시말해서 시장균형수익률 보다 특정 자산군의 수익률을 높게 또는 낮게 전망한 상태에서 최적자산배분을 구할 수 있는 것이다. 투자자의 주관적 전망은 ① 절대적 수익률전망 과 ② 상대적 수익률전망의 형태로 모델에 반영할 수 있다.

① 절대적 수익률전망

특정 자산군의 수익률이 몇 % 라고 명시하는 방법이다. 예를 들어 미국회사채수익률을 시장균형수익률 또는 과거수익률의 평균과는 달리 3.5%(예시)가 적정하다고 보는 전망을 구체적으로 수치화하는 것이다.

② 상대적 수익률전망

상대적수익률전망은 두 개 이상의 자산군을 비교하여 특정 자산군이 상대적으로 더 높은 수익률을 낼 것이라는 전망을 하는 방식이다. 예를 들어 한국의 KOSPI수익률이 미국 S&P 수익률에 비해 30%p더 높다고 전망하는 방식이다.

N 개의 자산군을 대상으로 포트폴리오를 구성하고 k 개의 주관적 전망을 하는 것을 상정하는 경우, 투자자의 주관적 전망을 모델에 반영하기 위해서는 다음과 같이 추가적인 세 가지 행렬(P, Q, Ω)이 고려되어야만 한다.

P : 시장 전망을 지정하는 $k \times n$ 행렬이며 절대적 전망으로 표시하는 경우에는 각 전망별(각 행) 행렬요소의 합이 1 이 되며 상대적 전망을 하는 경우에는 그 합이 0 이 된다.

Q : 개별 전망의 수익률 벡터($k \times 1$)

Ω : k 개 개별 전망에 대한 공분산(covariance)행렬($k \times k$)로 투자자의 전망에 대한 확신수준을 나타내며 개별 전망은 상호 독립적이기 때문에 대각행렬이다.

Ω 는 주관적 전망의 분산이며 투자자의 전망에 대한 신뢰수준과 역의 관계를 갖게 된다. Ω 를 계산하는 방법은 대체적으로 두 가지가 있는 것으로 관련 논문들은 기술하고 있다. 첫 번째 방법은 사전분포 상의 분산과 일정 비례($\tau\Sigma$)하는 것으로 정의하는 것이다. 두 번째 방법은 신뢰구간을 설정하는 방법이다.

Black-Litterman 모델은 주관적 전망 또한 정규분포를 따르는 것으로 가정하고 있다. 투자자의 전망 $B: P\mu = Q$ 를 관찰된 표본이라고 보고 기대수익률 μ 가 주어졌을 경우에 이러한 전망을 얻을 확률분포는 다음과 같다.

$$p(Q|\mu) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^k |\Omega|}} \exp\left[-\frac{1}{2}(Q - P\mu)' \Omega^{-1} (Q - P\mu)\right] \quad (9)$$

이미 μ 의 사전 누적확률분포는 아래와 같은 정규분포를 따르는 것을 알고 있기 때문에 위 식 (9)의 관찰된 분포를 이용하여 μ 의 사후분포를 도출할 수 있다. 우선 베이의 정리에 의해 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$p(\mu|B) = \frac{p(Q|\mu)p(\mu)}{\int p(Q|\mu)p(\mu)d\mu} \propto p(Q|\mu)p(\mu) \quad (10)$$

위의 사전분포 식 (3)과 주관적 전망의 분포 식 (9)를 식 (10)과 같이 베이즈 정리(Bayes Theorem)에 따라 기대초과수익률(μ)의 사후분포(posterior distribution)가 도출된다. 아래 식 (11)을 Black-Litterman의 기본공식(master formula)로 불리기도 한다.

$$\mu|B \sim N(\hat{\Pi}, M) \quad (11)^4)$$

$$(\hat{\Pi} = [(\tau\Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1} [(\tau\Sigma)^{-1} \Pi + P' \Omega^{-1} Q], M = [(\tau\Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1})$$

베이즈 정리에 의해 도출된 사후분포는 사전분포추정값과 주관적전망추정값을 가중평균한 것인데 각각의 분산의 역수(precision)가 가중치로 사용된다. 따라서 초과수익률 r 의 사후분포는 다음과 같다.

$$r = N(\Pi^*, M + \Sigma) \quad (12)$$

그러므로 최적자산배분은 식(7)에 식(12)를 적용하면 아래의 식 (13)과 같이 계산된다.

$$w^* = \frac{1}{\delta_M} (M + \Sigma)^{-1} \Pi^* \quad (13)$$

$$(M + \Sigma: n \times n \text{ matrix}, \Pi^*: n \times 1 \text{ matrix}, n = \text{자산군의 수})$$

4. 국민연금의 중기자산배분을 위한 시장포트폴리오

가. 자산군 분류 및 시가비중

Black-Litterman 모델을 사용하는 경우 코너해(corner solution)의 문제가 발생하지 않는 것은 시장포트폴리오에서부터 출발하기 때문으로 볼 수 있다. 시장포트폴리오가 기준

4) 식 (10)의 도출과정은 Jay Walters(2014)를 참조

선으로 작용하기 때문에 모든 자산군의 비중을 0%~100% 구간으로 설정하는 Markowitz의 일반적 평균-분산 최적화모형에서와 같이 특정 자산군에 자산비중이 집중되는 문제를 방지할 수 있다. 국민연금기금이 전 세계 금융 및 실물자산에 투자하는 것을 상정하고 투자 가능한 시장포트폴리오를 구하기 위해 자산군별 지수와 지수들의 시가비중을 계산하는 작업이 필요하다.

국민연금이 투자가능한 자산군을 크게는 12개 자산군으로 세분화하였고 이들 자산군을 다시 9개 자산군(유럽과 일본을 통합)과 6개 자산군(미국, 일본, 유럽을 선진국 시장으로 통합)으로 구분하여 분석하였다.

본 연구의 Black-Litterman분석에서는 편의상 6개 자산군을 대상으로 분석을 수행하였다. 연구의 편의를 위해 투자 가능지역을 미국, 유럽, 일본으로 한정하였고, Infra의 경우 전 세계를 투자대상으로 하고 있다. 따라서 신흥시장과 호주, 캐나다 등이 포함되는 경우 연구의 결과가 달라질 수 있다는 것을 밝힌다. 또한 본 연구는 KOSPI, KRX채권, FTSE-Russell과 PIMCO의 지수를 사용하였고, 연구자마다 지수의 선택에 의해 결과가 다를 수 있음을 밝힌다.

<표 3> 국민연금 투자자산군의 Index와 시가총액

자산군	Index	시가총액 (\$ 백만)	자산비중 (%)
한국주식	KOSPI	1,093,693	2.347
한국채권	KRX채권	1,006,890	2.161
미국주식	FTSE USA Index	19,329,543	41.489
미국채권	PIMCO Global Advantage US Bond Index	4,461,489	9.576
미국부동산	FTSE EPRA/NAREIT USA Index	664,502	1.426
유럽주식	FTSE Europe Index	8,558,557	18.320
유럽채권	PIMCO Global Advantage Eurozone Bond Index	2,286,554	4.908
유럽부동산	FTSE EPRA/NAREIT Europe Index	200,676	0.431
일본주식	FTSE Japan Index	2,933,450	6.296
일본채권	PIMCO Global Advantage Japan Bond Index	3,828,664	8.218
일본부동산	FTSE EPRA/NAREIT Japan Index	146,040	0.313
인프라	FTSE Global Infrastructure Index	2,079,868	4.464
전체		46,589,932	100%

자료: FTSE-Russell Global Equity Index Series, FTSE-Russell Infrastructure Index Series, FTSE-Russells EPRA/NAREIT Global Real Estate Index Series, PIMCO GLocal Advantage Bond Index, Prequin Private Equity Quarterly Index, KRX KOSPI Index, KRX 채권지수
 주: 2014년 말 기준

본 연구에서는 전 세계 투자가능 자산의 총액을 46조 5,899억 달러로 설정하고 분석 하였다. 한국자산의 비중은 4.508%로 채권에서 국채가 제외된 비중이다. Black-Litterman

모형의 특성상 위험자산의 비중을 결정하는 모형이므로 무위험자산의 비중은 위험자산비중의 총합에서 100%에 부족한 부분을 적용하는 방식을 사용하였다.

따라서 모든 채권지수의 시가총액은 무위험자산이 제외되어 있다는 가정하에 분석을 하였다. 대체자산군은 부동산과 인프라만이 포함되어 있고 PE(private equity)가 제외되어 있다. PE의 경우 신뢰할 만한 지수를 찾기 어려워 분석의 신뢰도 차원에서 제외하였다.

나. 자산군별 지수

본 연구에서는 KRX의 KOSPI지수, 채권지수, PIMCO의 선진국채권지수, 그리고 FTSE-Russell의 선진국주가지수, Infra지수, 부동산지수 등을 이용하여 시장포트폴리오 구성에 사용하였다.

1) FTSE-Russell 주식지수

① FTSE-Russell 미국

<표 4> 미국과 선진국 주식시장의 FTSE-Russell Index 수익률

연간수익률 (Index % USD 기준)	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
미국	6.3	15.7	6.0	-36.8	27.2	15.1	1.7	16.3	32.8	13.3
선진국	10.2	21.2	10.0	-40.3	31.4	12.3	-5.5	17.0	26.8	5.1

자료: FTSE-Russell USA Equity Index Factsheets 2014

미국을 포함한 선진국 주식시장의 수익률은 2008년 금융위기와 2011년 그리스의 재정 위기를 제외하면 전반적으로 높은 수익률을 보이고 있다. 특히 본 연구의 분석대상기간인 2012~2014년 기간의 수익률이 높은 것을 알 수 있다.

<표 5> FTSE-Russell 미국과 선진국 주식시장의 Index 구성

	FTSE USA	FTSE Developed
지수포함 기업수	657	2,117
시가총액(백만 \$)	19,329,544	34,114,766
배당수익률(%)	1.94	2.35
시가총액규모 구분(백만 \$)		
평균	29,421	16,115
대형	647,361	647,361
소형	233	102
중위	13,154	6,447

자료: FTSE-Russell USA Equity Index Factsheets 2014

FTSE-Russell의 미국주식지수에는 657개 기업이 포함되어 있고, 시가총액은 19조 3,295달러이다. 미국시장이 선진국지수의 시가총액의 56.6%를 차지하는 것을 알 수 있다.

<표 6> FTSE-Russell 미국 주식시장 Index의 산업별 구성비

산업	기업수	시가총액(백만 \$)	비중(%)
Oil&Gas	57	1,580,301	8.18
Basic Material	29	499,631	2.58
Industrials	96	2,247,331	11.63
Consumer Goods	77	2,012,599	10.41
Health Care	55	2,546,124	13.17
Consumer Services	99	2,619,312	13.55
Telecommunications	9	440,302	2.28
Utilities	34	640,001	3.31
Financials	128	3,517,746	18.20
Technology	73	3,226,198	16.69
전체	657	19,329,544	100

자료: FTSE-Russell USA Equity Index Factsheets 2014

산업별 구성은 금융 관련 주가 18.20%로 비중이 가장 높고, 그 다음이 기술 관련 주로 16.69%를 차지한다.

② FTSE-Russell 유럽

<표 7> FTSE-Russell 유럽주식시장의 Index 수익률

연간수익률 (Index % EUR 기준)	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Euro block	25.9	23.4	8.7	-44.0	28.8	3.2	-14.5	20.5	24.6	4.9
Europe	27.7	20.9	4.1	-44.2	34.4	12.2	-8.8	18.6	19.3	6.4
Europe ex UK	29.2	22.7	6.8	-43.7	32.5	10.5	-12.8	20.9	20.9	5.8

자료: FTSE-Russell USA Equity Index Factsheets 2014

유럽의 주식 지수수익률도 미국과 유사하며 2008년 금융위기와 2011년 그리스 재정위기를 제외하면 높은 수익률을 보이고 있다. 분석대상 기간이 2012~2014년의 수익률이 높은 편이나 2014년 수익률이 낮다는 것이 미국과 다른 양상을 보이는 점이다.

<표 8> FTSE-Russell 유럽주식 Index 구성

	FTSE Euro bloc	FTSE Europe
지수포함 기업수	278	607
시가총액(백만 EUR)	3,104,824	7,072,895
배당수익률(%)	3.12	3.25
시가총액규모 구분 (백만 EUR)		
평균	11,168	11,652
대형	93,445	193,471
소형	298	88
중위	5,311	4,969

자료: FTSE-Russell Europe Equity Index Factsheets 2014

유럽은 FTSE-Europe 지수가 사용되었으며 유럽내에서 유로권의 비중이 시가총액 기준으로 43.89%를 차지한다.

<표 9> FTSE-Russell 유럽주식 Index의 산업별 구성비

산업	기업수	시가총액(백만 EUR)	비중(%)
Oil&Gas	38	587,318	8.30
Basic Material	57	578,242	8.18
Industrials	108	842,693	11.91
Consumer Goods	78	1,240,369	17.54
Health Care	33	838,254	11.85
Consumer Services	72	505,241	7.14
Telecommunications	30	329,717	4.66
Utilities	35	307,620	4.35
Financials	139	1,626,016	22.99
Technology	17	217,425	3.07
전체	607	7,072,895	100

자료: FTSE-Russell Europe Equity Index Factsheets 2014

지수에 포함된 기업의 수는 607개이며 산업별 비중은 금융 관련 비중이 22.99%로 매우 높으며 미국과는 달리 소비재(Consumer Goods)의 비중이 17.54%로 그 다음으로 높다.

<표 10> FTSE-Russell 유럽주식 Index 국가 구성 내역

국가	기업수	시가총액(백만 EUR)	비중(%)
오스트리아	10	22,433	0.317
벨기에&룩셈부르크	11	131,979	1.866
덴마크	18	164,785	2.330
핀란드	12	95,694	1.353
프랑스	80	954,244	13.492
독일	64	937,796	13.259
그리스	5	9,944	0.141
아일랜드	4	27,855	0.394
이탈리아	33	242,360	3.427
네덜란드	26	301,836	4.268
노르웨이	13	72,152	1.020
포르투갈	6	17,429	0.246
스페인	27	363,254	5.136
스웨덴	36	320,349	4.529
스위스	45	971,213	13.731
영국	131	2,227,874	31.499
기타 국가	86	211,697	2.993
전체	607	7,072,895	100

자료: FTSE-Russell Europe Equity Index Factsheets 2014

유럽지수에 포함된 국가별 비중은 영국이 31.5%로 압도적으로 높은 비중을 차지하고 있다. 그 다음으로 스위스, 프랑스와 독일이 각각 13.73%, 13.49%, 13.26%를 차지한다.

2) PIMCO GLADI[®] 채권지수

채권지수는 PIMCO의 Global Advantage Bond Index(GLADI[®])를 사용하였다. PIMCO의 GLADI[®]는 2009년 만들어진 지수로 전 세계 채권시장을 GDP 비중을 적용하여 기존의 시가비중과는 다른 방식을 채택하였다. 그리고 물가연동채권(inflation-linked bonds)을 포함하여 물가상승에 대한 헷지 기능을 부여한 것이 특징인 것으로 설명되고 있다. 지역별 비중은 매년 GDP 비중을 적용하고 있으며 2014년 말 기준은 다음과 같다.

<표 11> 지역별 비중

지역	비중(%)
미국	23.0
유로존	18.6
일본	8.1
기타 선진국	11.0
Emerging Markets	39.3

자료: BofA Merrill Lynch. Data values as of 31 October 2014

<표 12> 지수의 가중치 생성 방법

A		x		B		= C
지역	지역별 가중치(%)	Factor/Instrument Category		Factor /Instrument Category Weights (%)	GLADI Sub-Index Target Weights(%)	지수 이름
미국	23.0	듀레이션	명목	22	5.1	GLADI U.S. Interest Rate Swaps
			실질	11	2.6	GLADI U.S. Inflation-Protected
		신용	신용	33	7.7	GLADI U.S. Corporates
			담보화	담보화	33	7.7
유로존	18.6	듀레이션	명목	22	4.1	GLADI Eurozone Interest Rate Swaps
			실질	11	2.1	GLADI Eurozone Inflation-Protected
		신용	신용	33	6.2	GLADI Eurozone Corporates
			담보화	담보화	33	6.2
일본	8.1	듀레이션	명목	67	5.4	GLADI Japan Interest Rate Swaps
			실질	33	2.7	GLADI Japan Inflation-Protected
기타선진국	11.0	듀레이션	명목	22	2.4	GLADI Other Industrialized Interest Rate Swaps

Emerging Markets	39.3	실질	11	1.2	GLADI Other Inflation-Protected	
		신용	33	3.7	GLADI Other Coporates	
		담보화	33	3.7	GLADI Other Securitized	
		듀레이션	내부	33	13.1	GLADI Emerging Markets Internal Bond
			외부	33	13.1	GLADI Emerging Markets External Bond
		통화	33	13.1	GLADI Emerging Markets Currencies	

자료: BofA Merrill Lynch. Data values as of 31 October 2014

그리고 지역별 채권 유형별 산업비중은 아래 표와 같다.

<표 13> 지역별 채권 유형별 산업비중

지역	PIMCO GLADI Sub-indexes	비중(%)	듀레이션(년)	수익률(%)	평균등급
미국	GLADI U.S. Interest Rate Swaps	5.1	5.2	1.4	AA3
	GLADI U.S. Inflation-Protected	2.6	8.5	0.5	AAA
	GLADI U.S. Corporates	7.7	7.2	3.3	A3
	GLADI U.S. Securitized	7.7	4.8	2.4	AAA
유로존	GLADI Eurozon Interest Rate Swaps	4.1	5.5	0.4	AA3
	GLADI Eurozon Inflation-Protected	2.1	6.8	0.2	AA2
	GLADI Eurozon Corporates	6.2	5.0	1.3	A3
	GLADI Eurozon Securitized	6.2	4.4	0.5	AA1
일본	GLADI Japan Interest Rate Swaps	5.4	5.6	0.2	AA3
	GLADI Japan Inflation-Protected	2.7	5.7	-1.2	AA3
기타 선진국	GLADI Other Industrialized Interest Rate Swaps	2.4	5.1	1.7	AA3
	GLADI Other Industrialized Inflation-Protected	1.2	13.9	0.0	AAA
	GLADI Other Industrialized Corporates	3.7	5.8	3.1	A2
	GLADI Other Industrialized Securitized	3.7	5.5	1.8	AAA
Emerging Markets	GLADI Emerging Markets Internal Bond	13.1	5.3	6.1	A3
	GLADI Emerging Markets External Bond	13.1	7.5	3.3	BBB1
	GLADI Emerging Markets Currencies	13.1	0.2	5.3	A3
	PIMCO Global Advantage Bond Index	100.0	5.2	2.9	A1

자료: BofA Merrill Lynch. Data values as of 31 October 2014

지역별 비중이 결정되면 4개의 채권선정기준을 적용하여 지수에 삽입될 채권이 결정된다.

① 신용 등급(Credit Quality)

투자 등급이 최소 BBB- 이상이어야 한다.

② 채권 유형(Instrument Type)

법인과 증권화 자격을 갖춘 선진국과 이머징마켓의 정부에 발행되었으며, 고정금리이고, 만기 이전에 원금을 조기 상환할 수 없는(non-callable) 만기상환채(bullet bond) 또는 감채기금(sinking fund), 파생상품(derivative instrument)은 제외된다.

③ 잔존 만기(Remaining Maturity)

모든 이머징마켓에서 물가연동된 회사채와 담보화채권(securitized bond)은 적어도 12개월의 만기가 있어야 한다. 만기가 12개월 보다 적게 남은 채권은 지수 구성으로부터 제외된다.

④ 최소 액면가(Minimum Par Amount Outstanding)

물가연동 채권의 최소액면가는 2 십억(billion) USD이다. 회사채의 최소액면가는 500 백만(million) USD, 100 백만 GBP, 300 백만 CAD, EUR, AUD, CHF이다. 담보화채권은 1 십억 CAD, EUR, 100 백만 GBP, 300 백만 CHF, 2 십억 SEK, 3 십억 DKK의 최소액면가를 가져야 한다.

3) FTSE NAREIT 부동산지수

부동산도 미국, 유럽, 일본을 투자대상으로 설정하였으며 부동산 지수는 FTSE NAREIT Real Estate Index Series를 사용하였다.

① 미국 부동산 지수

<표 14> 미국 부동산 Index 수익률

연간 수익률 (Index % USD기준)	2010	2011	2012	2013	2014
FTSE NAREIT Composite	27.6	7.3	19.7	2.3	27.2
FTSE NAREIT All Equity REITs	27.9	8.3	19.7	2.9	28.0
FTSE NAREIT Mortgage REITs	22.6	-2.4	19.9	-2.0	17.9
FTSE NAREIT Real Estate 50	26.7	9.4	18.0	-0.5	28.7

자료: FTSE EPRA/NAREIT US Real Estate Index Series factsheets 2014

미국 부동산 지수 수익률은 2011년과 2013년이 상대적으로 낮고 2014년은 27.2%의 매우 높은 수익률을 보이고 있다.

<표 15> FTSE NAREIT Composite 미국 부동산 유형별 구성비

유형	자산 수	시가총액(백만 \$)	비중(%)
Commercial Financing	10	13,472	1.58
Diversified	30	79,865	9.36
Health Care	16	94,751	11.11
Home Financing	27	45,806	5.37
Industrial/Office Mixed	34	132,788	15.57
Infrastructure REITs	3	65,788	7.71
Lodging/Resorts	16	54,454	6.39
Residential	16	107,099	12.56
Retail	34	187,217	21.95
Self Storage	4	39,729	4.66
Timber REITs	5	31,835	3.73
전체	193	852,804	100.0

자료: FTSE EPRA/NAREIT USA Index factsheets 2014

유형별 구성은 유통(Retail) 관련 부동산이 21.95%로 비중이 가장 높고, 그 다음으로 업무용(Industrial/Office Mixed) 부동산이 15.57%를 차지하고 있다. 주거용 부동산(Residential)이 12.56%로 세 번째로 높은 비중을 차지하고 있다.

② 유럽 부동산 지수

<표 16> FTSE EPRA REIT Europe Index 수익률

연간수익률(Index % EUR기준)	2010	2011	2012	2013	2014
FTSE EPRA REIT Europe	16.3	-10.5	29.3	9.8	24.7
FTSE Europe	12.2	-8.8	18.6	19.3	6.4

자료: FTSE EPRA/NAREIT Europe Index factsheets 2014

유럽 부동산 지수도 2011년 그리스 재정위기로 인해 -8.8%의 수익률을 보였다가 2012년과 2013년 큰 폭으로 회복하였다.

<표 17> FTSE NAREIT Composite 유럽부동산 유형별 구성비

유형	자산 수	시가총액(백만 EUR)	비중(%)
Diversified	46	73,041	36.75
Health Care	4	1,900	0.95
Industrial	4	7,371	3.70
Industrial/Office Mixed	4	2,705	1.36
Lodging/Resorts	1	655	0.32
Office	15	22,897	11.52
Residential	11	33,906	17.06
Retail	15	54,094	27.22
Self Storage	2	2,148	1.08
전체	102	198,719	100.0

자료: FTSE EPRA/NAREIT Europe Index factsheets 2014

유럽의 경우 분산투자형(Diversified) 부동산이 36.75%로 비중이 가장 높고, 유통(Retail)이 27.22%로 그 다음을 차지하고 있다. 주거용 부동산(Residential)은 17.06%로 세 번째로 높은 비중을 차지하고 있다.

<표 18> FTSE EPRA/NAREIT 유럽부동산 Index 국가 구성 내역

국가	자산 수	시가총액(백만 EUR)	비중(%)
오스트리아	3	2,881	1.45
벨기에&룩셈부르크	7	5,155	2.59
핀란드	3	2,076	1.04
프랑스	7	16,803	8.46
독일	13	32,962	16.59
그리스	1	302	0.15
아일랜드	1	994	0.50
이탈리	2	990	0.50
네덜란드	5	27,902	14.04
노르웨이	2	721	0.36

폴란드	1	358	0.18
러시아	1	2,014	1.01
스페인	4	5,766	2.90
스웨덴	11	11,917	6.00
스위스	4	9,801	4.93
터키	4	1,742	0.88
영국	33	76,335	38.41
전체	102	198,719	100.00

자료: FTSE EPRA/NAREIT Europe Index factsheets 2014

지역별로는 영국이 38.41%로 가장 높고 독일이 16.59%, 그리고 네덜란드가 14.04%를 차지하고 있다.

4) FTSE-Russell Global Infra Index

인프라 지수 수익률은 2011년을 제외하고는 전반적으로 높은 수익률을 보이고 있다.

<표 19> FTSE EPRA REIT Europe Index 수익률

연간수익률(Index % USD기준)	2010	2011	2012	2013	2014
FTSE Global Infrastructure	12.5	3.6	9.7	17.2	15.3
FTSE Global Infrastructure Opportunities	11.0	-5.7	10.1	19.9	5.6

자료: FTSE Infrastructure Index Series 2014

<표 20> FTSE Global Infra Index 자산세부유형별 구성비

세부 유형	자산 수	시가총액(백만 \$)	비중(%)
Pipelines	11	213,772	10.28
Aluminum/Aluminium	9	1,057	0.05
Iron&Steel	91	17,940	0.86
Building Materials & Fixtures	67	18,797	0.90
Heavy Construction	134	24,708	1.19
Delivery Services	21	19,539	0.94
Marine Transportation	60	7,992	0.38
Railroads	11	291,048	13.99
Transportation Services	48	97,382	4.68
Trucking	16	5,189	0.25
Business Support Services	9	1,514	0.07
Airlines	44	10,206	0.49
Travel& Tourism	23	113,024	5.43
Fixed Line Telecommunications	60	76,244	3.67
Mobile Telecommunications	63	76,765	3.69

Conventional Electricity	77	567,899	27.30
Gas Distribution	39	199,239	9.58
Multiutilities	16	208,217	10.01
Water	21	63,838	3.07
Specialty REITs	2	65,498	3.15
전체	822	2,079,868	100.00

인프라 투자 유형은 전기 관련 기간설비투자(Conventional Electricity)가 27.30%를 차지하여 가장 비중이 높다. 철도(Railroads)가 13.99%로 그 다음을 차지하고 있으며 송유관(Pipelines)이 10.28%로 세 번째로 높은 비중을 차지하고 있다.

<표 21> FTSE Global Infra Index 국가구성내역

국가	자산 수	시가총액 (백만 EUR)	비중 (%)	국가	자산 수	시가총액 (백만 \$)	비중 (%)
호주	29	46,858	2.25	한국	29	16,668	0.80
오스트리아	6	2,041	0.10	말레이시아	20	5,159	0.25
벨기에& 룩셈부르크	5	1,504	0.07	멕시코	10	15,485	0.74
브라질	29	18,297	0.88	네덜란드	10	4,239	0.20
캐나다	18	199,292	9.58	뉴질랜드	7	4,618	0.22
칠레	8	3,008	0.14	파키스탄	2	101	0.00
중국	60	37,643	1.81	필리핀	6	4,041	0.19
콜롬비아	3	1,496	0.07	폴란드	5	3,890	0.19
체코	1	66	0.00	포르투갈	5	638	0.03
덴마크	5	3,387	0.16	러시아	15	4,780	0.23
이집트	4	287	0.01	싱가포르	13	9,365	0.45
핀란드	5	739	0.04	남아공	13	4,533	0.22
프랑스	14	32,835	1.58	스페인	16	80,412	3.87
독일	12	13,217	0.64	스웨덴	9	3,133	0.15
그리스	5	1,417	0.07	스위스	9	6,872	0.33
홍콩	17	35,276	1.70	대만	34	5,083	0.24
헝가리	1	54	0.00	태국	15	6,249	0.30
인도	43	14,055	0.68	터키	11	2,739	0.13
인도네시아	11	8,430	0.41	UAE	2	148	0.01
아일랜드	2	847	0.04	영국	30	126,921	6.10
이스라엘	4	467	0.02	이태리	16	31,369	1.51
일본	109	202,488	9.74	노르웨이	6	1,583	0.08
미국	148	1,118,138	53.76				
전체	822	2,079,868	100.00				

인프라 투자의 지역별 비중은 미국이 53.76%로 압도적으로 높고 일본이 9.74%, 캐나다가 9.58%로 다음으로 높은 비중을 보이고 있다.

5. Black-Litterman을 이용한 국민연금의 자산배분

가. 시장포트폴리오와 과거수익률

총 12개의 세부 자산군의 시가비중과 수익률이 제시되었으나 현재 국민연금의 자산군 분류와 일치시키기 위해 6개 자산군을 기준으로 분석하였다. 6개 자산군으로 분류하면 국내주식 2.35%, 국내채권 2.16%, 선진국주식 66.15%, 선진국채권 22.70%, 선진국부동산 2.17%, 그리고 인프라 4.46%의 비중이 계산된다.

<표 22> 자산군별 Index의 시가비중

자산군		자산비중			시가 기준(백만 \$)
		12개 자산군 기준	9개 자산군기준	6개 자산군기준	
국내	한국주식	2.35%	2.35%	2.35%	1,093,693
	한국채권	2.16%	2.16%	2.16%	1,006,890
선진국주식	미국주식	41.49%	41.49%	66.15%	30,821,551
	유럽주식	18.37%	24.67%		
	일본주식	6.30%			
선진국채권	미국채권	9.58%	9.58%	22.70%	10,576,708
	유럽채권	4.91%	13.13%		
	일본채권	8.22%			
선진국부동산	미국부동산	1.43%	1.43%	2.17%	1,011,219
	유럽부동산	0.43%	0.74%		
	일본부동산	0.31%			
인프라	인프라	4.46%	4.46%	4.46%	2,079,868
합계		100%	100%	100%	46,589,929

주: 2014년 12월 말 기준

<표 23> 자산군별 Index 수익률

자산군		수익률(%)					
		2012	2013	2014	3년 평균		
					12개 자산군 기준	9개 자산군기준	6개 자산군기준
국내	한국주식	9.84	1.21	-4.58	2.15	2.15	2.15
	한국채권	5.74	2.23	6.53	4.83	4.83	4.83
선진국주식	미국주식	15.73	29.06	12.85	19.21	19.21	16.49
	유럽주식	20.35	23.07	-6.09	12.44	11.92	
	일본주식	8.84	25.27	-2.96	10.38		
선진국채권	미국채권	5.45	-2.74	5.89	2.86	2.86	-2.17
	유럽채권	12.87	6.32	-5.33	4.62	-5.85	
	일본채권	-8.39	-17.56	-10.36	-12.10		

선진국부동산	미국부동산	17.28	3.52	27.61	16.14	16.14	17.07
	유럽부동산	28.37	15.03	9.89	17.76	18.86	
	일본부동산	43.26	32.75	-14.88	20.37		
인프라	인프라	9.52	16.62	14.65	13.60	13.60	13.60

과거 수익률 또한 6개 자산군을 기준으로 살펴보면 한국주식의 3년(2012~2014년) 평균 수익률이 2.15%, 한국채권은 4.83%, 선진국주식 16.49%, 선진국채권 -2.17%, 선진국 부동산 17.07% 그리고 인프라가 13.60%의 수익률을 기록하였다. 선진국채권의 경우 일본채권의 수익률 하락이 낮은 수익률에 큰 영향을 준 것으로 보인다. 부동산의 경우에도 일본의 2014년 수익률이 -14.88%로 수익률하락에 영향을 준 것으로 보인다.

나. 분산-공분산 행렬(Σ)

지난 3년간(2012~2014년)의 월간 초과수익률을 기준으로 분석하였고, 무위험수익률은 미국의 3년 만기 Treasury Bond의 2014년 평균 금리 1.1%를 사용하였다. 6개 자산군에 대한 시장 초과수익률($\mu_M - \mu_f$)의 분산-공분산 행렬은 다음과 같다.

<표 24> 6개 자산군 분류의 분산-공분산 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.1318	0.0007	0.0782	0.0093	0.0394	0.0268
한국채권	0.0007	0.0034	-0.0010	0.0027	0.0060	0.0049
해외주식	0.0782	-0.0010	0.1217	0.0065	0.0902	0.0786
해외채권	0.0093	0.0027	0.0065	0.0222	0.0295	0.0180
해외부동산	0.0394	0.0060	0.0902	0.0295	0.1809	0.1108
인프라	0.0268	0.0049	0.0786	0.0180	0.1108	0.0952

분산의 경우 해외부동산이 0.1809로 가장 높고, 그 다음으로는 한국주식이 0.1318을 보이고 있다. 해외주식은 0.1217로 한국주식에 비해 조금 낮은 수치를 나타내고 있다. 자산군간의 공분산은 해외부동산과 인프라가 0.1108로 다소 높은 수치를 보이고 있다.

다. 개별 자산군에 대한 수익률(μ) 전망

Black-Litterman모형에서 자산군에 대한 투자자의 주관적 전망을 하지 않는 경우에는 시장포트폴리오가 최종 자산배분이 된다. 그러나 평균수익률, 시장균형기대수익률, 기타

다른 정량적 또는 정성적 판단에 의해 새로운 수익률 전망을 할 수 있다.

1) 개별 자산군에 대한 주관적 수익률 전망이 없는 경우

주관적인 전망이 없는 경우 앞에서 설명된 식 (6)에 의해 시장균형수익률(Π)이 도출된다.

<표 25> 자산군별 3년 평균 시장수익률과 시장초과 균형기대 수익률

자산군	시장중립 자산비중(w)(%)	3년 평균 시장수익률 (초과수익률 ⁵⁾)(%)	시장초과 균형기대 수익률 ⁶⁾ (Π)(%)
국내주식	2.35	3.25 (2.15)	9.14
국내채권	2.16	5.93 (4.83)	0.06
선진국주식	66.15	17.59 (16.49)	13.83
선진국채권	22.70	-1.07 (-2.17)	1.72
선진국부동산	2.17	18.17 (17.07)	11.82
인프라	4.46	14.70 (13.60)	9.84
합계	100		11.55 (10.45 ¹⁾)

주: 1) 분산:0.0674, 표준편차:0.2597, 위험회피도(δ_M : 1.5504(=0.1045/0.0674))

2) 국민연금 중기자산배분을 위한 주관적 수익률 전망의 근거

① 국내주식 10%

한국주식의 시장균형 초과기대수익률은 9.14%이나 3년 평균수익률은 2.15%로 매우 낮은 수준임을 알 수 있다. 반면에 선진국 주식시장의 시장균형 초과기대수익률은 13.83%이고 3년 평균수익률은 16.49%로 매우 높은 수준임을 알 수 있다. 따라서 한국주식시장도 시장균형수익률 수준의 수익률을 낼 것이라는 전망 하에 10%를 적용해 보았다.

② 해외주식 11%

5) 초과수익률은 무위험수익률을 미국의 3년만기 Treasury Bond의 2014년 평균 금리 1.1%를 적용한 것임
6) 시장초과균형수익률 = Π

한국주식에 비해 상대적으로 높은 균형수익률을 보이고 있어 한국주식수익률 전망을 10%로 올리는 반면 해외주식의 수익률을 시장균형수익률 보다 낮은 11%로 낮게 책정해 보았다. 이는 한국주식시장에 대한 자산배분이 증가할 수 있도록 하기 위함이다.

③ 해외채권 2.21%

미국채권 수익률에서는 3년 평균인 2.86%와 유럽채권 수익률에서는 3년 평균인 4.62%를 적용하고 일본채권 수익률에서는 3개년 모두 마이너스 수익률을 기록하므로 이를 0%로 하여 2014년 말 시가비중을 가중치로 적용하여 해외채권 수익률에 대한 전망을 2.21%로 결정하였다.

④ 해외부동산 10.6%

미국부동산 수익률에서는 2014년 수익률이 상대적으로 높아, 2012년과 2013년 수익률의 평균인 10.4%를 사용하였고 유럽부동산 수익률에서는 2012년 수익률이 상대적으로 높아, 2013년과 2014년 수익률의 평균인 12.46%를 사용하였다. 그리고 일본부동산 수익률에서는 2012년 수익률이 상대적으로 높아, 2013년과 2014년 수익률의 평균인 8.9%를 사용하였고 2014년 말 각국 부동산시가비중을 가중치로 적용하여 해외부동산 수익률에 대한 전망을 10.06%로 결정하였다.

3) 한국주식의 시장초과 기대수익률을 10.0%로 전망

앞서 설명한 바와 같이 한국주식시장의 수익률이 균형기대수익률 보다 조금 더 높은 10%로 전망(view)을 하는 경우의 최적자산배분 결과는 다음과 같다.

<표 26> 국내주식 10%의 전망에 따른 최적자산배분

자산군	시장중립 자산비중 (no view)	τ 수준 ⁷⁾ 별 자산배분(with views)		
		1	1/6	1/36
국내주식	2.35%	10.04%	3.34%	2.43%
국내채권	2.16%	1.08%	1.85%	2.10%
선진국주식	66.15%	33.08%	56.70%	64.37%

선진국채권		22.70%	11.35%	19.46%	22.09%
선진국부동산		2.17%	1.09%	1.86%	2.11%
인프라		4.46%	2.23%	3.83%	4.34%
무위험자산			41.14%	12.96%	2.56%
합계		100%	100%	100%	100%
무위험자산 미포함 ¹⁾	초과 기대수익률	10.45%	10.48%	10.49%	10.45%
	분산 (표준편차)	0.067 (0.2597)	0.1149 (0.3390)	0.0778 (0.2788)	0.0693 (0.2632)
무위험자산 포함	초과 기대수익률	-	6.19%	9.13%	10.19%
	분산 (표준편차)	-	0.0413 (0.2032)	0.0591 (0.2430)	0.0658 (0.2565)

주: 1) 위험자산만을 고려한 자산배분안의 총 합이 100%가 되지 않을 경우에는 각각의 자산배분비중을 총 합으로 나누어 조정자산배분안을 먼저 계산한 후 조정자산배분안을 고려한 포트폴리오의 초과 기대수익률과 분산을 산출함

한국주식에 대한 전망(view)을 부여하는 경우의 식 11), 12), 13)에 대한 계산 과정과 산출과정에서 필요한 추정값은 부록에 기술되어 있다. 무위험자산 비중을 결정하는 τ 의 크기는 1, 1/6, 1/36 세가지로 구분하여 분석하였다.

① $\tau=1$

τ 가 1이라고 설정하는 것은 전망에 대해 확신이 거의 없다는 것을 의미한다. 우선 τ 가 1인 경우는 국민연금 중기자산배분의 현 시점에서의 가장 바람직한 최적자산배분인 것으로 보인다. 우선 무위험자산 41.14%를 편의상 한국국채에 배분하면 국내채권의 비중은 42.22%가 된다. 현재 비중이 54.1%(2015년 5월말 기준)이므로 11.88%p가 더 최적에 비해 높다는 것을 의미한다. 반면에 선진국 주식의 최적 비중은 33.08%이나 현재는 12.8%(2015년 5월말 기준)에 불과하여 비중의 증가가 필요하다는 것을 알 수 있다. 따라서 국내채권 비중을 11.88%p 줄이는 대신, 7.15%p는 선진국채권에 더 배분하고, 그리고 나머지 4.73%p는 선진국주식 투자 비중을 더 늘리는데 배분하는 것을 제안해 볼 수 있다.

② $\tau=1/6$

7) τ 수준은 투자자가 전망에 대한 확신의 정도로 표현할 수 있으며 $\frac{1}{\text{sample size}}$ 또는 $\frac{1}{\sqrt{\text{sample size}}}$ 의 수치를 사용할 수 있고 전혀 전망에 대해 확신을 할 수 없는 경우에는 1을 사용한다.

τ 가 1/6이라는 것은 전망에 대해 일정 수준의 확신을 갖고 있다는 것을 의미한다. 이 경우 무위험자산비중 12.96%를 한국국채에 배분하면 한국채권비중은 14.81%가 된다. 이 수준은 2020년 국민연금이 달성해야 할 수준으로 현재 54.1%인 국내채권의 비중을 40%p 줄이고, 동일 비중을 선진국 주식에 배분하고, 현재 19.5%인 국내주식 비중을 16.16%p 줄여 동일 비중을 선진국 채권에 배분하는 것이다.

③ $\tau=1/36$

τ 를 표본의 역수로 사용하는 것이 가장 보편적인 방법으로 알려져 있다. 3년간 자료를 사용하는 경우 τ 의 수치가 0.027(1/36)로 매우 낮아져 전망(view)에 대한 확신이 매우 높다는 것을 의미한다. 그러나 τ 를 1/36로 적용하는 경우 국내자산 비중이 7.09%로 극히 낮아지는 문제가 발생한다. 그러나 포트폴리오의 초과 기대수익률과 표준편차를 고려하면 τ 를 1/36로 결정하는 것이 가장 합리적인 선택임을 알 수 있다.

4) 전망 ①, ②, ③, ④를 모두 적용하는 경우

한국주식의 시장초과 기대수익률을 10.0%로 전망하고 해외시장의 자산군별 전망을 ②, ③, ④와 같이 설정하는 경우의 최적자산배분을 도출해 보았다.

<표 27> 한국주식 10%, 선진국주식 11%, 선진국채권 2.21%, 선진국부동산 10.6%로 시장초과수익률을 전망하는 경우

자산군	시장중립 자산비중 (no view)	τ 수준 ⁸⁾ 별 자산배분(with views)			
		1	1/6	1/36	
국내주식	2.35%	8.53%	3.36%	2.43%	
국내채권	2.16%	1.08%	1.85%	2.10%	
선진국주식	66.15%	37.62%	56.0%	64.02%	
선진국채권	22.70%	21.30%	22.06%	22.50%	
선진국부동산	2.17%	4.83%	2.02%	2.03%	
인프라	4.46%	2.23%	3.83%	4.34%	
무위험자산		24.40%	10.87%	2.57%	
합계	100%	100%	100%	100%	
무위험자산 미포함 ¹⁾	초과 기대수익률	10.45%	8.83%	9.91%	10.35%
	분산 (표준편차)	0.067 (0.2597)	0.0754 (0.2745)	0.0717 (0.2678)	0.0685 (0.2618)
무위험자산 포함	초과 기대수익률	-	6.70%	8.84%	10.08%
	분산	-	0.0438	0.0571	0.0651

(표준편차)	(0.2092)	(0.2390)	(0.2551)
--------	----------	----------	----------

주: 1) 위험자산만을 고려한 자산배분안의 총 합이 100%가 되지 않을 경우에는 각각의 자산배분비중을 총 합으로 나누어 조정자산배분안을 먼저 계산한 후 조정자산배분안을 고려한 포트폴리오의 초과 기대수익률과 분산을 산출함

① $\tau=1$

전망에 대해 확신이 거의 없는 경우 무위험 자산의 비중이 24.4%로 계산되며 이 비중을 한국국채에 배분하면 한국채권의 비중은 25.48%가 된다. 현재 한국채권의 비중이 54.1%인 점을 감안한다면 28.62%p를 단시간에 감축하는 것이 어려우므로 2020년 목표로 추진하는 것이 합리적인 결정이라고 본다.

국내주식의 비중도 19.5%에서 8.53%로 10.97%p 감소시켜야 한다는 것을 알 수 있다. 전술적으로 보면 국내채권을 줄여 해외채권으로 비중을 조절하는 것이 단기간에 달성할 수 있는 방안일 것이다. 선진국주식의 비중을 향후 5년 동안 37.62%까지 증가시키기 위해서는 smart beta와 같은 지수상품에 대한 투자를 적극적으로 검토해야 한다.

② $\tau=1/6$

τ 를 1/6로 결정하는 경우는 국내주식 10%의 전망만을 반영할 경우와 큰 차이를 보이지 않는다. τ 를 1로 결정하면 위험자산비중이 53.21%가 되고 1/6로 하면 65.21%, 1/36을 적용하면 72.82%가 된다. 현재 위험자산의 비중이 41.7%인 것을 감안한다면 궁극적으로는 65%까지 증가시키는 것을 검토해 볼 수 있다.

포트폴리오의 초과기대수익률과 표준편차를 고려한다면 τ 를 1/6로 적용하는 것보다 1/36로 적용하는 것이 합리적이라는 것을 알 수 있다.

라. 기간별 목표 설정

국민연금기금의 수익률과 위험수준을 세계시장의 Passive 운용수준으로 일치시키기 위해서는 연도별 목표를 설정할 필요가 있다. 2016년 말 목표로는 앞서 제시한 첫 번째 시나

8) τ 수준은 투자자가 전망에 대한 확신의 정도로 표현할 수 있으며 $\frac{1}{sample\ size}$ 또는 $\frac{1}{\sqrt{sample\ size}}$ 의 수치를 사용할 수 있고 전혀 전망에 대해 확신을 할 수 없는 경우에는 1을 사용한다. 본 연구에서는 과거 36개월의 자료를 사용하여 1/36 또는 1/6을 적용하였다.

리오(한국주식 기대수익률 10%로 전망)의 $\tau=1$ 일 때의 자산배분안을 적용(<표 26> 참조)하고, 2020년까지는 두 번째 시나리오(한국주식 기대수익률 10%, 선진국주식 11%, 선진국채권 2.21%, 선진국부동산 10.6%로 전망)에서 $\tau=1$ 일 때의 자산배분안을 적용(<표 27> 참조)해 볼 것을 제안해본다. 그리고 2025년의 목표로는 첫 번째 시나리오의 $\tau=1/6$ 일 때의 자산배분안을 적용해볼 수 있겠으나 우선 2020년 자산배분 결과를 보고 2025년 이후 목표 자산배분안의 적용가능성 여부를 판단하는 것이 더 적절하다고 본다. 만약 이와 같은 목표 설정에 따른다면 기금운용 기대수익률(초과수익률+무위험수익률)은 2016년 말 7.29%(6.19%+1.1%), 2020년 말 7.8%(6.7%+1.1%), 2025년 말 10.23%(9.13%+1.1%)로 전망된다.

6. 결론

본고에서는 기존 국민연금기금의 자산배분 모형인 MVO 모형 대신 Black-Litterman 모형을 제안하기 위해 실제 국민연금기금이 투자가능한 자산군을 대상으로 자산배분결과를 제시하였다. 특히 본 연구에서는 두 가지 시나리오(한국주식에 대한 기대수익률 시장전망만 반영, 한국주식, 선진국주식, 선진국채권, 선진국부동산에 대한 기대수익률 시장전망 반영)에 따른 자산배분안을 도출하였다. 국민연금기금의 수익률과 위험수준을 세계시장의 Passive 운용수준으로 일치시키기 위해서 연도별 목표설정이 무엇보다 중요한 실정인데 본 연구에서 시뮬레이션한 자산배분안을 이용하여 연도별 목표를 설정해 본다면 다음과 같다.

2016년까지는 한국주식의 기대수익률 전망치만을 반영하여 도출한 자산배분안 중 투자자의 전망에 대한 확신 정도인 τ 가 1일 때의 자산배분안을 적용해 볼 것을 제안하고, 2020년까지는 한국주식, 선진국주식, 선진국채권, 선진국부동산에 대한 기대수익률 전망을 반영하여 도출한 자산배분안 중 투자자의 전망에 대한 확신정도인 τ 가 1일 때의 자산배분안을 적용해 볼 것을 제안해 본다. 또한 2025년까지의 자산배분안으로는 우선 2020년 자산배분 결과를 보고 한국주식의 기대수익률 전망치만을 반영하여 도출한 자산배분안 중 투자자의 전망에 대한 확신 정도인 τ 가 1/6인 자산배분안의 적용가능여부를 판단해 보는 것이 적절하다고 본다.

그리고 시나리오별로 분석한 자산배분안을 각 연도별 목표로 설정한다고 가정할 때 위험

자산과 안전자산비중은 다음과 같이 조정할 수 있을 것으로 예상된다. 2016년 말 목표 자산배분안을 그대로 따른다면 위험자산의 비중이 현재보다 2.2%p 더 증가되어 43.4%를 차지하게 될 것이며, 해외자산의 비중은 21%p 더 증가시키게 되어 위험자산비중 보다는 해외자산 비중 증가에 중점을 둔 자산배분안이 적용되는 셈일 것이다. 그리고 2020년 말 목표 자산배분안을 그대로 따른다면 안전자산 비중을 45%(국내: 25%, 해외 20%) 수준으로 낮출 수 있으며, 위험자산의 비중을 55%(국내주식: 10%, 해외주식+대체: 45%)까지 높일 수 있을 것으로 예상된다. 마지막으로, 2025년 말까지는 목표 자산배분안을 그대로 따른다면 안전자산 비중을 34.2%로 낮출 수 있고, 동시에 위험자산 비중을 65.8%까지 높일 수 있을 것으로 예상되며 이에 따른 수익률은 2016년 말 7.29%, 2020년 말 7.8%, 2025년 말 10.23%로 전망된다.

... 참고문헌

- 보건복지부, 국민연금기금운용지침, 2015. 6.9.
- BofA Merrill Lynch. Data values as of 31 October 2014
- e-나라지표, 부문별지표, 채권발행/유통현황
- FTSE EPRA/NAREIT Europe Index Factsheets2014
- FTSE EPRA/NAREIT USA Index Factsheets2014
- FTSE EPRA/NAREIT US Real Estate Index Series Factsheets2014
- FTSE Infrastructure Index Series 2014
- FTSE-Russell EPRA/NAREIT Global Real Estate Index Series
- FTSE-Russell Europe Equity Index Factsheets 2014
- FTSE-Russell Global Equity Index Series
- FTSE-Russell Infrastructure Index Series
- FTSE-Russell USA Equity Index Factsheets 2014
- He, Guangliang, and Robert Litterman, *The intuition behind Black-Litterman model portfolios*, Available at SSRN 334304.
- Idzorek, Thomas M. (2002), *A step-by-step guide to the Black-Litterman model*, Forecasting expected returns in the financial markets, 17.
- KRX 한국거래소, KRX 국내지수
- KRX 한국거래소, KRX 채권지수
- PIMCO Global Advantage Bond Index
- Walters, C. F. A. (2014), *The Black-Litterman model in detail*. The Black-Litterman Model in Detail, June 20, 2014.

부 록

가. 분산-공분산 행렬

<부표 1> 12개 자산군의 분산-공분산 행렬

	한국 주식	한국 채권	미국 주식	미국 채권	미국 부동산	유럽 주식	유럽 채권	유럽 부동산	일본 주식	일본 채권	일본 부동산	인프라
한국 주식	0.1318	0.0007	0.0640	0.0077	0.0173	0.1134	0.0473	0.0788	0.0694	-0.0116	0.0860	0.0268
한국 채권	0.0007	0.0034	-0.0009	0.0034	0.0068	-0.0014	-0.0018	0.0018	-0.0007	0.0045	0.0082	0.0049
미국 주식	0.0640	-0.0009	0.0978	0.0042	0.0651	0.1291	0.0543	0.0987	0.0759	-0.0287	0.0833	0.0672
미국 채권	0.0077	0.0034	0.0042	0.0116	0.0295	0.0111	0.0077	0.0256	0.0046	0.0145	0.0240	0.0166
미국 부동산	0.0173	0.0068	0.0651	0.0295	0.2076	0.0838	0.0519	0.1348	0.0749	0.0196	0.1369	0.1044
유럽 주식	0.1134	-0.0014	0.1291	0.0111	0.0838	0.2635	0.1230	0.2054	0.1343	-0.0436	0.1569	0.1015
유럽 채권	0.0473	-0.0018	0.0543	0.0077	0.0519	0.1230	0.0735	0.1040	0.0725	-0.0125	0.0979	0.0524
유럽 부동산	0.0788	0.0018	0.0987	0.0256	0.1348	0.2054	0.1040	0.2303	0.1006	-0.0119	0.1194	0.1006
일본 주식	0.0694	-0.0007	0.0759	0.0046	0.0749	0.1343	0.0725	0.1006	0.1969	-0.0407	0.2949	0.0872
일본 채권	-0.0116	0.0045	-0.0287	0.0145	0.0196	-0.0436	-0.0125	-0.0119	-0.0407	0.0980	-0.0189	-0.0010
일본 부동산	0.0860	0.0082	0.0833	0.0240	0.1369	0.1569	0.0979	0.1194	0.2949	-0.0189	0.6792	0.1542
인프라	0.0268	0.0049	0.0672	0.0166	0.1044	0.1015	0.0524	0.1006	0.0872	-0.0010	0.1542	0.0952

<부표 2> 9개 자산군의 분산-공분산 행렬

	한국주식	한국채권	미국주식	미국채권	미국 부동산	유럽+일본 주식	유럽+일본 채권	유럽+일본 부동산	인프라
한국 주식	0.1318	0.0007	0.0640	0.0077	0.0173	0.1022	0.0104	0.0819	0.0268
한국 채권	0.0007	0.0034	-0.0009	0.0034	0.0068	-0.0012	0.0021	0.0045	0.0049
미국 주식	0.0640	-0.0009	0.0978	0.0042	0.0651	0.1155	0.0023	0.0922	0.0672
미국 채권	0.0077	0.0034	0.0042	0.0116	0.0295	0.0094	0.0120	0.0249	0.0166
미국 부동산	0.0173	0.0068	0.0651	0.0295	0.2076	0.0815	0.0317	0.1357	0.1044
유럽+일본 주식	0.1022	-0.0012	0.1155	0.0094	0.0815	0.2101	0.0143	0.1843	0.0978
유럽+일본 채권	0.0104	0.0021	0.0023	0.0120	0.0317	0.0143	0.0428	0.0286	0.0190
유럽+일본 부동산	0.0819	0.0045	0.0922	0.0249	0.1357	0.1843	0.0286	0.2559	0.1232
인프라	0.0268	0.0049	0.0672	0.0166	0.1044	0.0978	0.0190	0.1232	0.0952

나. 전망 1: 한국주식 10%

$$P = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), \quad Q = (0.10), \quad \Omega = (0.131792)$$

1) $\tau=1$

<부표 3> 6개 자산군의 균형기대수익률

	균형기대수익률(no view)	Π^* (with views)
한국주식	0.09140985	0.095704925
한국채권	0.00057090	0.00059314
해외주식	0.13827331	0.140822043
해외채권	0.01718143	0.017483825
해외부동산	0.11819358	0.119478935
인프라	0.09836368	0.099236213

<부표 4> 6개 자산군의 Σ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.131792	0.000682408	0.078206467	0.009279	0.039440378	0.026773
한국채권	0.000682	0.003403255	-0.00102055	0.00267	0.005996187	0.004877
해외주식	0.078206	-0.00102055	0.121662884	0.006543	0.090189931	0.078639
해외채권	0.009279	0.002670338	0.006543247	0.022217	0.02950298	0.017969
해외부동산	0.03944	0.005996187	0.090189931	0.029503	0.180880504	0.110839
인프라	0.026773	0.004877139	0.078638576	0.017969	0.110838537	0.095203

<부표 5> 6개 자산군의 M 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.065895987	0.000341204	0.039103234	0.004639471	0.01972	0.013387
한국채권	0.000341204	0.003401489	-0.001223024	0.002646315	0.005894	0.004808
해외주식	0.039103234	-0.001223024	0.098458696	0.003790146	0.078488	0.070695
해외채권	0.004639471	0.002646315	0.003790146	0.021890203	0.028115	0.017027
해외부동산	0.019720189	0.005894077	0.078487805	0.028114561	0.174979	0.106832
인프라	0.013386603	0.004807825	0.070694853	0.017026919	0.106832	0.092483

<부표 6> 6개 자산군의 $M+\Sigma$ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.197687962	0.001023611	0.117309701	0.013918412	0.059161	0.04016
한국채권	0.001023611	0.006804744	-0.002243574	0.005316654	0.01189	0.009685
해외주식	0.117309701	-0.002243574	0.22012158	0.010333393	0.168678	0.149333
해외채권	0.013918412	0.005316654	0.010333393	0.044107052	0.057618	0.034996
해외부동산	0.059160567	0.011890264	0.168677737	0.057617541	0.355859	0.217671
인프라	0.040159808	0.009684964	0.149333429	0.034996335	0.217671	0.187686

2) $\tau=1/6$

<부표 7> 6개 자산군의 균형기대수익률

	균형기대수익률(no view)	Π^* (with views)
한국주식	0.09140985	0.092637014
한국채권	0.000570901	0.000577255
해외주식	0.138273309	0.139001519
해외채권	0.017181426	0.017267826
해외부동산	0.118193581	0.118560825
인프라	0.09836368	0.098612975

<부표 8> 6개 자산군의 Σ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.131792	0.000682408	0.078206467	0.009279	0.039440378	0.026773
한국채권	0.000682	0.003403255	-0.00102055	0.00267	0.005996187	0.004877
해외주식	0.078206	-0.00102055	0.121662884	0.006543	0.090189931	0.078639
해외채권	0.009279	0.002670338	0.006543247	0.022217	0.02950298	0.017969
해외부동산	0.03944	0.005996187	0.090189931	0.029503	0.180880504	0.110839
인프라	0.026773	0.004877139	0.078638576	0.017969	0.110838537	0.095203

<부표 9> 6개 자산군의 M 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.018827425	9.74868E-05	0.011172352	0.001325563	0.005634	0.003825
한국채권	9.74868E-05	0.000567125	-0.000179733	0.000443912	0.000995	0.00081
해외주식	0.011172352	-0.000179733	0.019172186	0.000959441	0.014474	0.012728
해외채권	0.001325563	0.000443912	0.000959441	0.003687254	0.004851	0.00295
해외부동산	0.00563434	0.000994502	0.014474411	0.004851048	0.029866	0.018282
인프라	0.003824744	0.000809556	0.012728157	0.002950022	0.018282	0.015738

<부표 10> 6개 자산군의 $M+\Sigma$ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.150619399	0.000779894	0.089378819	0.010604504	0.045075	0.030598
한국채권	0.000779894	0.003970381	-0.001200284	0.003114251	0.006991	0.005687
해외주식	0.089378819	-0.001200284	0.14083507	0.007502688	0.104664	0.091367
해외채권	0.010604504	0.003114251	0.007502688	0.025904103	0.034354	0.020919
해외부동산	0.045074717	0.006990689	0.104664343	0.034354028	0.210746	0.129121
인프라	0.030597949	0.005686695	0.091366733	0.020919438	0.129121	0.11094

3) $\tau=1/36$

<부표 11> 6개 자산군의 균형기대수익률

	균형기대수익률(no view)	Π^* (with views)
한국주식	0.09140985	0.091642016
한국채권	0.000570901	0.000572103
해외주식	0.138273309	0.138411078
해외채권	0.017181426	0.017197772
해외부동산	0.118193581	0.11826306
인프라	0.09836368	0.098410844

<부표 12> 6개 자산군의 Σ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.131792	0.000682408	0.078206467	0.009279	0.039440378	0.026773
한국채권	0.000682	0.003403255	-0.00102055	0.00267	0.005996187	0.004877
해외주식	0.078206	-0.00102055	0.121662884	0.006543	0.090189931	0.078639
해외채권	0.009279	0.002670338	0.006543247	0.022217	0.02950298	0.017969
해외부동산	0.03944	0.005996187	0.090189931	0.029503	0.180880504	0.110839
인프라	0.026773	0.004877139	0.078638576	0.017969	0.110838537	0.095203

<부표 13> 6개 자산군의 M 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.003561945	1.84435E-05	0.002113688	0.000250782	0.001066	0.000724
한국채권	1.84435E-05	9.45322E-05	-2.86526E-05	7.414E-05	0.000166	0.000135
해외주식	0.002113688	-2.86526E-05	0.003344683	0.000177623	0.002488	0.002172
해외채권	0.000250782	7.414E-05	0.000177623	0.000616644	0.000817	0.000498
해외부동산	0.001065956	0.000166407	0.002487705	0.000817443	0.005016	0.003073
인프라	0.0007236	0.000135372	0.002172477	0.000497735	0.003073	0.00264

<부표 14> 6개 자산군의 $M+\Sigma$ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.13535392	0.000700851	0.080320155	0.009529723	0.040506	0.027497
한국채권	0.000700851	0.003497788	-0.001049203	0.002744478	0.006163	0.005013
해외주식	0.080320155	-0.001049203	0.125007567	0.00672087	0.092678	0.080811
해외채권	0.009529723	0.002744478	0.00672087	0.022833494	0.03032	0.018467
해외부동산	0.040506334	0.006162594	0.092677637	0.030320422	0.185896	0.113911
인프라	0.027496806	0.005012511	0.080811053	0.018467151	0.113911	0.097843

다. 전망 2: 한국주식 10.0%, 해외주식 11.0%, 해외채권 2.21%, 해외부동산 10.6%

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q^T = (0.10 \ 0.11 \ 0.0221 \ 0.106),$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0.131791974 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.121662884 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.022217 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.180880504 \end{pmatrix}$$

1) $\tau=1$

<부표 15> 6개 자산군의 균형기대수익률

	균형기대수익률(no view)	Π^* (with views)
한국주식	0.09140985	0.090632389
한국채권	0.000570901	0.000991229
해외주식	0.138273309	0.126521435
해외채권	0.017181426	0.019260314
해외부동산	0.118193581	0.109260198
인프라	0.09836368	0.089886834

<부표 16> 6개 자산군의 Σ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.131792	0.000682408	0.078206467	0.009279	0.039440378	0.026773
한국채권	0.000682	0.003403255	-0.00102055	0.00267	0.005996187	0.004877
해외주식	0.078206	-0.00102055	0.121662884	0.006543	0.090189931	0.078639
해외채권	0.009279	0.002670338	0.006543247	0.022217	0.02950298	0.017969
해외부동산	0.03944	0.005996187	0.090189931	0.029503	0.180880504	0.110839
인프라	0.026773	0.004877139	0.078638576	0.017969	0.110838537	0.095203

<부표 17> 6개 자산군의 M 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.058555989	0.00026737	0.020969003	0.001854856	0.001955	-0.00137
한국채권	0.00026737	0.003161976	-0.001439211	0.001141528	0.002734	0.003155
해외주식	0.020969003	-0.001439211	0.048629212	-0.0007676	0.024442	0.02859
해외채권	0.001854856	0.001141528	-0.0007676	0.010424689	0.007837	0.004855
해외부동산	0.001954547	0.002733594	0.024442351	0.007836748	0.075885	0.041804
인프라	-0.001373838	0.003154725	0.028589831	0.004854983	0.041804	0.047459

<부표 18> 6개 자산군의 $M+\Sigma$ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.190347963	0.000949778	0.09917547	0.011133797	0.041395	0.025399
한국채권	0.000949778	0.006565231	-0.002459761	0.003811866	0.00873	0.008032
해외주식	0.09917547	-0.002459761	0.170292096	0.005775647	0.114632	0.107228
해외채권	0.011133797	0.003811866	0.005775647	0.032641538	0.03734	0.022824
해외부동산	0.041394925	0.00872978	0.114632282	0.037339728	0.256765	0.152643
인프라	0.025399367	0.008031865	0.107228407	0.022824399	0.152643	0.142661

2) $\tau=1/6$

<부표 19> 6개 자산군의 균형기대수익률

	균형기대수익률(no view)	Π^* (with views)
한국주식	0.09140985	0.090364453
한국채권	0.000570901	0.00065378
해외주식	0.138273309	0.134591886
해외채권	0.017181426	0.017579616
해외부동산	0.118193581	0.115116808
인프라	0.09836368	0.095718969

<부표 20> 6개 자산군의 Σ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.131792	0.000682408	0.078206467	0.009279	0.039440378	0.026773
한국채권	0.000682	0.003403255	-0.00102055	0.00267	0.005996187	0.004877
해외주식	0.078206	-0.00102055	0.121662884	0.006543	0.090189931	0.078639
해외채권	0.009279	0.002670338	0.006543247	0.022217	0.02950298	0.017969
해외부동산	0.03944	0.005996187	0.090189931	0.029503	0.180880504	0.110839
인프라	0.026773	0.004877139	0.078638576	0.017969	0.110838537	0.095203

<부표 21> 6개 자산군의 M 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.017793894	7.12452E-05	0.009359131	0.00098859	0.003695	0.002341
한국채권	7.12452E-05	0.000555083	-0.000224713	0.000363651	0.000808	0.000703
해외주식	0.009359131	-0.000224713	0.015803564	0.000469373	0.010721	0.009929
해외채권	0.00098859	0.000363651	0.000469373	0.00307783	0.003539	0.002135
해외부동산	0.003694932	0.000808363	0.010721493	0.003538856	0.023875	0.014278
인프라	0.002340879	0.000703074	0.009928827	0.002134549	0.014278	0.012972

<부표 22> 6개 자산군의 $M+\Sigma$ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.149585868	0.000753653	0.087565598	0.010267531	0.043135	0.029114
한국채권	0.000753653	0.003958338	-0.001245263	0.00303399	0.006805	0.00558
해외주식	0.087565598	-0.001245263	0.137466448	0.00701262	0.100911	0.088567
해외채권	0.010267531	0.00303399	0.00701262	0.025294679	0.033042	0.020104
해외부동산	0.04313531	0.006804549	0.100911425	0.033041835	0.204756	0.125116
인프라	0.029114085	0.005580213	0.088567403	0.020103965	0.125116	0.108175

3) $\tau=1/36$

<부표 23> 6개 자산군의 균형기대수익률

	균형기대수익률(no view)	Π^* (with views)
한국주식	0.09140985	0.0911504
한국채권	0.000570901	0.000584171
해외주식	0.138273309	0.137534017
해외채권	0.017181426	0.017240224
해외부동산	0.118193581	0.117558366
인프라	0.09836368	0.097831701

<부표 24> 6개 자산군의 Σ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.131792	0.000682408	0.078206467	0.009279	0.039440378	0.026773
한국채권	0.000682	0.003403255	-0.00102055	0.00267	0.005996187	0.004877
해외주식	0.078206	-0.00102055	0.121662884	0.006543	0.090189931	0.078639
해외채권	0.009279	0.002670338	0.006543247	0.022217	0.02950298	0.017969
해외부동산	0.03944	0.005996187	0.090189931	0.029503	0.180880504	0.110839
인프라	0.026773	0.004877139	0.078638576	0.017969	0.110838537	0.095203

<부표 25> 6개 자산군의 M 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.003517972	1.72252E-05	0.002042067	0.000236764	0.000988	0.000665
한국채권	1.72252E-05	9.41393E-05	-3.05834E-05	7.14778E-05	0.00016	0.000132
해외주식	0.002042067	-3.05834E-05	0.003222498	0.000157912	0.002351	0.002071
해외채권	0.000236764	7.14778E-05	0.000157912	0.000596377	0.000771	0.000468
해외부동산	0.000988091	0.000159967	0.002350818	0.000770895	0.004806	0.002932
인프라	0.000665046	0.000131599	0.002071461	0.000468459	0.002932	0.002543

<부표 26> 6개 자산군의 $M+\Sigma$ 행렬

	한국주식	한국채권	해외주식	해외채권	해외부동산	인프라
한국주식	0.135309947	0.000699633	0.080248534	0.009515705	0.040428	0.027438
한국채권	0.000699633	0.003497395	-0.001051134	0.002741816	0.006156	0.005009
해외주식	0.080248534	-0.001051134	0.124885382	0.006701158	0.092541	0.08071
해외채권	0.009515705	0.002741816	0.006701158	0.022813226	0.030274	0.018438
해외부동산	0.040428469	0.006156154	0.092540749	0.030273875	0.185686	0.11377
인프라	0.027438251	0.005008739	0.080710037	0.018437874	0.11377	0.097746