

<재무학회 추계 심포지엄 발표원고>

국민연금기금의 대체투자 포트폴리오 분석^{*,**}

박 영규(성균관대)

김 현석(성균관대)

2014년 10월

* 본 논문은 국민연금연구원의 연구비 지원 하에 수행된 결과물입니다.

** 본 논문은 아직 미완성본이며 추후 논문이 완성될 때 까지 저자의 동의 없이 인용이나 배포를 금합니다.

I. 서론

국민연금기금은 1988년 5,300억원의 규모로 시작하여 2003년 100조원, 2007년 200조원에 이어 2010년 300조원이 넘는 규모로 증가하였고 2013년 말 그 규모가 426.9조원에 이르렀다. 국민연금기금의 포트폴리오는 크게 금융부문, 복지부문, 기타부문으로 구성되는 데, 이 중 기금적립금의 99% 이상을 차지하는 금융부문 내에서의 자산배분과 투자전략수립, 위험관리 및 성과평가 등에 따라 기금운용의 성패가 달려있다고 할 수 있다. 금융부문에서의 기금은 다시 국내주식, 해외주식, 국내채권, 해외채권 및 대체투자 등으로 나뉘어 운용되고 있는 데, 이처럼 자산군을 분류하는 목적은 기금운용의 수익성과 안정성 제고를 위하여 투자대상을 다변화하는 데 있다(2013 국민연금 기금운용보고서 개정판).

최근 들어 저금리와 세계 경제 변동성에 대응할 수 있는 대안으로 대체투자(Alternative Investment)¹⁾에 대한 관심이 집중되고 있다. 1990년대 일어난 걸프전쟁과 아시아 외환위기를 비롯해 글로벌 금융위기, 유로존위기 등 주기적인 거시경제 위기에도 대체투자 부문은 꾸준한 수익을 냈다는 이유에서다.²⁾ 글로벌 대형 연기금의 포트폴리오 중 부동산 및 인프라를 포함한 실물자산(Real Assets), 사모투자(Private Equity), 헤지펀드 등 대체투자의 비중은 2003년 7%내외에서 2012년 17%내외로 크게 증가하였다(김병덕(2014)). 글로벌 연기금의 행보와 무관하지 않게 국민연금기금의 대체투자금액 및 비중도 꾸준히 상승하여 2013년 말 기준으로 대체투자 부문의 투자규모는 40조원을 돌파하였고, 전체 적립금 중 9.4%를 차지하게 되었다. 이처럼 대체투자 부문의 투자규모 및 투자비중이 증가하는 상황이지만 대체투자를 체계적으로 운용하기 위한 효율적 투자 포트폴리오 구축에 관한 연구는 거의 이루어지지 못했다.

현재 국민연금은 대체투자의 투자대상을 크게 국내외 부동산, 인프라 및 사모투자의 여섯 부문으로 분류하고 있다. 본 연구는 현재 국민연금기금의 대체투자 포트폴리오가 효율적인지 검토하기 위하여 투자대상 자산들의 과거 수익률과 위험을 기초로 위험을 최소화하고 수익률을 극대화하기 위한 최적 투자비중의 조합을 찾고자 한다. 이를 위해 전통적으로는 Markowitz(1952)의 평균-분산 모형을 사용한다. 그러나 평균-분산모형을 실제 자산배분에 사용하는 데에는 상당한 문제점이 발생할 수 있다. Markowitz의 평균-분산 모형은 모든 자산을 투자대상으로 하고 있지만, 실제 자산배분 시 대다수 자산에는 투자비중이 배분되지 않고 일부 자산에만 투자비중이 집중되는 경우가 자주 발생한다. 다시 말하면 평균-분산 모형에 의한 최적화는 기대수익률이 높고, 변동성이 낮은 자산에 과도한 가중치가 부여되는 구석해(corner solution) 문제가 발생한다. 이는 최적 포트폴리오의 투자비중이 기대수익률이 나 위험수준의 미세한 차이에 민감하게 반응하기 때문이다. 따라서 평균-분산 모형에 의한 자산배분은 분산투자효과를 감소시키는 상황을 유발시켜 포트폴리오 구성으로 인한 이득을 희석시키는 것으로 보고된다(Black and Litterman(1992), 안성봉, 임형준(2006), 황승규, 임형

1) 대안투자로 번역되어 사용되기도 한다.

2) 매일경제, “해외 대체투자로 저금리·저성장 파고 넘어라”, 2014년 5월 13일자.

준, 유시용(2009), 변중국(2012)).

평균-분산모형의 실제 자산배분적용에 따른 문제점들을 보완하기 위한 대안으로 Black과 Litterman(1992)이 제안한 모형은 기대수익률 등 투입변수의 값에 따라 자산배분 결과가 과도하게 바뀌는 민감도 및 구석해 문제 등을 완화시킬 수 있다. 동 모형은 시장포트폴리오에 내재된 균형기대수익률을 기초로 투자자의 시장전망을 반영한 기대수익률을 도출하고 이를 평균-분산모형에 투입하는 모형으로써 내재수익률을 바탕으로 기대수익률을 산출함으로써 견고한 이론적 토대를 갖춘 데다 투자자의 시장전망을 자산배분 과정에 반영시킬 수 있는 장치를 가지고 있어 현재 많은 투자기관들이 자산배분 업무에 활용하고 있다(안성봉, 임형준(2006)).

이에 본 연구는 Markowitz의 평균-분산 모형과 Black-Litterman 모형을 사용하여 국민연금기금의 대체투자 포트폴리오의 효율성을 검토하고, 기존 국민연금의 대체투자대상에 포함되지 못했던 상품(commodity)과 헤지(hedge)펀드를 새로운 대체투자부문으로 추가하여 현재 대체투자 포트폴리오와 비교분석함으로써 새로운 대체투자 최적 포트폴리오 구축 방안을 제시하고자 한다. 이를 통해 향후 국민연금기금의 대체투자부문의 자산배분 효율성을 제고하고 성과를 제고하는데 기여함을 목적으로 한다.

이러한 연구가 갖는 의의는 첫째, 시장 전체 포트폴리오를 대상으로 사용해야 하는 Markowitz 가정에서 벗어나 자산군 내에서 세부자산을 분류할 수 있는 방법을 제시하고 이를 적용시켜 본다는 면에서 실무적인 의의가 있다. 둘째, 국민연금기금에 기존의 Markowitz의 평균-분산 모형에 의한 자산배분과 미래의 기대치를 반영하는 Black-Litterman 모형을 비교함으로써 향후 국민연금기금 자산배분모델의 선택 폭을 넓히고 이를 통한 대체투자 성과제고에 기여할 것이다. 셋째, 기존의 자산배분모형 연구들처럼 Markowitz 모형과 Black-Litterman 모형을 이용해서 자산군을 분류할 뿐 아니라, 과거 대체투자 벤치마크 및 실제 국민연금 성과자료를 이용하여 사후검증(Back test)을 실시 Black-Litterman 방법의 유효성을 확인하였다는 면에서 차별화된다.

II. 기금 포트폴리오 현황 및 선행연구

1. 기금 포트폴리오 개요 및 대체투자 현황

국민연금기금은 2013년 말 기준 426.9조원에 달하는 거대 기금이다. <표 1>은 2013년 말 기준 국민연금기금의 포트폴리오의 구성 내역을 보여주고 있는 데, 기금적립금 426.9조원 중 금융부문이 426.4조원으로 전체 기금적립금의 약 99.9%를 차지하고, 복지부문은 1,271억원 그리고 기타부문은 2,723억 원으로 복지부문과 기타부문을 합산하여도 전체 기금적립금의 약 0.1%에 불과하다. 따라서 본 연구에서는 기금적립금의 99.9%를 차지하는 금융부문을 전체 국민연금기금으로 간주하고 포트폴리오 분석을 진행한다.

국민연금 기금운용보고서³⁾에 따르면 국민연금의 전략적 자산배분은 객관적인 시장분석을 근거로 하여 자산배분 목표를 설정하는 과정으로 기금의 목표수익률과 위험한도를 반영하여 자산군의 상대적 비율을 결정하는 것을 말한다. 기금운용위원회는 매년 향후 5년의 기간에 대한 자산배분 목표를 설정한 후 이의 이행을 위하여 시장전망과 연금 수급상황의 변화를 반영한 연간 기금운용계획을 수립한다. 기금의 2013~2017년 중기 자산배분에 따르면 향후 5년간 연평균 목표 수익률은 6.6%이며 최적 포트폴리오는 주식 30%이상, 채권 60%미만, 대체투자 10%이상으로 설정하였다. 또한 2013~2017년 중기 자산배분의 2013년도 이행 포트폴리오에 따르면 자산군별 목표비중은 국내주식 20.0%, 국내채권 56.1%, 해외주식 9.3%, 해외채권 4.0%, 대체투자 10.6%로 설정되어있다.

<표 1> 국민연금기금 포트폴리오 구성 내역

(단위 : 억원, %)

			2011		2012		2013	
			금액	비중	금액	비중	금액	비중
복지부문			1,081	0.03	1,271	0.03	1,249	0.03
금융 부문	주식	국내주식	621,495	17.8	733,165	18.7	839,381	19.7
		해외주식	197,205	5.7	313,202	8.0	443,862	10.4
		소계	818,600	23.5	1,046,367	26.7	1,283,243	30.1
	채권	국내채권	2,235,091	64.1	2,343,946	60.2	2,381,624	56.1
		해외채권	145,628	4.2	180,759	4.6	184,562	4.3
		소계	2,380,719	68.2	2,524,705	64.8	2,566,186	60.4
	대체투자		271,940	7.8	329,930	8.4	403,227	9.4
	단기자금		13,422	0.4	14,681	0.4	11,817	0.3
	계		3,484,681	99.9	3,915,683	99.9	4,264,473	99.9
	기타부문			2,915	0.1	2,723	0.1	3,823
합계			3,488,677	100.0	3,919,677	100.0	4,269,545	100.0

주) 2013년 말 기준

자료) 국민연금공단, 각 연도 국민연금 기금운용보고서

대체투자는 주식, 채권 등 전통적인 투자수단에 대비되는 개념으로, 정형화된 공개시장(Public Market)을 통하지 않고 협상을 통해 유가증권, 실물자산 등에 투자하여 수익을 추구하는 운용방식을 말한다. 대체투자가 기존의 자산군에 추가되면 효율적 곡선(Efficient Frontier)을 확장시켜 보다 효율적 투자 포트폴리오를 구성할 수 있게 해 준다. 따라서 대체투자를 시행하는 것은 국민연금기금의 중장기 수익률 제고, 투자 다변화를 통한 기금 포트폴리오 분산 효과 제고, 안정적인 장기 현금흐름 창출, 물가상승 위험 헤지 등의 여러 가지

3) 2013 국민연금 기금운용보고서 개정판

긍정적 효과를 가져 온다(보건복지부 국민연금제정과 홈페이지4).

현재 국민연금은 대체투자를 크게 부동산(Real Estate), 인프라(Infrastructure), 사모로 구분하여 운용하고 있다. 부동산의 경우 국내·외 주요 오피스빌딩 및 쇼핑몰 등 우량자산 투자기회 발굴에 주력하고 있고, 인프라 투자는 도로, 철도, 발전, 플랜트, 선박, 항공기 등 실물에 투자하여 직접 운용하거나 인프라 펀드를 통해 위탁운용하고 있으며, 사모투자는 공개시장(Public Market)이 아닌 형태로 자금을 모집하여 기업인수, 부실채권, 인수금융 등에 투자하는 금융형태를 말한다(보건복지부 국민연금제정과 홈페이지).

<표 2>는 국민연금기금의 대체투자금액 추이를 나타낸다. 2013년 말 대체투자 부분의 투자규모는 40조 3,223억원으로 2012년도 대비 22% 증가하였다. 해외 부동산투자가 전년 대비 36%로 가장 많이 증가하였으며 해외 사모투자는 5조 793억원, 해외 인프라투자는 3조 3,863억원 및 국내 부동산투자는 5조 6,593억원으로 각각 전년 대비 35%, 32%와 25% 증가하였다. <표 3>은 국민연금기금의 대체투자 운용수익률을 나타낸다. 2013년도 대체투자 부문 전체의 총 수익률은 6.44%로 2012년도(4.85%) 대비 높은 실적으로 국내대체투자 부분의 수익률은 4.66%, 해외대체투자 부분의 수익률은 8.46%를 달성하였다.

<표 2> 국민연금기금의 대체투자금액 추이

(단위 : 억원, %)

		2011		2012		2013		
		금액	비중	금액	비중	금액	비중	
국내	부동산	32,031	12	45,099	14	56,593	14	
	인프라	67,818	25	76,983	23	80,762	20	
	기타 대체	벤처투자	4,001	1	5,266	2	6,329	2
		사모투자	49,858	18	54,599	17	60,711	15
		구조조정투자	1,756	1	1,319	0.4	1,006	0.2
		소계	55,616	20	61,184	19	68,046	17
계	155,464	57	183,265	56	205,400	51		
해외	부동산	62,897	23	83,507	25	113,166	28	
	인프라	23,380	9	25,599	8	33,863	8	
	사모	30,228	11	37,583	11	50,793	13	
	계	116,504	43	146,689	44	197,822	49	
전체		271,969	100	329,954	100	403,223	100	

자료) 국민연금공단, 각 연도 국민연금 기금운용보고서

4) 보건복지부 연금정책국 국민연금제정과 정책 FAQ

<표 3> 국민연금기금의 대체투자 운용수익률

(단위 : %)

		2011	2012	2013	3년 평균 (2011~2013)	
국내	부동산	8.26	4.19	5.26	5.90	
	인프라	9.86	7.03	4.11	7.00	
	기타 대체	벤처투자	6.66	5.14	8.34	6.71
		사모투자	7.40	2.45	4.38	4.74
		구조조정투자	17.85	-16.90	0.76	0.57
	소계	7.62	2.12	4.69	4.81	
계	8.74	4.73	4.66	6.04		
해외	부동산	9.97	6.33	7.37	7.89	
	인프라	17.95	3.98	8.08	10.00	
	사모	8.25	3.90	11.24	7.80	
	계	11.03	5.25	8.46	8.25	
전체		9.65	4.85	6.44	6.98	

주) 3년 평균은 국민연금공단의 자료를 바탕으로 직접 계산한 수치임.

자료) 국민연금공단, 각 연도 국민연금 기금운용보고서

2. 관련 선행연구

최적자산배분을 위한 모델은 전통적으로 Markowitz(1952)의 평균-분산 모형이 주로 사용되었다. 그러나 실무적으로 이 모형이 위험대비 기대수익률이 높은 자산에 극단적인 비중을 주는 경우가 다반사일 뿐 아니라 과거의 수익률에만 의존한다는 문제점을 가진다. 이러한 문제점을 해결하는 방안으로 Black and Litterman(1992)이 전문가의 기대치를 반영하는 새로운 모형을 제시하게 된 것이다. 이후 He and Litterman(1999), Satchell and Scowcroft(2000), 그리고 Idozorek(2005) 등이 Black-Litterman 모형을 실질적으로 적용하는데 유용한 다양한 아이디어를 제시함으로써 이 모형이 발전하고 시장에 자리 잡는데 기여하였다.

한편, 연기금의 자산배분에 대한 해외연구로는 Brinson et al.(1991)을 대표적으로 꼽을 수 있다. 이들은 1977년부터 1987년까지 10년간 미국 82개 대형 연기금기금의 운용성과를 분석하였다. 동 연구에서 포트폴리오 투자성과의 91.5%는 자산배분에 의해 결정되며, 증권선택이나 시장예측과 같은 자산배분 이외의 활동이 포트폴리오 수익률에 미치는 영향은 10% 미만이라는 연구결과를 제시하였다.

연기금의 자산배분과 관련한 주요한 국내 선행연구들을 살펴보면 먼저 원중욱(2002)이 국민연금의 국내투자뿐 아니라 해외자산투자를 고려하는 경우 허용된 위험수준하에서 거둘 수 있는 최대수익률 포트폴리오를 구성을 시도하였다. 이를 위해 Markowitz의 평균-분산 모형을 사용하여 국내의 주식과 채권의 시나리오별 최적 포트폴리오를 분석하였다. 연구결과, 주식의 경우 모든 시나리오에서 국내 주식보다는 미국 주식을 선택하는 것이 최적이며, 채권의 경우에도 향후 수익률을 감안하는 경우 미국의 회사채에 투자하는 것이 최적인 것으로 분석되어, 국민연금기금의 해외투자의 정당성을 뒷받침하였다.

허화, 김영갑(2004)은 국민연금기금의 국내 포트폴리오에 대체투자자산을 결합하여 최적 포트폴리오를 구성해보았는데 국내 주식과 국내 채권으로 구성된 국내 포트폴리오에 WTI(서부 텍사스산 중질유)선물, 금선물, CRB선물(곡물, 원유, 귀금속 등 21개 품목의 상품선물 가격지수)을 적절하게 결합한 포트폴리오가 기존의 국내 포트폴리오에 비해 변동성(위험)감소 효과와 더불어 수익률 개선효과가 있다는 결과를 보고하였다.

박원웅(2006)도 국민연금기금의 국내 및 해외 포트폴리오에 대체투자자산을 결합한 포트폴리오가 기존의 전통적인 자산군으로 구성된 포트폴리오에 비해 위험감소 효과와 함께 수익률 개선효과를 동시에 추구할 수 있다는 연구결과를 제시하였다. 한덕희(2006) 역시 대체투자자산 중 사회간접자본(인프라)의 투자수익률과 연기금의 금융부문 수익률을 비교분석하여 대체투자의 일종인 사회간접자본 투자는 변동성이 큰 주식에 비하여 위험은 낮고 안전자산인 채권에 비해서는 상대적으로 높은 수익률을 나타낸다는 연구결과를 제시하였다.

또한, 노상윤, 황정욱(2012)의 연구는 국민연금의 대체투자자산의 수익과 위험구조가 전통적인 투자수단과 달라 대체투자의 세부 자산군별 특성을 반영하고 정교한 성과측정이 가능한 벤치마크의 설정이 필요함을 주장하였다. 동 연구는 대체투자자산군 중 특히 국내사모, 국내부동산, 국내SOC의 투자 벤치마크에 대한 개선필요성 및 개선방안을 제시하였다.

Ⅲ. 모형의 설계 및 연구자료

1. Markowitz의 평균-분산 모형

포트폴리오의 최적자산배분 모형은 Markowitz의 평균-분산 모형을 기반으로 한다. 이를 위해 n개의 증권으로 구성된 포트폴리오의 기대수익률과 위험은 식 (1)과 같이 벡터의 형태 표시할 수 있다.

$$E(R_p) = [w_1 w_2 \cdots w_n] \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_n) \end{bmatrix} = W' E(R) \quad (1)$$

$$Var(R_p) = [w_1 w_2 \cdots w_n] \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = W' \Sigma W$$

단, W : 투자비중 벡터($n \times 1$ 행렬)

평균-분산 모형은 주어진 위험 수준에서 기대수익률을 극대화하거나, 기대수익률이 주어진 경우(c) 위험을 극소화하는 포트폴리오의 구성을 가능케 한다(식 (2)). 한편, 동모형에 이용되는 투입변수는 과거 자료이며, 포트폴리오를 구성하고 있는 개별 자산의 투자비중의 합은 1이라는 제약조건이 부과된다.

$$\begin{aligned} \min_W \sigma_p^2 &= W' \Sigma W \text{ (또는 } \min_W \sigma_p = \sqrt{W' \Sigma W} \text{)} & (2) \\ \text{subject to } E(R_p) &= W' E(R) = c \\ W' \mathbf{1} &= 1 \end{aligned}$$

평균-분산 모형은 포트폴리오를 구성하고 있는 개별 자산의 기대수익률을 바탕으로 이들 자산에 대한 투자위험 및 개별 자산간 수익률의 상관관계를 고려하여 포트폴리오의 기대수익률을 극대화하는 개별 자산의 투자비중의 산출을 가능케 하며 본 연구에서도 이러한 평균-분산 모형을 이용하여 국민연금 대체투자의 자산배분을 시도한다.

2. Black-Litterman 모형

평균-분산 모형은 과거 평균수익률을 기대수익률의 대용치로 이용하기 때문에, 투입변수의 과거성과의 우열에 따라 자산배분 결과가 극단적으로 결정되는 민감도 및 구석해 문제 등의 문제가 발생할 수 있다. 반면, Black-Litterman 모형(1992)은 시장에 내재된 균형기대수익률(equilibrium expected return)과 투자자의 전망을 반영하여 전망결합 기대수익률을 산출하게 된다.

먼저 균형기대수익률을 도출하기 위해 식 (3)와 같은 투자자의 효용함수를 고려한다.

$$U = W' E(R) - \frac{\lambda}{2} W' \Sigma W \quad (3)$$

단, W : 투자비중 벡터

$E(R)$: 기대수익률 벡터

$$\lambda = \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m^2} : \text{위험회피계수}$$

Σ : 분산-공분산 벡터

식 (3)에서 $E(R_m)$ 은 시장 포트폴리오의 평균수익률, R_f 는 무위험 자산의 수익률, 그리고 σ_m^2 은 시장포트폴리오의 수익률의 분산을 나타낸다. 따라서 λ 는 위험회피계수로서 투자자가 생각하는 위험 1단위당 적정 초과수익을 의미한다. 또한 식 (3)에서 투자자의 효용함수를 극대화하는 투자비중(W)을 산출하기 위해 효용함수를 W 에 관하여 미분하여 풀면 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial W} = E(R) - \lambda \Sigma W = 0 \quad (4)$$

$$E(R) = \lambda \Sigma W \quad (5)$$

또한 균형기대수익률(Π)은 시장 포트폴리오에 내재된 기대수익률로서 식 (6)과 같이 정의된다.

$$\Pi = E(R | W_{mkt}) = \lambda \Sigma W_{mkt} \quad (6)$$

$$\text{단, } W_{mkt} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} : \text{시장 포트폴리오의 투자비중}$$

Black-Litterman 모형에서 균형기대수익률에 투자자의 시장전망을 반영하는 방법은 크게 두 가지로 구분된다. 절대적 시장전망(absolute view)은 투자자가 예상하는 각 자산의 기대수익률 절대치를 반영하고, 상대적 시장전망(relative view)은 투자자가 예상하는 각 자산(군)의 기대수익률을 비교하여 모형에 반영한다(Black and Litterman(1992), Idzorek(2005) 5). 이 때 투자자들의 시장전망은 식(7)과 같이 나타난다.

$$PE(R) = Q + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \Omega) \quad (7)$$

5) 절대적 시장전망은 국내부동산의 향후 1년 기대수익률을 5%로 예측할 때 이 수치를 반영하는 것을 의미하고, 상대적 시장전망은 향후 1년간 해외부동산의 기대수익률이 해외인프라의 기대수익률보다 1.5%p 높다고 예측할 때 이 수치를 반영하는 것을 의미한다.

$$\begin{bmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & \cdots & P_{1,n} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & \cdots & P_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{k,1} & P_{k,2} & \cdots & P_{k,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(R_1) \\ E(R_2) \\ \vdots \\ E(R_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

단, P : 투자자 전망 벡터($k \times n$ 행렬)

$E(R)$: 기대수익률 벡터($n \times 1$ 행렬)

Q : 투자자 전망에서 산출된 기대수익률($k \times 1$ 행렬)

ε : 투자자 전망 오차항($k \times 1$ 행렬)

식 (7)에서 P 는 투자자 전망 행렬로서, n 개의 자산 중 k 개 자산에 대해 전망을 한다면 ($k \times n$ 행렬)로 나타난다. $E(R)$ 은 기대수익률, Q 는 투자자 전망에서 산출된 기대수익률을 나타낸다. 또한 ε 은 투자자의 시장전망에 대한 불확실성(uncertainty)을 나타내는 데, 오차항이 독립이고 정규분포를 따르며, 시장전망에 대한 불확실성이 표본 공분산에 비례한다고 가정하면 오차항의 공분산 행렬(Ω)은 식 (8)와 같은 대각행렬($k \times k$ 행렬)로 나타난다.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (p_1 \Sigma p_1') \tau & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (p_k \Sigma p_k') \tau \end{bmatrix} \quad (8)$$

단, σ_k : k 번째 시장전망의 표준편차

p_k : 투자자 전망 행렬(P)의 k 번째 행벡터

Σ : 수익률의 공분산 행렬

τ : 위험조정상수

식 (8)에서 τ 는 위험조정상수를 나타내는 데, 이에 대한 연구자들의 견해는 다양하다. Black and Litterman(1992) 등은 τ 가 0에 가까운 값이라고 주장한 반면 Satchell and Scowcroft(2000)는 1이라고 주장하였다. Idzorek(2005)은 τ 를 0.025에서 15의 값으로 변화시켜가면서 분석한 결과 오차항의 공분산 행렬(Ω)은 급격히 변화하지만 전망결합 기대수익률에는 영향을 미치지 않는다고 보고하였다.

Black-Litterman 모형은 시장 포트폴리오를 중립포지션으로 가정하므로 시장전망이 없거나, 시장전망을 전혀 신뢰하지 않는 투자자는 균형기대수익률에 따라 시장 포트폴리오에 투자하게 된다. 반면, 시장전망을 채택하는 경우에는 이를 반영하여 기대수익률이 변하게 된다. 시장에 내재된 균형기대수익률(Π)과 시장전망(Q)을 결합한 전망결합 기대수익률은 Theil(1971)의 혼재추정법(Theil's Mixed Estimation)을 이용하여 다음과 같은 과정을 통해 도출된다.⁶⁾

6) Theil의 혼재추정법에 대한 구체적인 설명은 Walters(2014) 및 변종국(2012)을 참조할 것.

$$\begin{aligned} X\beta &= \Pi + \eta, \quad \eta \sim \Phi(0, \tau\Sigma) \\ P\beta &= Q + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \Omega) \end{aligned} \tag{9}$$

단, Π : 균형기대수익률 벡터($n \times 1$ 행렬)
 X : $n \times n$ 항등행렬(identity matrix)
 β : 추정할 기대수익률 벡터($n \times 1$ 행렬)
 P : 투자자 전망 벡터
 Q : 투자자 전망에서 산출된 기대수익률 행렬
 τ : 위험조정상수
 Σ : 수익률의 공분산 행렬
 Ω : 시장전망 오차항의 공분산 행렬

$\hat{\beta}$ 을 추정하기 위하여 식 (10)과 같이 정리한다.

$$\begin{bmatrix} X \\ P \end{bmatrix} \beta = \begin{bmatrix} \Pi \\ Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta \\ \varepsilon \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\text{단, } u = \begin{pmatrix} \eta \\ \varepsilon \end{pmatrix}, \quad u \sim \Phi(0, \Psi), \quad \Psi = \begin{pmatrix} \tau\Sigma & 0 \\ 0 & \Omega \end{pmatrix}$$

그리고 일반화 최소제곱추정법(Generalized Least Square Estimation)을 이용하여 전망결합 기대수익률을 산출하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(R|Q) = \hat{\beta} &= \left[(X' P') \begin{pmatrix} \tau\Sigma & 0 \\ 0 & \Omega \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} X \\ P \end{pmatrix} \right]^{-1} (X' P') \begin{pmatrix} \tau\Sigma & 0 \\ 0 & \Omega \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Pi \\ Q \end{pmatrix} \\ &= \left[(I P') \begin{pmatrix} (\tau\Sigma)^{-1} & 0 \\ 0 & \Omega^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ P \end{pmatrix} \right]^{-1} (I P') \begin{pmatrix} (\tau\Sigma)^{-1} & 0 \\ 0 & \Omega^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Pi \\ Q \end{pmatrix} \\ &= \left[((\tau\Sigma)^{-1} P' \Omega^{-1}) \begin{pmatrix} I \\ P \end{pmatrix} \right]^{-1} ((\tau\Sigma)^{-1} P' \Omega^{-1}) \begin{pmatrix} \Pi \\ Q \end{pmatrix} \\ &= [(\tau\Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1} [(\tau\Sigma)^{-1} \Pi + P' \Omega^{-1} Q] \end{aligned} \tag{11}$$

3. 최적투자비중 산출

포트폴리오의 최적투자비중을 계산하기 위해 포트폴리오의 위험대비 초과수익률을 극대화시키는 투자비중은 식 (12)을 통해 도출할 수 있다.

$$\max_W \text{Sharpe's ratio} = \frac{\mu_P}{\sigma_P} = \frac{W' \mu_P}{\sqrt{W' \Sigma W}} \quad (12)$$

subject to $W' \mathbf{1} = 1$

단, μ_P : 초과수익률 벡터($\mu_P = R_P - R_f$)

식 (12)에서 해를 구하기 위해 라그랑지 승수법(Lagrange Multipliers)을 적용하여 식 (12)을 정리하면 식 (13)와 같이 나타낼 수 있다.

$$L = W' \mu_P (W' \Sigma W)^{-\frac{1}{2}} + \lambda (W' \mathbf{1} - 1) \quad (13)$$

식 (13)을 W 와 λ 에 대해 미분하고 이를 0으로 만들면 샤프비율(Sharpe ratio)을 극대화시키는 최적투자비중은 식 (14)와 같다.

$$W = \frac{\Sigma^{-1} \mu_P}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mu_P} \quad (14)$$

4. 연구자료

본 연구에서는 국민연금기금의 대체투자 포트폴리오 분석을 위해 현재 기금이 운용하고 있는 국내외 부동산, 인프라, 사모의 성과측정 및 위험관리를 위한 벤치마크를 기본으로 사용하되 경우에 따라서는 이를 대체할 만한 추가적인 벤치마크를 사용하였다. 기존 국민연금의 대체투자 벤치마크와 본 연구자들이 사용한 벤치마크를 비교하면 <표 4>와 같이 요약할 수 있다.

<표 4> 대체투자 벤치마크

세부 자산군	국민연금 대체투자 벤치마크 ⁷⁾	본 연구
국내 사모	국내주식 벤치마크 + 2.5%	국내주식 벤치마크 + 2.5%
해외 사모	해외주식 벤치마크 + 3.0%	해외주식 벤치마크 + 3.0%
국내 부동산	실질GDP성장률 + CPI	국내상업용부동산 자본수익률
국내 인프라		실질 GDP성장률 + CPI
해외 부동산	[NPI×45%] + [IPD Europe×30%] + [(아시아실질GDP성장률+Inf)×15%] + [FTSE/NAREIT Global×10%]	EPRA ⁸⁾ 해외부동산 종합지수
해외 인프라	OECD CPI + 5.0%	OECD CPI + 5.0%

상품자산	—	RICI
헤지펀드	—	HFRX Aggregate 지수

주) 국내주식 벤치마크 : KOSPI

해외주식 벤치마크 : MSCI AC World Index(ex Korea, hedged-to-KRW)

NPI(NCREIF Property Index) : 미국 직접투자 부동산 지수

IPD(Investment Property Databank) Europe : IPD의 유럽지역 직접투자 부동산 지수

FTSE/NAREIT Global : FTSE의 미주(North America) 부동산 간접투자(REITs등) 지수

RICI : Rogers International Commodity Index

HFRX: Hedge Fund Research

자료) 국민연금공단, 각 연도 국민연금 기금운용보고서 등

현행 국민연금 국내 사모의 벤치마크는 ‘국내주식 벤치마크(KOSPI지수) + 2.5%’로, 해외 사모의 벤치마크는 ‘해외주식 벤치마크(MSCI지수) + 3%’로 설정되어 있다. 본 연구는 국민연금의 벤치마크를 따라 ‘KOSPI지수 + 2.5%’ 및 ‘MSCI AC World Index (ex Korea, hedged to KRW) + 3%’를 국내 및 해외 사모 벤치마크로 각각 사용한다.

다음으로 현행 국내 부동산과 국내 인프라의 세부자산 벤치마크는 모두 ‘국내 실질GDP 성장률 + CPI’로 설정되어 있고, 해외 인프라는 ‘OECD CPI + 5%’로 설정되어 있다. 국내 부동산의 경우, 부동산의 장기수익률은 경제성장 지표인 명목GDP성장률에 수렴할 것이라는 기대에 근거하여 설정한 것이다(노상윤, 황정욱(2012)). 그러나 이는 실제 부동산 수익률과 괴리가 발생할 수밖에 없다. 따라서 본 연구는 국토교통부와 한국감정원에서 주관하는 부동산수익률 자료 중 국내상업용부동산(서울) 자본수익률을 국내 부동산 벤치마크로 사용한다. 다만 국내 인프라와 해외 인프라는 국민연금의 벤치마크를 따라 ‘국내 실질GDP성장률 + CPI’ 및 ‘OECD CPI + 5%’를 그대로 사용한다.

다음으로 현행 해외 부동산의 세부자산 벤치마크는 ‘[NPI×45%] + [IPD Europe×30%] + [(아시아실질GDP성장률+Inf)×15%] + [FTSE/NAREIT Global×10%]’로 설정되어 있다. 이는 미국지역을 대표하는 시장지수인 NPI(미국 직접투자 부동산 지수)에 45%의 가중치를 부여하고, 유럽지역을 대표하는 시장지수인 IPD Europe(IPD의 유럽지역 직접투자 부동산 지수)에 30%의 가중치를 부여한 것이다. 또한 아시아 지역은 미국과 유럽처럼 시장에서 널리 알려진 부동산지수가 존재하지 않았기 때문에, ‘실질GDP+CPI’와 같이 목표수익률 형태의 벤치마크가 도입되었고, 전체 부동산 시장에서 차지하는 비중을 반영하여 동지역에 15%의 가중치를 부여하였다. 뿐만 아니라 리츠와 같은 부동산 간접투자 상품(FTSE/NAREIT Global Index)에도 10%의 가중치를 부여하였다. 그러나 국민연금의 해외 부동산 벤치마크는 지역별로 투자유형별로 다른 지수들을 사용하게 됨으로써 각 지수별 산출주기와 시점이 다

7) 국민연금 대체투자 벤치마크의 세부사항은 노상윤, 황정욱(2012)의 연구를 참고할 것.

8) EPRA; European Public Real Estate Association에서 제공하는 대륙별 부동산 지수를 좌측의 국민연금의 투자비중대로 결합해서 산출함.

르다는 문제가 발생한다(노상윤, 황정욱(2012)). 따라서 본 연구는 유럽공공부동산협회(European Public Real Estate Association)의 해외부동산 종합지수(달러기준 지수)를 사용하여 이러한 문제를 일부 개선하고자 한다.

또한 본 연구에서는 현행 국민연금 대체투자 대상인 국내외 부동산, 인프라, 사모 외에 전통자산과 낮은 상관관계를 보여 온 상품자산과 헤지펀드를 잠재적인 대체투자부문으로 추가하는 방안도 검증하고자 한다. 이를 위해 상품자산의 벤치마크로는 로저스(Rogers) 상품지수를, 헤지펀드의 벤치마크로는 HFRX Aggregate 지수를 사용한다.

IV. 실증분석

1. 6개의 자산으로 구성된 포트폴리오

국민연금은 대체투자의 투자대상을 크게 부동산, 인프라 및 사모투자자로 분류하고 있다. 이에 따라 먼저 현재의 국민연금기금의 대체투자 포트폴리오와 유사하게 국내사모, 국내부동산, 국내인프라, 해외사모, 해외부동산, 해외인프라 등 6개 자산으로 구성된 최적 포트폴리오를 구성을 시도한다.

먼저 Black-Litterman 모형을 사용하기 위한 균형기대수익률을 도출하기 위해 위험회피계수(λ)를 산출한다. 이를 위해 2007년 1월부터 2013년 12월까지 국민연금의 대체투자 벤치마크(benchmark : 이하 BM) 수익률자료를 사용하여 산출한 위험회피계수(λ)는 3.17이다.⁹⁾

$$\lambda = \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m^2} = \frac{0.0873 - 0.0476}{0.0150} = 3.17$$

$E(R_m)$ 은 시장포트폴리오의 수익률을 나타내는 데, 본 연구에서는 현재 국민연금의 대체투자 대상 자산군의 과거 월간수익률에 해당연도 세부자산별 가중치를 부여하여 시가총액가중식(market capitalization weighted) 대체투자 BM의 월간수익률을 생성하였다. 이렇게 계산한 대체투자 BM의 월간수익률은 0.73%이고, 이를 연간수익률로 환산하면 8.73%이다. 또한 R_f 는 3년 만기 국고채수익률을 사용하여 연간 4.76%로, 그리고 σ_m^2 은 대체투자 BM의 연간수익률의 분산으로써 0.0150으로 계산되었다.

위험회피계수(λ), 6개 자산 수익률의 공분산 행렬(Σ) 및 2013년 말 기준 시장가중치(W_{mkt})를 이용하여 산출한 균형기대수익률(Π)은 <표 6>과 같다.¹⁰⁾

9) Idzorek(2005)은 미국주식, 미국채권, 글로벌주식, 글로벌채권 등을 투자대상으로 Black-Litterman 모형을 적용하여 포트폴리오를 구성하였다. 동 연구에서 균형기대수익률을 도출하기 위해 산출한 위험회피계수(λ)는 3.07로 계산되었다.

10) 본 장에서 기대수익률은 무위험이자율을 초과하는 수익률, 즉 초과수익률을 바탕으로 한다. 따라서 균형기대수익률, 과거평균수익률, CAPM 기대수익률 등은 모두 월간 초과수익률이다.

<표 5> 포트폴리오 각 자산 월간수익률의 공분산행렬(Σ)

	국내부동산	국내인프라	국내사모	해외부동산	해외인프라	해외사모
국내부동산	0.005230	0.000209	0.000530	0.000808	0.000123	0.000720
국내인프라	0.000209	0.000026	0.000086	0.000099	0.000008	0.000082
국내사모	0.000530	0.000086	0.003662	0.002874	0.000025	0.002576
해외부동산	0.000808	0.000099	0.002874	0.004992	0.000023	0.003713
해외인프라	0.000123	0.000008	0.000025	0.000023	0.000008	0.000026
해외사모	0.000720	0.000082	0.002576	0.003713	0.000026	0.003303

<표 6> 균형기대수익률

	시장가중치 (W_{mkt})	균형기대수익률 ($\Pi = \lambda \Sigma W_{mkt}$)	과거평균수익률	CAPM 기대수익률 ¹¹⁾
국내부동산	14.04%	0.38%	0.59%	0.46%
국내인프라	20.03%	0.03%	0.20%	0.03%
국내사모	16.88%	0.58%	0.47%	0.55%
해외부동산	28.07%	0.79%	-0.39%	0.64%
해외인프라	8.40%	0.01%	0.27%	0.01%
해외사모	12.60%	0.64%	0.10%	0.54%

다음으로 투자자들의 시장전망을 반영하기 위해 아래와 같은 전망을 하는 것으로 가정한다.

전망 1 : 국내 대체투자자산 중 균형기대수익률이 가장 높은 국내사모가 균형기대수익률이 가장 낮은 국내인프라보다 0.55%P 높은 수익률을 기록할 것으로 전망한다.

전망 2 : 해외 대체투자자산 중 균형기대수익률이 가장 높은 해외부동산이 균형기대수익률이 가장 낮은 해외인프라보다 0.78%P 높은 수익률을 기록할 것으로 전망한다.

위와 같은 전망의 근거는 지난 2007년 1월에서 2013년 12월까지의 기간 동안 국내대체자산 중 국내사모의 수익률이 가장 높아 수익률이 가장 낮은 국내 인프라를 평균 0.55%P 상회하였으며 해외대체자산 중에는 해외부동산의 수익률이 가장 낮은 해외 인프라를 평균

11) CAPM 기대수익률은 아래 식에 근거한 수익률을 의미한다.

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_i$$

0.78%P 상회하였기에 이러한 경험치를 사용한 것이다. Black-Litterman 모형이 연구자의 전망치(View)를 사용하는 모형이므로 연구자 나름의 자의적인 전망치를 사용하는 것도 방법이 될 수 있으나 객관적인 신뢰도가 떨어질 것이기에 경험적인 전망치를 추정해 본 결과, 실제 전망치로 사용하기에 무리가 없는 수치로 판단되므로 일단은 이를 사용한 것이다.¹²⁾ 특히 CAPM에 의한 기대수익률을 추정했을 경우에도 위의 두 자산 간의 기대수익률 차이가 우리가 추정한 경험적인 전망치와 다르지 않다는 점에서 위의 전망치 사용의 근거가 된다.

상기 전망으로 구성된 투자자 전망행렬(P)은 6개의 자산 중 2개 자산에 대해 전망을 하므로 2×6 행렬로 나타난다. 또한 투자자 전망에서 산출된 기대수익률(Q)은 2×1 행렬로, 오차항의 공분산 행렬(Ω)은 2×2 행렬로 나타난다.

균형기대수익률에 위의 시장전망을 반영하여 산출한 전망결합 기대수익률($E(R|Q)$)은 <표 7>에 나타나 있다.

<표 7> 전망결합 기대수익률

	전망결합 기대수익률
국내부동산	0.38%
국내인프라	0.03%
국내사모	0.58%
해외부동산	0.79%
해외인프라	0.01%
해외사모	0.64%

<표 8>은 다양한 방법에 의해 구해진 국민연금기금의 대체투자부문의 자산배분 결과를 나타낸다. 이는 기대수익률의 측정방법으로 과거 평균수익률, CAPM에 의한 기대수익률 및 전망결합 기대수익률을 각각 사용하여 샤프 비율을 극대화시키는 투자비중을 산출한 결과이다. 투자비중의 제한 없는 경우, 과거 평균수익률을 기대수익률의 대응치로 사용하는 Markowitz 평균-분산모형은 해외인프라에 103.17%의 투자비중이 집중되고, 나머지 자산에는 음(-)의 투자비중(공매도 포지션)이 부여된 자산을 포함하여 모두 1%미만의 투자비중이 부여되었다. 따라서 평균-분산 모형에 의한 최적화 방법은 기대수익률이 높고, 변동성이 낮은 자산에 과도한 가중치가 부여되는 구석해 문제 및 기대수익률 등 투입변수의 값에 따라 자산배분 결과가 과도하게 바뀌는 민감도의 문제가 발생함을 확인할 수 있다. 한편 균형기대수익률에 투자자의 시장전망을 결합한 전망결합 기대수익률에 의한 자산배분결과는 투자비중의 제한 없는 경우에도 구석해 및 민감도의 문제를 해결하면서 동시에 실제 국민연금 대체투자수익률의 2013년 샤프 비율(0.4128)을 능가하는 결과를 보여주고 있다.¹³⁾ 다만, 투

12) 이는 시장에 내재된 균형기대수익률을 기대수익률의 대응치로 사용한 것과 같다. 따라서 이 경우 균형기대수익률과 전망결합 기대수익률은 동일하다.

13) 위험회피계수(λ)를 실제 국민연금 내에서 5이상으로 보기 때문에 본 연구에서도 위험회피계수를 5.00로 하여 본 절에서 수행한 방법론을 다시 적용해 보았다. 그 결과 전망결합 기대수익률에 의한

자비중을 제한하는 경우에는 기존의 Markowitz의 평균-분산 모형도 충분히 좋은(샤프비율의 관점에서) 자산배분안이 될 수 있음을 알 수 있다.

<표 8> 최적투자비중 산출 결과

자산 모형	투자비중의 제한 없는 경우			투자비중을 5~30%로 제한하는 경우		
	Mean-Variance	CAPM 기대수익률	Black-Litterman	Mean-Variance	CAPM 기대수익률	Black-Litterman
국내부동산	-2.14%	26.87%	14.04%	15.96%	23.08%	14.03%
국내인프라	-0.84%	21.88%	20.59%	30.00%	15.22%	20.59%
국내사모	0.15%	32.78%	16.31%	14.04%	28.47%	16.31%
해외부동산	-0.38%	15.17%	28.46%	5.00%	13.33%	28.46%
해외인프라	103.17%	-14.04%	8.00%	30.00%	5.00%	8.00%
해외사모	0.04%	17.34%	12.60%	5.00%	14.89%	12.60%
기대수익률	0.26%	0.50%	0.46%	0.28%	0.43%	0.46%
분산	0.000005	0.002022	0.001451	0.000422	0.001525	0.001451
샤프비율(월간)	1.1682	0.1113	0.1206	0.1383	0.1113	0.1206
샤프비율(연간)	4.0469	0.3856	0.4177	0.4792	0.3855	0.4177

2. 강건성 검증

2.1 분석기간 별 자산배분결과

본 절에서는 강건성 검증의 차원에서 6개 자산으로 구성된 포트폴리오의 수익률 분석기간을 2007년 1월 ~ 2009년 12월(이하 2009년말 기준 BM), 2007년 1월 ~ 2010년 12월(이하 2010년말 기준 BM), 2007년 1월 ~ 2011년 12월(이하 2011년말 기준 BM) 및 2007년 1월 ~ 2012년 12월(이하 2012년말 기준 BM)로 나누어 분석을 실시한다.

<표 9>는 대체투자 BM의 분석기간 별 최적투자비중 산출 결과를 나타낸다. 먼저 2009년말 기준 BM에서 투자비중의 제한 없는 경우, 과거 평균수익률을 기대수익률의 대용치로 사용하는 평균-분산모형은 해외인프라에 113.65%의 투자비중이 집중되고, 나머지 자산에는 공매도 포지션을 포함하여 모두 3%미만의 투자비중이 부여되었다. 이러한 현상은 2010년말 기준 BM, 2011년말 기준 BM 및 2012년말 기준 BM의 경우에서도 여전히 나타난다. 따라서 과거 평균수익률을 기대수익률의 대용치로 사용하는 평균-분산 모형에 의한 최적화 방법은 구석해 문제 및 민감도의 문제가 발생한다. 한편 균형기대수익률에 투자자의 시장전망을 결합한 전망결합 기대수익률을 기대수익률의 대용치로 사용하는 Black-Litterman 모형에 의

자산배분 샤프비율은 0.6586으로 계산되어, 동기간 실제 국민연금 대체투자수익률의 샤프비율인 0.4128을 크게 초과하는 결과를 보여주었다.

한 자산배분결과는 이러한 문제를 해결하면서 동시에 실제 국민연금 대체투자수익률의 샤프 비율을 증가하는 결과를 나타내었다.

<표 9> 분석기간 별 최적투자비중 산출 결과

2009년말 기준 BM	투자비중의 제한 없는 경우			투자비중을 5~30%로 제한하는 경우		
	Mean- Variance	CAPM 기대수익률	Black- Litterman	Mean- Variance	CAPM 기대수익률	Black- Litterman
국내부동산	-1.71%	24.00%	16.92%	30.00%	19.30%	16.36%
국내인프라	-11.30%	46.31%	32.42%	14.15%	29.99%	30.00%
국내사모	2.10%	32.92%	22.52%	15.85%	27.08%	21.87%
해외부동산	0.53%	9.07%	19.39%	5.00%	7.66%	18.85%
해외인프라	113.65%	-26.04%	0.54%	30.00%	5.00%	5.00%
해외사모	-3.26%	13.74%	8.21%	5.00%	10.96%	7.92%
샤프비율(연간)	2.9605	0.3465	0.3396	0.3707	0.3464	0.3396
2010년말 기준 BM	투자비중의 제한 없는 경우			투자비중을 5~30%로 제한하는 경우		
	Mean- Variance	CAPM 기대수익률	Black- Litterman	Mean- Variance	CAPM 기대수익률	Black- Litterman
국내부동산	-2.05%	22.01%	13.84%	14.21%	20.80%	13.84%
국내인프라	1.72%	25.87%	25.48%	30.0%	23.59%	25.48%
국내사모	1.60%	29.48%	21.30%	15.79%	28.05%	21.30%
해외부동산	0.35%	7.62%	21.84%	5.00%	7.37%	21.84%
해외인프라	100.84%	-1.20%	7.77%	30.00%	5.00%	7.78%
해외사모	-2.46%	16.22%	9.77%	5.00%	15.20%	9.77%
샤프비율(연간)	3.4655	0.4582	0.4538	0.4852	0.4582	0.4538
2011년말 기준 BM	투자비중의 제한 없는 경우			투자비중을 5~30%로 제한하는 경우		
	Mean- Variance	CAPM 기대수익률	Black- Litterman	Mean- Variance	CAPM 기대수익률	Black- Litterman
국내부동산	-2.15%	27.31%	11.78%	20.10%	21.27%	11.78%
국내인프라	6.54%	32.93%	24.55%	30.00%	20.59%	24.55%
국내사모	0.82%	34.44%	20.84%	9.90%	27.35%	20.84%
해외부동산	-0.06%	8.82%	22.77%	5.00%	7.27%	22.77%
해외인프라	96.16%	-27.19%	8.95%	30.00%	5.00%	8.96%
해외사모	-13.0%	23.70%	11.11%	5.00%	18.51%	11.11%
샤프비율(연간)	3.7300	0.3160	0.3152	0.4251	0.3159	0.3152
2012년말 기준 BM	투자비중의 제한 없는 경우			투자비중을 5~30%로 제한하는 경우		
	Mean- Variance	CAPM 기대수익률	Black- Litterman	Mean- Variance	CAPM 기대수익률	Black- Litterman
국내부동산	-2.05%	29.45%	13.67%	16.45%	22.80%	13.67%
국내인프라	-0.85%	27.67%	23.32%	30.00%	15.51%	23.32%

국내사모	0.76%	36.63%	18.55%	13.55%	28.90%	18.55%
해외부동산	0.83%	10.15%	25.36%	5.00%	8.41%	25.36%
해외인프라	103.40%	-29.12%	7.71%	30.00%	5.00%	7.71%
해외사모	-2.10%	25.22%	11.39%	5.00%	19.38%	11.39%
샤프비율(연간)	3.7724	0.3920	0.4058	0.4644	0.3919	0.4058

2.2 전망치를 조정한 자산배분결과

본 절에서는 강건성 검정의 차원에서 시장전망을 경험치가 아닌 순수한 투자자의 전망치를 반영하는 경우를 가정하여 다시 수행토록 한다. 이 때 투자자의 전망치로는 다음과 같은 두 가지 전망을 사용한다.(앞 절에서 사용한 전망치는 세부자산 간의 수익률 차이가 컸었는데 이 절에서는 반대로 세부자산 간의 수익률 차이가 작은 경우를 사용하여 다양한 경우에 대한 모형의 강건성 검증을 시도하였다).

전망 1 : 국내사모가 국내부동산보다 0.1%P높은 수익률을 기록할 것으로 전망한다.

전망 2 : 해외사모가 해외인프라보다 0.7%P높은 수익률을 기록할 것으로 전망한다.

균형기대수익률에 위의 시장전망을 반영하여 산출한 전망결합 기대수익률($E(R|Q)$)은 <표 10>과 같이 나타나고, 이를 기대수익률로 사용하여 샤프 비율을 극대화시키는 투자비중을 산출한 결과는 <표 11>과 같이 나타난다. 분석결과, 투자자의 전망치를 사용하여 자산배분을 하는 경우에도 여전히 Black-Litterman 모형이 유효하며 경험치를 전망치로 사용하는 경우에 뒤지지 않는 성과를 가져다준다는 것을 확인할 수 있다.

<표 10> 전망결합 기대수익률

	전망결합 기대수익률
국내부동산	0.44%
국내인프라	0.03%
국내사모	0.59%
해외부동산	0.83%
해외인프라	0.01%
해외사모	0.68%

<표 11> 최적투자비중 산출 결과

자산	모형	투자비중의 제한 없는 경우	투자비중을 5~30%로 제한
		전망결합 기대수익률	전망결합 기대수익률

국내부동산	17.58%	17.43%
국내인프라	20.03%	18.40%
국내사모	13.33%	13.22%
해외부동산	28.07%	27.85%
해외인프라	2.72%	5.00%
해외사모	18.28%	18.09%
샤프비율(월간)	0.1283	0.1283
샤프비율(연간)	0.4445	0.4445

3. 추가분석 : 8개의 자산으로 구성된 포트폴리오

마지막으로 이번 절에서는 현재 국민연금의 대체투자 투자대상 이외에 전통자산과 낮은 상관관계를 보여 온 상품자산과 헤지펀드를 추가하여 총 8개 자산으로 구성된 포트폴리오를 구성한다. 2007년 1월부터 2013년 12월까지 8개 자산 수익률의 공분산 행렬(Σ)은 <표 12>와 같다.

<표 12> 포트폴리오 각 자산 월간수익률의 공분산행렬(Σ)

	국내부동산	국내인프라	국내사모	해외부동산	해외인프라	해외사모	상품지수	헤지펀드
국내부동산	0.005230	0.000209	0.000530	0.000808	0.000123	0.000720	0.002136	0.000276
국내인프라	0.000209	0.000026	0.000086	0.000099	0.000008	0.000082	0.000121	0.000026
국내사모	0.000530	0.000086	0.003662	0.002874	0.000025	0.002576	0.001964	0.000751
해외부동산	0.000808	0.000099	0.002874	0.004992	0.000023	0.003713	0.002546	0.000842
해외인프라	0.000123	0.000008	0.000025	0.000023	0.000008	0.000026	0.000053	0.000009
해외사모	0.000720	0.000082	0.002576	0.003713	0.000026	0.003303	0.002522	0.000831
상품지수	0.002136	0.000121	0.001964	0.002546	0.000053	0.002522	0.003872	0.000807
헤지펀드	0.000276	0.000026	0.000751	0.000842	0.000009	0.000831	0.000807	0.000290

Black-Litterman 모형을 사용하기 위해서는 균형기대수익률 산출이 필요한데 상품지수와 헤지펀드는 현재 국민연금의 대체투자 포트폴리오에 포함되어 있지 않기 때문에 각각 10%의 가중치를 부여하고, 기존 6개 대체투자 자산은 각각 2013년 말 기준 시장가중치 (W_{mkt})의 80%를 부여해서 균형기대수익률(Π)을 산출한 결과는 <표 13>과 같다.

<표 13> 균형기대수익률

	시장가중치 (W_{mkt})	균형기대수익률 ($\Pi = \lambda \sum W_{mkt}$)	과거평균수익률	CAPM 기대수익률
국내부동산	11.23%	0.48%	0.59%	0.35%

국내인프라	16.02%	0.03%	0.20%	0.02%
국내사모	13.50%	0.70%	0.47%	0.42%
해외부동산	22.45%	0.93%	-0.39%	0.49%
해외인프라	6.72%	0.01%	0.27%	0.01%
해외사모	10.08%	0.78%	0.10%	0.43%
상품지수	10.00%	0.73%	-0.08%	0.45%
헤지펀드	10.00%	0.21%	-0.07%	0.12%

다음으로 투자자들이 균형기대수익률에 근거해 다음과 같은 전망을 하는 것으로 가정한다. (1절과 마찬가지로 경험적 수치에 근거한 전망치임)

전망 1 : 국내 대체투자자산 중 균형기대수익률이 가장 높은 국내사모가 균형기대수익률이 가장 낮은 국내인프라보다 0.63%p 높은 수익률을 기록할 것으로 전망한다.

전망 2 : 해외 대체투자자산 중 균형기대수익률이 가장 높은 해외부동산이 균형기대수익률이 가장 낮은 해외인프라보다 0.92%p 높은 수익률을 기록할 것으로 전망한다.

균형기대수익률과 상기 시장전망을 결합한 전망결합 기대수익률($E(R|Q)$)은 <표 14>에 나타나 있다.

<표 14> 전망결합 기대수익률

	전망결합 기대수익률
국내부동산	0.48%
국내인프라	0.03%
국내사모	0.68%
해외부동산	0.93%
해외인프라	0.01%
해외사모	0.77%
상품지수	0.72%
헤지펀드	0.21%

<표 15>는 8개 자산으로 구성된 대체투자 포트폴리오의 자산배분 결과를 나타낸다. 6개 자산으로 구성된 포트폴리오와 마찬가지로 투자비중의 제한 없는 경우, 과거 평균수익률 기대수익률의 대응치로 사용하는 평균-분산모형은 해외인프라에 106.94%의 투자비중이 집중되고, 나머지 자산에는 모두 2%미만의 투자비중이 부여되었다. 한편 Black-Litterman 모형에 의한 자산배분결과는 평균-분산 모형의 이러한 문제를 해결하면서 동시에 실제 국민연금 대체투자수익률의 샤프 비율(0.4128)을 증가하는 결과를 보여주고 있다. 이론적으로도

자산군을 보다 다양화하는 것은 포트폴리오의 효율성을 향상시킬 수 있는 것이므로 국민연금기금 측에서는 해외의 연기금에서도 투자대상으로 포함시키고 있는 상품과 헤지펀드를 투자대사에 포함하는 것을 적극적으로 검토해야 할 것이다.

<표 15> 최적투자비중 산출 결과

자산 모형	투자비중 제한 없는 경우			투자비중 5~30%로 제한하는 경우		
	Mean-Variance	CAPM 기대수익률	Black-Litterman	Mean-Variance	CAPM 기대수익률	Black-Litterman
국내부동산	-2.19%	19.92%	11.23%	12.31%	17.93%	11.23%
국내인프라	-0.40%	16.44%	18.23%	30.00%	12.36%	18.23%
국내사모	0.50%	25.62%	11.29%	7.69%	23.31%	11.29%
해외부동산	-0.97%	11.90%	23.71%	5.00%	10.96%	23.71%
해외인프라	106.94%	-7.47%	5.46%	30.00%	5.00%	5.46%
해외사모	1.72%	12.55%	10.08%	5.00%	11.25%	10.08%
상품지수	0.19%	15.08%	10.00%	5.00%	13.78%	10.00%
헤지펀드	-5.79%	5.96%	10.00%	5.00%	5.41%	10.00%
기대수익률	0.28%	0.37%	0.53%	0.22%	0.34%	0.53%
분산	0.000006	0.001804	0.001325	0.000357	0.001493	0.001325
샤프비율(월간)	1.1886	0.0870	0.1456	0.1191	0.0870	0.1456
샤프비율(연간)	4.1174	0.3015	0.5043	0.4125	0.3015	0.5043

V. 결 론

최근 들어 저금리와 세계 경제 변동성에 대응할 수 있는 대안으로 대체투자에 대한 관심이 집중되고 있고, 국민연금의 대체투자부문 투자규모 및 투자비중이 꾸준히 증가하는 상황이지만 대체투자를 체계적으로 운용하기 위한 효율적 투자 포트폴리오 구축에 관한 연구는 매우 부족한 편이다. 이에 본 연구는 국내외 부동산, 인프라 및 사모투자로 구성된 국민연금의 효율적 대체투자 포트폴리오 구축방안을 검토하기 위하여 Markowitz의 평균-분산 모형 및 Black-Litterman 모형을 사용하는 실증분석을 시도하고 사후검증까지 실시하였다.

다양한 모형을 이용하여 샤프 비율을 극대화시키는 포트폴리오의 투자비중을 산출하고 각 모형을 비교해 본 결과는 다음과 같이 요약된다. 첫째, 전통적 Markowitz 모형에 따라 과거 평균수익률을 기대수익률의 대용치로 사용하여 샤프 비율을 극대화시키는 대체투자 포트폴리오의 투자비중을 산출한 결과, 특정 자산에 투자비중이 집중되고 일부 자산에는 공매도 포지션이 부여되는 구석해 문제 및 투입변수의 값에 따라 자산배분 결과가 과도하게 바뀌는 민감도의 문제가 발생하였다. 따라서 이 모형은 대체투자자산군 내의 실제 자산배분에

사용하기 위해서는 적절한 투자비중 제약이 설정되어야 할 것이다. 둘째, CAPM에 의한 기대수익률을 기대수익률의 측정방법으로 사용하여 샤프 비율을 극대화시키는 투자비중을 산출한 결과 특정 자산에 과도한 투자비중이 집중되는 구석해 문제 및 투입변수의 민감성 문제가 상당부분 해소되었으나 대체투자 포트폴리오 매니저의 시장전망을 반영할 수 없는 한계를 지니고 있다. 셋째, 전망결합 기대수익률을 사용하여 투자비중을 산출한 결과, Black-Litterman 모형은 구석해 문제 및 투입변수의 민감성 문제를 완화하면서 동시에 을 반영할 수 있어 대체투자 포트폴리오 매니저가 실제 자산배분에 사용하기에 유용한 모형임을 확인할 수 있었다. 단, Black-Litterman 모형은 포트폴리오 매니저의 주관적 관점에 따라 자산배분 결과가 상이하게 나타나므로 대체투자 포트폴리오 매니저는 시장전망의 정확성을 제고하는 것이 이 모형을 사용하기 위한 전제 조건이 되어야 할 것이다. 또한, 적절한 투자비중 제한이 있는 경우에는 기존의 Markowitz모형 역시 유용한 모형이 될 수 있는 바 국민연금기금에서는 지속적으로 두 모형의 장단점을 비교하여 함께 활용할 것을 제안한다.

본 연구는 그 동안 주로 Markowitz의 평균-분산 모형 위주로 자산배분을 해 온 국민연금 기금운용에 운용기관의 전망치를 반영하는 Black-Litterman모형을 실제 적용하여 실증 분석을 진행해 봄으로써 향후 국민연금의 자산배분기법을 다양화시키고 발전시키는데 기여한다는 면에서 의의를 지닌다. 국민연금의 자산배분이 지닌 중요성을 고려할 때 보다 많은 관련 후속연구를 통해 본 연구의 내용을 재검증하고 발전시켜야 할 필요가 있을 것이며 이러한 연구들을 통해 국민연금의 운용성과를 제고할 수 있기를 기대한다.

참 고 문 헌

- 김병덕, “글로벌 연기금의 대체투자 현황 및 시사점”, 한국금융연구원, 주간금융 브리프, 제 23권 제3호(2014), pp. 8-9.
- 노상윤, 황정욱, “국민연금 대체투자 벤치마크의 프리미엄 설정에 관한 연구”, 국민연금연구원 연구보고서 2012-09(2012).
- 박원웅, “국민연금기금 자산배분시 대체투자 고려 효과”, 국민연금연구원, 연금포럼, 제22호 (2006), pp. 51-61.
- 변종국, “Bayesian 접근법에 의한 자산배분 전략 모형에 관한 연구”, 유라시아연구, 제9권 제4호(2012), pp. 183-199.
- 안성봉, 임형준, “Black-Litterman 모형을 이용한 외화자산 최적배분방법 및 시사점”, 외환 국제금융 리뷰(2006), pp. 195-239.
- 원종욱, “국민연금기금의 해외투자에 따른 수익성 및 안정성분석”, 사회보장연구, 제18권 제 2호(2002), pp. 129-160.
- 한덕희, “생명보험사 및 연기금의 대체투자에 관한 연구 : 사회간접자본 투자를 중심으로”, 재무관리논총, 제12권 제1호(2006), pp. 163-182.
- 허화, 김영갑, “연기금의 파생상품 활용에 관한 연구 : 대체투자수단을 중심으로”, 금융공학 연구, 제3권 제2호(2004), pp. 21-43.
- 황승규, 임형준, 유시용, “기대수익률의 추정에 의한 최적자산배분에 관한 연구 : 평균-분산 모형과 평균-VaR 모형을 중심으로”, 재정정책논집, 제11집 제1호(2009), pp. 27-57.
- Black, Fischer and Robert, Litterman, “Global Portfolio Optimization”, *Financial Analysts Journal*, September-October(1992), pp. 28-43.
- Brinson, Gary P., Singer, Brian D. and Beebower Gilbert L., “Determinants of Portfolio Performance II: An Update” *Financial Analysts Journal*, May-June(1991), pp. 40-48.
- He, Guangliang and Robert, Litterman, “The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios”, *Goldman Sachs Asset Management*(1999).
- Idzorek, Thomas M., “A Step-By-Step Guide to the Black-Litterman Model”, *Ibbotson Associates*(2005).
- Markowitz, Harry, “Portfolio Selection”, *Journal of Finance*, Vol.7(1952), pp. 77-91.
- Satchell, Stephen and Alan, Scowcroft, “A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction”, *Journal of Asset Management*, Vol.1(2000), pp. 138-150.
- Theil, Henry, “Principles of Econometrics”, Wiley, New York, June 15(1971).
- Walters, Jay, “The Black-Litterman Model in Detail”, SSRN working paper(2014).